ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας,
Έρευνας και Θρησκευμάτων
ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1ο ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ

ΜΑΘΗΜΑ 2Ο

Αριθμητική πρόοδος

Το

16ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

<u>ΜΑΘΗΜΑ ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΥ 5.2</u>
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
Τίτλος μαθήματος(ενότητας): Αριθμητική πρόοδος
Ημερομηνία: 09-2-2019
Τάξη: Β΄ Λυκείου Σχολείο: Γενικό Λύκειο
Ώρα: $1^{η}$
Τμήμα: $Β_1$ (13 μαθητές)

ΓΕΝΙΚΟΙ ΣΚΟΠΟΙ
Να μπορούν οι μαθητές στο τέλος του μαθήματος
- να δίνουν τον ορισμό της αριθμητικής προόδου
- να διατυπώνουν προφορικά και να αποδεικνύουν τους τύπους $α_ν=α_1+(ν-1)ω$ και $2.β = α + γ$, για α, β, γ διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

Να είναι ικανοί να χρησιμοποιούν τους παραπάνω τύπους για την επίλυση ασκήσεων και προβλημάτων.

ΕΙΔΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ
Να είναι σε θέση στο τέλος του μαθήματος οι μαθητές να
1) υπολογίζουν τον νιοστό όρο μιας αριθμητικής προόδου όταν δίνονται οι πρώτοι όροι
2) βρίσκουν τον αριθμητικό μέσο
3) αποδεικνύουν ότι μια ακολουθία είναι αριθμητική πρόοδος
4) αποδεικνύουμε ότι 3 αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου

ΜΕΣΑ: Πίνακας, κιμωλίες ή μαρκαδόροι, Η/Υ , φωτοτυπίες.
ΥΛΙΚΑ: CD, σλάιντς, σχολικό βιβλίο .
ΥΛΗ: Σχολικό βιβλίο – σελίδες 65- 73.
Κριτήρια Υπουργείου.

ΜΕΘΟΔΟΣ: Διερευνητική καθοδηγούμενη ανακάλυψη.

Α. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ - ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΠΟΡΕΙΑ
Με κατάλληλες ερωτήσεις ερευνούμε αν οι μαθητές κατέχουν την ύλη του προηγούμενου φύλλου εργασίας.
Ζητείται από τους μαθητές η θεωρία με ερωτήσεις από τον διδάσκοντα, ελέγχεται αν έγινε η εργασία για το σπίτι στα τετράδια τους (ανάπτυξη των θεμάτων του προηγούμενου φύλλου εργασίας) και ελέγχεται αξιολογούνται ανάλογα.

Β. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΥΛΙΚΟΥ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ. ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ-ΑΝΑΛΥΣΗ
ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ (Παράδοση)

$1^{Η}$ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ
Για να βρούμε τον νιοστό όρο μιας αριθμητικής προόδου, όταν είναι γνωστοί οι πρώτοι όροι της,
- Σημειώνουμε τον $α_1$
- Βρίσκουμε την διαφορά $ω = α_{ν+1}-α_ν$
- Αντικαθιστούμε τα παραπάνω στην ισότητα $α_ν = α_1+(ν-1)ω$
- Κάνουμε πράξεις

Παράδειγμα – Άσκηση 1ι), σχολικό βιβλίο σελίδα 129
Άσκηση 1ιι), σχολικό βιβλίο σελίδα 129

2Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Για να βρούμε ποιός όρος μιας αριθμητικής προόδου είναι ένας γνωστός αριθμός κ, όταν είναι γνωστά ο πρώτος όρος $α_1$ και η διαφορά ω ,

- Παίρνουμε την ισότητα $α_ν = α_1+(ν-1)ω$
- Αντικαθιστούμε το πρώτο όρος $α_1$, τη διαφορά ω και τον αριθμό κ
- Κάνουμε πράξεις
- Επιλύουμε ως προς ν.

Παράδειγμα – Άσκηση 5ι), σχολικό βιβλίο σελίδα 129

3Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Για να βρούμε το πρώτο όρο $α_1$ και τη διαφορά ω ,όταν είναι γνωστοί δύο όροι $α_κ$, $α_λ$,

- Παίρνουμε την ισότητα $α_ν = α_1+(ν-1)ω$
- Αντικαθιστούμε όπου ν τους αριθμούς κ, λ και σχηματίζεται σύστημα 2χ2
- Επιλύουμε το σύστημα και βρίσκουμε το πρώτο όρο $α_1$ και τη διαφορά ω.

