



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Υπουργείο Παιδείας,

Έρευνας και Θρησκευμάτων



ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ &amp; Β/ΘΜΙΑΣ

ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

## ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

στα

Μαθηματικά

1<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ**1<sup>ο</sup> ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ  
ΜΑΘΗΜΑ 11.6-11.7  
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ**

Μάθημα: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Τίτλος μαθήματος( ενότητας): Κανονικά πολύγωνα

Ημερομηνία: 12-0-2019

Τάξη: Β' Λυκείου

Σχολείο: 1<sup>ο</sup> Γενικό Λύκειο ΒόλουΩρα: 1<sup>η</sup>Τμήμα: Β<sub>1</sub> ( 13 μαθητές)**ΓΕΝΙΚΟΙ ΣΚΟΠΟΙ**

Να μπορούν οι μαθητές στο τέλος του μαθήματος να

- Γνωρίζουν τους τύπους του εμβαδού κύκλου, κυκλικού τομέα, κυκλικού τμήματος
- 

Να είναι ικανοί να επιλύουν προβλήματα με την βοήθεια των παραπάνω τύπων.

**ΕΙΔΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ**

Να είναι σε θέση στο τέλος του μαθήματος οι μαθητές να

- 1) Υπολογίζουν το εμβαδόν κύκλου
- 2) Υπολογίζουν κυκλικού τομέα
- 3) Υπολογίζουν κυκλικού τμήματος
- 4) Υπολογίζουν μηνίσκου
- 5) Υπολογίζουν εμβαδά μεικτόγραμμων τριγώνων

ΜΕΣΑ: Πίνακας, κιμωλίες ή μαρκαδόροι, Η/Υ , φωτοτυπίες.

ΥΛΙΚΑ: CD, σλάιντς, σχολικό βιβλίο .

ΥΛΗ: Σχολικό βιβλίο – σελίδες 246-251.

Κριτήρια Υπουργείου.

ΜΕΘΟΔΟΣ: Διερευνητική καθοδηγούμενη ανακάλυψη.

**Α. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ - ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΠΟΡΕΙΑ**

Με κατάλληλες ερωτήσεις ερευνούμε αν οι μαθητές κατέχουν την ύλη του προηγούμενου φύλλου εργασίας.

Ζητείται από τους μαθητές η θεωρία με ερωτήσεις από τον διδάσκοντα, ελέγχεται αν έγινε η εργασία για το σπίτι στα τετράδια τους ( ανάπτυξη των θεμάτων του προηγούμενου φύλλου εργασίας ) και ελέγχεται αξιολογούνται ανάλογα.

**Β. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΥΛΙΚΟΥ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ. ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ-ΑΝΑΛΥΣΗ  
ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ ( Παράδοση)**

## **Εμβαδόν κυκλικού δίσκου**

### **Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ**

#### **α) Βασικές ερωτήσεις θεωρίας**

Ερώτηση 1<sup>η</sup>: Τι λέγεται εμβαδόν κυκλικού δίσκου;

Ερώτηση 2<sup>η</sup>: Τι λέγεται κυκλικός τομέας;

Ερώτηση 3<sup>η</sup> : Τι λέγεται κυκλικό τμήμα;

Ερώτηση 4<sup>η</sup> : Τι λέγεται υπερβατικός αριθμός;

Ερώτηση 5<sup>η</sup> : Τι λέγεται αλγεβρικός αριθμός;

#### **β) Ερωτήσεις θεωρίας για τα κριτήρια αξιολόγησης**

Ερώτηση 1<sup>η</sup>: Τι λέγεται μηνίσκος;

Ερώτηση 2<sup>η</sup>: Τι λέγεται κυκλικός δακτύλιος;

Ερώτηση 3<sup>η</sup>: Με διαμέτρους τις πλευρές ορθογωνίου τριγώνου γράφουμε ημικύκλια στο επίπεδο (ΒΓ,Α).Να δειχθεί ότι το άθροισμα των εμβαδών των σχηματιζόμενων μηνίσκων είναι ίσο με το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

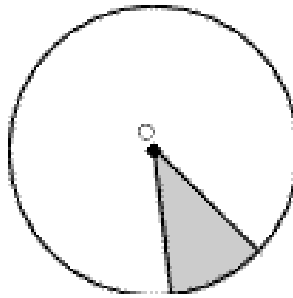
Ερώτηση 4<sup>η</sup>: Τι λέγεται καμπυλόγραμμο τρίγωνο;

Ερώτηση 5<sup>η</sup>: Το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου είναι ίσο με το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου που έχει κάθετες πλευρές το ανάπτυγμα και την ακτίνα του κύκλου.

