



ΜΑΘΗΜΑ 5^ο

Επανάληψη

ΕΝΟΤΗΤΑ 2^Η

Λογάριθμοι

ΕΠΙΠΕΔΟ 1ο

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

α) Βασικές ερωτήσεις θεωρίας

Ερώτηση 1^η: Τι λέγεται λογαριθμος του $\theta > 0$ ως προς βάση a , με $0 < a \neq 1$;

Ερώτηση 2^η: Ποιες είναι οι άμεσες συνέπειες του ορισμού;

Ερώτηση 3^η: Ποιες ιδιότητες λογαριθμων γνωρίζετε; Αποδείξτε τις

Ερώτηση 4^η: Τι λέγεται δεκαδικός ή κοινός λογάριθμος;

Πως συμβολίζεται;

Ερώτηση 5^η: Τι λέγεται φυσικός ή νεπεριος λογάριθμος;

Ερώτηση 6^η: Ποιος είναι ο τύπος της αλλαγής βάσης στους λογάριθμους;

Αποδείξτε τον

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Παραδείγματα και εφαρμογές του σχολικού βιβλίου

1. Άσκηση 1 σελίδα 140 σχολικό βιβλίο
2. Άσκηση 2 σελίδα 140 σχολικό βιβλίο
3. Άσκηση 3 σελίδα 140 σχολικό βιβλίο
4. Άσκηση 4 σελίδα 140 σχολικό βιβλίο
5. Άσκηση 8 σελίδα 141 σχολικό βιβλίο

ΕΠΙΠΕΔΟ 2ο

1.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 11η

Γιατί δεν μπορούμε να γράψουμε $\log_2(-7)$;

ΕΡΩΤΗΣΗ 12η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:
 $\log_a x + \log_b y = \log_{ab}(xy)$

ΕΡΩΤΗΣΗ 13η

Γιατί οι αντίστροφες συναρτήσεις είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y=x$;

ΕΡΩΤΗΣΗ 14η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:
 $\log_a x + \log_a y = \log_a(xy)$
 (1) όπου $0 < a \neq 1$ και $xy > 0$

ΕΡΩΤΗΣΗ 15η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:
 α) $\log_a \beta + \log_\beta a = 1$
 β) $\log_{\frac{1}{a}} \beta = -\log_a \beta$

2.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ – ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ-ΔΙΑΤΑΞΗ

Αντιστοίχιση :

Κάθε ισότητα της στήλης Α ισοδυναμεί με μια ισότητα της στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $\log_a 3 = 8$	Α. $a^8 = 3$
2. $\log_8 a = 3$	Β. $\omega = e^x$
3. $\ln x = 1 + \omega$	Γ. $x^0 = e$
4. $\omega \ln x = 1$	Δ. $\alpha = 8^3$
	Ε. $x = e^{\omega+1}$
	ΣΤ. $\alpha = 3^8$

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα ώστε σε κάθε ισότητα της στήλης Α να αντιστοιχεί η ισοδύναμή της ισότητα που βρίσκεται στη στήλη Β.

Συμπλήρωση κενού :

i) Αν $a^x = \beta$ τότε

ii) Αν $\log \theta = \chi$ τότε

iii) Αν $e^x = \theta$ τότε.....

Διατάξτε τους αριθμούς από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.

1. * $A = \log 0,5$ $B = \log \sqrt{2}$ $\Gamma = \log \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\Delta = 0$ $E = 3$

2. * $A = \log_2 \frac{1}{2}$ $B = \log_2 \frac{1}{3}$ $\Gamma = \log_2 \sqrt{5}$ $\Delta = -3$ $E = 0$

3. * $A = \log_{0,5} \frac{1}{4}$ $B = \log_{0,5} 4$ $\Gamma = \log_{0,5} 10$ $\Delta = 0$ $E = -5$

3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

Η ισοδυναμία $y = \log_a x \Leftrightarrow x = a^y$ ισχύει όταν

A $x \geq 0$ και $0 < a \neq 1$

B $x > 0$ και $0 < a \neq 1$

Γ $x > 0$ και $a \neq 1$

ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Ποια από τις παρακάτω είναι σωστά;