Παράδειγμα – Άσκηση 3ι), σχολικό βιβλίο σελίδα 129

4Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Για να βρούμε τον αριθμητικό μέσο ή την τιμή του χ για την οποία οι αριθμοί α, β, γ είναι δ.ο.α.π ,

- Παίρνουμε την σχέση $2β = α+γ$
- Αντικαθιστούμε τα δεδομένα
- Κάνουμε πράξεις

Παράδειγμα – Άσκηση 6ι), σχολικό βιβλίο σελίδα **129**
Άσκηση 6ιι), σχολικό βιβλίο σελίδα **129**

5Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Για να δείξουμε ότι μια ακολουθία είναι αριθμητική πρόοδος

- βρίσκουμε την διαφορά $ω = α_{ν+1}-α_ν$,
- δείχνουμε ότι η διαφορά ω είναι ανεξάρτητη του ν.

Παράδειγμα – Άσκηση 1, β΄ ομάδα σχολικό βιβλίο σελίδα 130

ΜΑΘΗΜΑ ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΥ 3.2
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
Τίτλος μαθήματος(ενότητας): Αριθμητική πρόοδος
Ημερομηνία: Τάξη: Β΄ Λυκείου Ώρα:
Τμήμα: Β (μαθητές) Σχολείο: Γενικό Λύκειο Ζαγοράς

ΓΕΝΙΚΟΙ ΣΚΟΠΟΙ

Να μπορούν οι μαθητές στο τέλος του μαθήματος

- να υπολογίζουν το άθροισμα των ν πρώτων όρων αριθμητικής προόδου
- αποδεικνύουν τον τύπο $S_\nu = \frac{\nu}{2}(\alpha_1+\alpha_\nu)$
- μετατρέπουν τον τύπο $S_\nu = \frac{\nu}{2}(\alpha_1+\alpha_\nu)$ στην μορφή $S_\nu = \frac{\nu}{2}[2\alpha_1 +(\nu-1)\omega]$

Να είναι ικανοί να χρησιμοποιούν τους παραπάνω τύπους για την επίλυση ασκήσεων και προβλημάτων.

ΕΙΔΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

Να είναι σε θέση στο τέλος του μαθήματος οι μαθητές να

5) να υπολογίζουν το άθροισμα των ν πρώτων όρων αριθμητικής προόδου
6) υπολογίζουν αριθμητικά αθροίσματα
7) συμπληρώνουν πίνακες

<u>ΜΕΣΑ</u>: Πίνακας, κιμωλίες ή μαρκαδόροι, Η/Υ , φωτοτυπίες.
<u>ΥΛΙΚΑ</u>: CD, σλάιντς, σχολικό βιβλίο .
<u>ΥΛΗ</u>: Σχολικό βιβλίο – σελίδες76 και 80.
Περιοδικό Ευκλείδης 2^{ο} τεύχος 2003
Κριτήρια Υπουργείου.
ΜΕΘΟΔΟΣ: Διερευνητική καθοδηγούμενη ανακάλυψη.

Α. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ - ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΠΟΡΕΙΑ

Με κατάλληλες ερωτήσεις ερευνούμε αν οι μαθητές κατέχουν την ύλη του προηγούμενου φύλλου εργασίας.

Ζητείται από τους μαθητές η θεωρία με ερωτήσεις από τον διδάσκοντα, ελέγχεται αν έγινε η εργασία για το σπίτι στα τετράδια τους (ανάπτυξη των θεμάτων του προηγούμενου φύλλου εργασίας) και ελέγχεται αξιολογούνται ανάλογα.

Β. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΥΛΙΚΟΥ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ. ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ-ΑΝΑΛΥΣΗ
ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ (Παράδοση)

1^{Η} ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Για να βρούμε το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας δοθείσης αριθμητικής προόδου, όταν είναι γνωστοί οι πρώτοι όροι της,

- Σημειώνουμε τον α_1
- Βρίσκουμε την διαφορά $\omega = \alpha_{\nu+1}-\alpha_\nu$
- Αντικαθιστούμε τα παραπάνω στην ισότητα $S_\nu = \frac{\nu}{2}(\alpha_1+\alpha_\nu)$ ή στον τύπο

  $S_\nu = \frac{\nu}{2}[2\alpha_1 +(\nu-1)\omega]$
- Κάνουμε πράξεις και βρίσκουμε το άθροισμα.