### **ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ**

- 1. \*** Δύο κυκλικοί τομείς του ίδιου κύκλου έχουν ίσα  $\Sigma$   $\Lambda$  εμβαδά.
- 2. \*** Το γραμμοσκιασμένο τμήμα του σχήματος είναι

- Α. ημικύκλιο
- Β. μηνίσκος,
- Γ. τεταρτοκύκλιο
- Δ. κυκλικός τομέας
- Ε. κυκλικό τμήμα



3. \* Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Ακτίνα R κύκλου	Μήκος L κύκλου	Εμβαδόν E κύκλου
	$30\pi$	
	$20\pi a$	
$2a\sqrt{3}$		
		$15\pi a^2$
		$7\pi$
$\frac{a}{\sqrt{3}}$		

4. \* Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Ακτίνα R κύκλου	Γωνία μ μοιρών κυκλ. τομέα	Μήκος τόξου S	Εμβαδόν E κυκλ. τομέα
8			$\frac{16\pi}{3}$
9		$\frac{9\pi}{5}$	
$5a$	60		
	150		$\frac{\pi a^2}{12}$
$2a\sqrt{5}$	300		

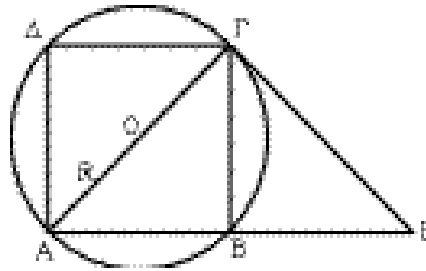
### Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. \*\* Δίνεται κύκλος (O, R) και το εγγεγραμμένο τετράγωνο ΑΒΓΔ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΑΒ και πάνω στην προέκταση παίρνουμε

τμήμα  $BE = BA$ . Να δείξετε ότι:

α)  $AG = GE$

β) Το ευθύγραμμο τμήμα  $EΓ$  είναι εφαπτόμενο του κύκλου  $(O, R)$  στο σημείο  $Γ$ .

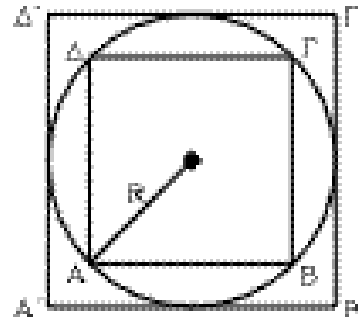


γ) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου  $AGE$  (συναρτήσει του  $R$ ).

2. \*\* Σε κύκλο ακτίνας  $R$  το  $ABΓΔ$  είναι εγγεγραμμένο τετράγωνο και το  $A'B'Γ'D'$  περιγεγραμμένο τετράγωνο.

α) Να εκφραστούν οι πλευρές  $\lambda_4$  και  $\lambda'_4$  των δύο τετραγώνων συναρτήσει της ακτίνας  $R$ .

β) Να βρεθεί ο λόγος των εμβαδών τους  $\frac{E}{E'}$ .

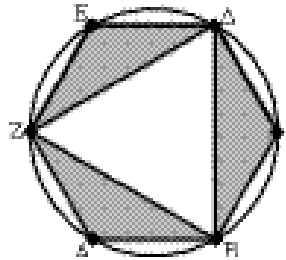


3. \*\* Δύο ίσα κανονικά εξάγωνα έχουν μία πλευρά κοινή μήκους  $\lambda$  (τα εξάγωνα δεν ταυτίζονται). Να υπολογίσετε την απόσταση των κέντρων τους συναρτήσει του  $\lambda$ .

4. \*\* Σε κύκλο ακτίνας  $R = 3$  cm εγγράφονται ισόπλευρο τρίγωνο και κανονικό εξάγωνο. Να υπολογιστούν:

α) Το εμβαδόν του κανονικού εξαγώνου  $ABΓΔEZ$ .

β) Το εμβαδόν των τριών γραμμοσκιασμένων μερών.



5. \*\* Σε κύκλο ακτίνας  $R$  εγγράφουμε κανονικό πολύγωνο, με κεντρική γωνία ίση με τα  $\frac{2}{3}$  μιας ορθής.

α) Ποιο είναι το πλήθος των πλευρών του κανονικού αυτού πολυγώνου;

β) Να βρείτε το εμβαδόν του πολυγώνου αυτού (συναρτήσει του  $R$ ).