A $\text{Log}1=0$

B $\text{Log}0=1$

Γ $\text{Log}(-1)=-1$

ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Αν $x, y \in \mathbb{R}^*_{+}$, τότε

A $\text{Log}_a x = \text{log}_b y \Rightarrow x=y$ και δεν ισχύει το αντίστροφο

B $\text{Log}_a x = \text{log}_b y \Rightarrow x \neq y$ και δεν ισχύει το αντίστροφο

Γ $\text{Log}_a x = \text{log}_a y \Rightarrow x=y$

ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Ποιο είναι το σωστό;

A $\text{Log}_b \theta = \frac{\ln \theta}{\ln b}$

B $\text{Log}_b \theta = \frac{\log \beta}{\log \theta}$

Γ $\text{Log}_b \theta = \frac{\log \theta}{\ln \beta}$

ΕΡΩΤΗΣΗ 6Η

Η σχέση $\log(xy) = \log|x| + \log|y|$ ισχύει όταν

A $x > 0$ και $y > 0$

B $x \cdot y \neq 0$

Γ πάντοτε

4. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ: ΠΟΤΕΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: ΟΤΑΝ...

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε..... με όταν.....

Ερώτηση α)

..... χρησιμοποιούμε τις ιδιότητες των λογάριθμων;

Ερώτηση β)

..... μια εκθετική εξίσωση γίνεται με λογαριθμούς;

Ερώτηση γ)

..... διατηρείται η φορά της ανισότητας από $\log_a x < \log_a y$ σε $x < y$

Ερώτηση δ)

..... αλλάζει η φορά της ανισότητας από $\log_a x < \log_a y$ σε $x > y$;

Ερώτηση ε)

..... κανουμε αλλαγη βασης λογαριθμων;

5.ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

Διατυπώσεις των θεμάτων.

- 1 Άσκηση 1 σελίδα 141 σχολικό βιβλίο
- 2 Άσκηση 2 σελίδα 141 σχολικό βιβλίο
- 3 Άσκηση 3 σελίδα 141 σχολικό βιβλίο
- 4 Άσκηση 5 σελίδα 142 σχολικό βιβλίο
- 5 Άσκηση 8 σελίδα 142 σχολικό βιβλίο

Απαντήσεις των θεμάτων.

ΕΠΙΠΕΔΟ 3ο

1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

Ερώτηση

Ερώτηση

Ερώτηση

2. ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ

1.ΑΣΚΗΣΗ

2.ΑΣΚΗΣΗ

3. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

1. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \log_2 \frac{x-2}{x(x-1)} - \log_{\sqrt{2}} 2 \cdot \left[\log_{\frac{1}{2}} (x-1) \right]$.

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f

ii) Να δείξετε ότι $f(x) = \log_2 \frac{(x-2)(x-1)}{x}$

2. Να βρείτε τον θετικό αριθμό x ώστε να ισχύει:

$$\log x + \log x^3 + \log x^5 + \dots + \log x^{2v-1} = 2v^2$$

3. Ο θόρυβος y ενός ήχου σε dB (ντεσιμπέλ) δίνεται από τον τύπο $y = 20 \log \frac{x}{20}$ όπου x η πίεση που ασκεί

το ακουστικό κύμα στα μόρια του ατμοσφαιρικού αέρα μετρούμενη σε μP (μικρο Pascals, $1 \mu P = 10^{-6} P$).

α) Πόση πίεση ασκεί ένα αθόρυβο κύμα στα μόρια του αέρα;

β) Ένας κεραυνός άσκησε πίεση $x = 2 \cdot 10^{6.5} \mu P$ στα μόρια του ατμοσφαιρικού αέρα. Πόσο dB ήταν ο θόρυβος που προξένησε;

4. Αν σε μία αριθμητική πρόοδο (a_n) ο πρώτος όρος είναι $a_1 = \log_3 3$ και ο δεύτερος όρος της είναι $a_2 = \log_3 81$.

α) Να βρείτε την διαφορά ω της αριθμητικής πρόοδου.

5. Αν σε μία γεωμετρική πρόοδο (a_n) ισχύει $a_p = k \cdot a_1$, όπου ο a_p ο όρος τάξεως p, α ο πρώτος της όρος, και λ ο λόγος της να αποδείξετε ότι:

$$(p-1) \log \lambda = \log k$$