Παράδειγμα – Άσκηση 8ι), σχολικό βιβλίο σελίδα 130
Άσκηση 8ιν), σχολικό βιβλίο σελίδα 130

2^{Η} ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Για να υπολογίσουμε ένα άθροισμα διαδοχικών όρων αριθμητικής προόδου, όταν είναι γνωστοί οι πρώτοι όροι της και ο τελευταίος α_ν ,

- Σημειώνουμε τον α_1

- Βρίσκουμε την διαφορά $ω = α_{ν+1}-α_ν$
- Παίρνουμε την ισότητα $α_ν = α_1+(ν-1)ω$
- Αντικαθιστούμε το πρώτο όρος $α_1$, τη διαφορά ω και τον αριθμό $α_ν$
- Υπολογίζουμε τον ν.
- Αντικαθιστούμε τα παραπάνω στην ισότητα $S_ν = \frac{ν}{2}[2α_1 +(ν-1)ω]$
- Κάνουμε πράξεις

Παράδειγμα – Άσκηση 10ι), σχολικό βιβλίο σελίδα 130

3Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Για να υπολογίσουμε πόσοι όροι αριθμητικής προόδου δίνουν ένα άθροισμα χ όταν είναι γνωστοί οι πρώτοι όροι της ,

- Βρίσκουμε την διαφορά $ω = α_{ν+1}-α_ν$
- Αντικαθιστούμε το πρώτο όρος $α_1$, τη διαφορά ω και τον αριθμό χ στον τύπο $S_ν = \frac{ν}{2}[2α_1 +(ν-1)ω]$
- Υπολογίζουμε τον ν που είναι το ζητούμενό μας.

Παράδειγμα – Άσκηση 11ιι), σχολικό βιβλίο σελίδα 130

Εδώ λειτουργούμε υποστηρικτικά καθοδηγώντας τους μαθητές μας, λύνουμε τις απορίες τους , επαναδιατυπώνουμε ορισμούς και ιδιότητες.

ΕΠΙΠΕΔΟ 1ο

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

α) Βασικές ερωτήσεις θεωρίας

Ερώτηση 1η : Τι λέγεται αριθμητική πρόοδος;

Ερώτηση 2η : Τι λέγεται διαφορά της αριθμητικής προόδου;

Ερώτηση 3η : Δείξτε ότι:
Ο νιοστός όρς μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο τον α_1 και διαφορά ω είναι $\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu - 1)\omega$

Ερώτηση 4η : Δείξτε ότι:
Τρείς αριθμοί α, β , γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν $\beta = \frac{\alpha+\gamma}{2}$.

Ερώτηση 5η : Τι λέγεται αριθμητικός μέσος;

Ερώτηση 6η : Ποιοι είναι οι τύποι του αθροίσματος των πρώτων ν όρων αριθμητικής προόδου; Αποδείξτε τους.

Ερώτηση 7η : Πότε μια αριθμητική πρόοδος λέγεται γνησίως αύξουσα;

Ερώτηση 8η : Πότε μια αριθμητική πρόοδος λέγεται γνησίως φθίνουσα;

Ερώτηση 9η : Πότε μια αριθμητική πρόοδος λέγεται σταθερή;

Ερώτηση 10η : Πότε μια ακολουθία λέγεται αρμονική πρόοδος;

Ερώτηση 11η : Ποια είναι η ικανή και αναγκαία συνθήκη για να είναι οι αριθμοί α, β, γ με $\alpha\beta\gamma \neq 0$ διαδοχικοί όροι αρμονικής προόδου. Αποδείξτε την .

Ερώτηση 12η : Ποιος είναι ο τύπος της παρεμβολής μεταξύ των α, β ν όρων ώστε όλοι μαζί να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου;

Ερώτηση 13η : Τι λέγονται αριθμητικοί ενδιάμεσοι;

ΕΠΙΠΕΔΟ 2ο

1.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 1η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:
Οι άρτιοι αριθμοί είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:
Οι αριθμοί α , β , γ που ικανοποιούν την σχέση $\gamma - \beta = \beta - \alpha$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

ΕΡΩΤΗΣΗ 3η

Πως προκύπτει η διαφορά ω μιας αριθμητικής προόδου;

ΕΡΩΤΗΣΗ 4η

Μπορεί ο αριθμητικός μέσος δύο ακεραίων αριθμών να μην είναι ακέραιος αριθμός;

ΕΡΩΤΗΣΗ 5η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:
Τα αθροίσματα των όρων που ισαπέχουν από τα άκρα είναι ίσα.