6. \*\* Σε κύκλο ακτίνας  $R$  είναι εγγεγραμμένο κανονικό εξάγωνο. Να βρεθούν:

α) Το εμβαδόν του εξαγώνου (συναρτήσει του  $R$ ).

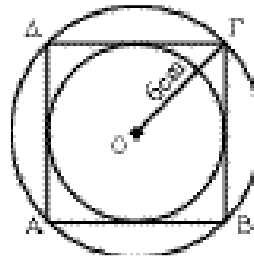
β) Το εμβαδόν του μέρους του κύκλου που βρίσκεται έξω από το εξάγωνο.

7. \*\* Κύκλος είναι εγγεγραμμένος σε τετράγωνο πλευράς  $a$ . Να υπολογίσετε:

α) Το εμβαδόν του κύκλου (συναρτήσει του  $a$ ).

β) Το εμβαδόν του μέρους του τετραγώνου, που βρίσκεται εκτός του κύκλου.

8. \*\* Σ' ένα κύκλο με ακτίνα  $R = 6$  cm εγγράφουμε τετράγωνο και στο τετράγωνο εγγράφουμε νέο κύκλο. Να υπολογιστούν:
- Το εμβαδό του τετραγώνου.
  - Ο λόγος των εμβαδών των δύο κύκλων.



# ΕΠΙΠΕΔΟ 2<sup>ο</sup>

## ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

### 1.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

#### ΕΡΩΤΗΣΗ 1η

Είναι σωστό ή λάθος ότι  
Το εμβαδόν ενός κυκλικού  
δίσκου είναι ανάλογο του  
τετραγώνου της ακτίνας του.

#### ΕΡΩΤΗΣΗ 2η

Αληθεύει ότι  
Ο λόγος των εμβαδών δύο  
κυκλικών δίσκων είναι ίσος με  
τον λόγο των διαμέτρων του.

#### ΕΡΩΤΗΣΗ 3η

Το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου  
είναι μεγαλύτερος του μήκους  
του κύκλου αυτού;

#### ΕΡΩΤΗΣΗ 4η

Ο μηνίσκος είναι η διαφορά  
δύο κυκλικών τομέων;

#### ΕΡΩΤΗΣΗ 5η

Πως γίνεται ο υπολογισμός  
ενός κυκλικού τμήματος;

**2.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ – ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ- ΔΙΑΤΑΞΗ**

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β). Συνδέστε με μια γραμμή τα στοιχεία των δυο στηλών.

Στήλη Α	Στήλη Β
Ακτίνα κύκλου	Εμβαδόν κύκλου
$2a$	$\frac{\pi a^2}{4}$
$a\sqrt{3}$	$4\pi a^2$
$\frac{a}{\sqrt{2}}$	$\frac{3\pi a^2}{2}$
	$3\pi a^2$
	$\frac{\pi a^2}{2}$

Συμπλήρωση κενού :

Ακτίνα R κύκλου	Γωνία μ μοιρών κυκλικού τομέα	Μήκος τόξου S	Εμβαδόν E κυκλικού τομέα
8			
9			
$5a$			

Διατάξτε τους αριθμούς της στήλης (Α) στη στήλη (Β) από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
<b>Α. Εμβαδόν κυκλικού δίσκου (O, ρ)</b> <b>Β. Εμβαδόν ημικυκλίου ακτίνας 2ρ</b> <b>Γ. Εμβαδόν κυκλικού τομέα σε τόξο <math>60^\circ</math>, ακτίνας 4ρ</b> <b>Δ. Εμβαδόν κυκλικού τμήματος τόξου <math>120^\circ</math>, ακτίνας 7ρ</b>	

## 3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

## ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

Το εμβαδόν  $E_\mu$  ενός κυκλικού τομέα  $\mu$  μοιρών είναι

Α   $\frac{\pi R \mu}{360}$

Β   $\frac{\pi R^2 \mu}{360}$

Γ   $\frac{\pi R^2 \mu}{180}$

## ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Το εμβαδόν  $E$  κυκλικού δίσκου  $(0,2R)$  είναι

Α   $2\pi R$

Β   $\pi^2 R$

Γ   $4\pi R^2$

## ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Δίνεται κύκλος  $(0,R)$  και ημικύκλιο διαμέτρου  $4R$ . Το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου σε σύγκριση με το εμβαδόν του ημικύκλιου είναι

Α  μικρότερο

Β  ίσο

Γ  μεγαλύτερο

## ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Ο κυκλικός δακτύλιος περιέχεται μεταξύ

Α  Δυο ομόκεντρων κύκλων

Β  Δυο τόξων

Γ  Μιας χορδής και ενός τόξου

## ΕΡΩΤΗΣΗ 5Η

Ο μηνίσκος περιέχεται μεταξύ

Α  Χορδής και τόξου

Β  Δυο τόξων

Γ  Χορδής και διαμέτρου



#### 4. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ : ΠΟΤΕ .....ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: ΟΤΑΝ...