2.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ - ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ - ΔΙΑΤΑΞΗ

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β). Συνδέστε με μία γραμμή τα στοιχεία των δύο στηλών.

Στήλη (Α)	Στήλη (Β)
$S = \frac{\nu}{2}(\alpha_\nu + \alpha_1)$	Διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου
$\omega = \alpha_{\nu+1} - \alpha_\nu$	Αθροισμα ν πρώτων όρων αριθμητικής προόδου
1,3,5,7,9,11,13,….	Νιοστός όρος
$\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu-1)\,\omega$	Διαφορά αριθμητικής προόδου

Συμπληρώστε τις προτάσεις που ακολουθούν:

α) Μια ακολουθία λέγεται αριθμητική ………………………………………........................

.................……………………………………………………………………………

β) Τρεις αριθμοί χ, ψ, ω είναι ....……………………………………….

αν και μόνο αν $2\psi = \chi + \omega$.

Διαγράψτε αυτά που έρχονται σε αντίθεση με τα δεδομένα ώστε να σχηματίζεται αριθμητική πρόοδος.

α) 1 , 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, ………………..
β) 5, 3, 2 , -1 , -4 , -6, -7 , -9, ………………….

3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

Το σύνολο των ακεραίων αριθμών είναι αριθμητική πρόοδος;

Α		Ναι γιατί $\omega = 1$
Β		Όχι γιατί περιέχονται και αρνητικοί αριθμοί.
Γ		Μόνο μερικές φορές.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Οι πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου

Α		Είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου
Β		Δεν είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου
Γ		Είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου μόνο αν $\hat{B} = 30^o$

ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Ο νιοστός όρος μιας αριθμητικής προόδου είναι

Α		Μεγαλύτερος από τον α_1
Β		Μικρότερος από τον α_1
Γ		Ίσος με τον α_1 όταν $\omega = 0$

ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Ο αριθμητικός μέσος δύο αριθμών α, β είναι το 0 . Τότε οι αριθμοί α , β είναι

Α		ετερόσημοι
Β		ομόσημοι
Γ		Αντίθετοι.

ΕΡΩΤΗΣΗ 5Η

Ο αριθμός 2004 είναι όρος της αριθμητικής προόδου $\alpha_\nu = 5\nu + 4$;

Α		Μόνο όταν $\omega = 4$
Β		Όχι
Γ		Ναι

4.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ: ΠΟΤΕ......ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:ΟΤΑΝ..

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε......	με όταν...

Ερώτηση α)

………μια ακολουθία είναι αριθμητική πρόοδος;

Ερώτηση β)

……… τρείς αριθμοί α ,β ,γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου;

Ερώτηση γ)

……… η διαφορά ω μιας αριθμητικής προόδου είναι θετική;

Ερώτηση δ)

……… συμβολίζουμε με …, χ-2ω,χ-ω,χ,χ+ω,χ+2ω,.. τους όρους μιας αριθμητικής προόδου;

Ερώτηση ε)

……… συμβολίζουμε με …, χ-3ω,χ-ω,χ+ω,χ+3ω,.. τους όρους μιας αριθμητικής προόδου;

Ερωτήσεις του τύπου "Σωστό-Λάθος"

1. * Ο νιοστός όρος $α_ν$ μιας αριθμητικής προόδου με διαφορά ω είναι $α_ν = α_1 + (ν - 1)\,ω$. **Σ** **Λ**

2. * Ο νιοστός όρος $α_ν$ μιας γεωμετρικής προόδου με λόγο λ είναι $α_ν = α_1 \cdot λ^{ν-1}$. **Σ** **Λ**

3. * Το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας αριθμητικής προόδου είναι $S_ν = \dfrac{(α_1 + α_ν)\cdot ν}{2}$. **Σ** **Λ**

4. * Το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας αριθμητικής προόδου είναι $S_ν = \dfrac{\lfloor 2α_1 + (ν-1)ω \rfloor ν}{2}$. **Σ** **Λ**