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε..... με όταν.....

##### Ερώτηση α)

..... το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου προσεγγίζει το εμβαδόν του κανονικού πολυγώνου του εγγεγραμμένου στον κυκλικό δίσκο;

##### Ερώτηση β)

..... το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου είναι ίσο με το εμβαδό ενός ορθογωνίου τριγώνου;

##### Ερώτηση γ)

..... ένας κυκλικός τομέας έχει

$$\text{εμβαδόν } E_{\tau} = \frac{\pi R^2}{360};$$

##### Ερώτηση δ)

..... χρησιμοποιούμε τον

$$\text{τύπο } E_{\tau} = \frac{1}{2} \alpha R^2;$$

##### Ερώτηση ε)

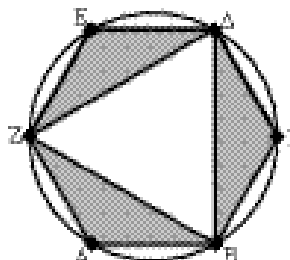
..... χρησιμοποιούμε τον

$$\text{τύπο } E_{\tau} - E_{OAB};$$

#### 5.ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

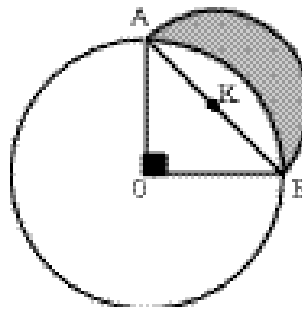
1. Σε κύκλο ακτίνας  $R = 3 \text{ cm}$  εγγράφονται ισόπλευρο τρίγωνο και κανονικό εξάγωνο. Να υπολογιστούν:

- α) Το εμβαδόν του κανονικού εξαγώνου ΑΒΓΔΕΖ.  
β) Το εμβαδόν των τριών γραμμοσκιασμένων μερών.



2. Σε κύκλο ακτίνας  $R$  εγγράφουμε κανονικό πολύγωνο, με κεντρική γωνία ίση με τα  $\frac{4}{3}$  μιας ορθής.

- α) Ποιο είναι το πλήθος των πλευρών του κανονικού αυτού πολυγώνου;  
 β) Να βρείτε το εμβαδόν του πολυγώνου αυτού (συναρτήσει του  $R$ ).
3. Σε κύκλο ακτίνας  $R$  είναι εγγεγραμμένο κανονικό εξάγωνο. Να βρεθούν:  
 α) Το εμβαδόν του εξαγώνου (συναρτήσει του  $R$ ).  
 β) Το εμβαδόν του μέρους του κύκλου που βρίσκεται έξω από το εξάγωνο.
4. Κύκλος είναι εγγεγραμμένος σε τετράγωνο πλευράς  $a$ . Να υπολογίσετε:  
 α) Το εμβαδόν του κύκλου (συναρτήσει του  $a$ ).  
 β) Το εμβαδόν του μέρους του τετραγώνου, που βρίσκεται εκτός του κύκλου.
5. Σε κύκλο  $(O, R)$  θεωρούμε δύο κάθετες ακτίνες του  $OA$  και  $OB$ . Με διάμετρο την  $AB$  γράφουμε εκτός του κύκλου ημικύκλιο. Να υπολογιστούν:  
 α) Το εμβαδόν του τριγώνου  $AOB$ .  
 β) Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μηνίσκου  $OAB$ .



#### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ

Σε χρόνο 2-3 λεπτών λέμε έναν αστείο συνειρμό ή σχολιάζουμε μια επίκαιρη ευχάριστη είδηση.

#### ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

- 1) Ασκήσεις Εμπέδωσης 1,2,3,4, σχολικού βιβλίου σελίδες 220.
- 2) Ασκήσεις Αποδεικτικές 1,3,4,5 σχολικού βιβλίου σελίδες 220.
- 3) Ασκήσεις Εμπέδωσης 1,2,3,4,5 σχολικού βιβλίου σελίδες 224.
- 4) Ασκήσεις Αποδεικτικές 1,3,4, σχολικού βιβλίου σελίδες 224.