5. * Αν α, β, γ, διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε $β - α = γ - β$. **Σ** **Λ**

6. * Το άθροισμα $S_ν = 1 + 2 + ... + ν = \dfrac{ν(ν+1)}{2}$. **Σ** **Λ**

7. * Η ακολουθία $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, ...$ είναι αριθμητική πρόοδος. **Σ** **Λ**

8. * Στην αριθμητική πρόοδο 2, 7, 12, 17, ... η διαφορά ω είναι 5. **Σ** **Λ**

9. * Η ακολουθία με $α_{ν+1} = α_ν + 3$ είναι αριθμητική πρόοδος. **Σ** **Λ**

10. * Σε μία αριθμητική πρόοδο με $α_1 = 5$ και $ω = - 3$ είναι $S_ν = \dfrac{(13-3ν)ν}{2}$ **Σ** **Λ**

11. * Η αριθμητική πρόοδος 3, 7, 11, ... έχει $S_ν = 4^ν-1$. **Σ** **Λ**

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Από τις παρακάτω ακολουθίες αριθμητική πρόοδος είναι η

Α. 3, 6, 8, 10, 11, ...

Β. 2, 4, 8, 16, 32, ...

Γ. -3, 1, 5, 9, 13 , ...

Δ. -3, 0, $\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$, ...

Ε. $\frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \frac{2}{11}, \ldots$

2. * Αν η διαφορά μιας αριθμητικής προόδου είναι η μεγαλύτερη ρίζα και ο πρώτος της όρος η μικρότερη ρίζα της εξίσωσης $x^2 - 5x + 6 = 0$, τότε ο $3^{ος}$ όρος της προόδου είναι ο

Α. 7 **Β.** - 5 **Γ.** 5 **Δ.** - 7 **Ε.** 8

3. * Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 3$ και $\alpha_5 = 23$. Τότε η διαφορά ω είναι ίση με

Α. 3 **Β.** 4 **Γ.** 5 **Δ.** 1 **Ε.** 20

4. * Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_{10} = 2$ και $\omega = 3$. Τότε α_1 είναι ίσο με

Α. 5 **Β.** 1 **Γ.** - 1 **Δ.** 6 **Ε.** - 25

5. * Σε μια αριθμητική πρόοδο με πρώτο όρο $\alpha_1 = 3$ και διαφορά $\omega = 4$ έχουμε $\alpha_\nu = 35$. Τότε το πλήθος ν των όρων της είναι

Α. 7 **Β.** 32 **Γ.** 31 **Δ.** 9 **Ε.** 8

6. * Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_8 = 40$ και $\alpha_{20} = -20$. Τότε ο $14^{ος}$ όρος της είναι ίσος με

Α. 5 **Β.** 12 **Γ.** 10 **Δ.** 9 **Ε.** 20

7. * Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 11$ και $\omega = -3$. Τότε οι **θετικοί** της όροι είναι οι

Α. 2 **Β.** 3 **Γ.** 4 **Δ.** 5 **Ε.** όλοι οι όροι της

8. * Ο $10^{ος}$ όρος της αριθμητικής προόδου : $10, 7, 4, \cdots$ είναι

Α. - 14 **Β.** - 20 **Γ.** - 17 **Δ.** - 30 **Ε.** 0

9. * Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 7$ και $\omega = 2$. Τότε **δεν** είναι όρος της ο

Α. 15 **Β.** 11 **Γ.** 25 **Δ.** 21 **Ε.** 12

10. * Η ακολουθία με γενικό όρο $\alpha_\nu = 3\nu + 2$ είναι αριθμητική πρόοδος με διαφορά ω ίση με

Α. 5 **Β.** 2 **Γ.** - 1 **Δ.** 3 **Ε.** 10

11. * Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 8$ και $\omega = 3$. Τότε ο νιοστός της όρος είναι ίσος με

Α. $\alpha_\nu = 8\nu + 3$ **Β.** $\alpha_\nu = 3\nu + 8$ **Γ.** $\alpha_\nu = 3\nu + 5$

Δ. $\alpha_\nu = 5\nu + 3$ **Ε.** $\alpha_\nu = \nu + 11$

12. ** Ένας μαθητής ύψους 1,7 m στέκεται μπροστά σε μια σκάλα, κάθε σκαλοπάτι της οποίας έχει ύψος 18 cm.

α) Το πρώτο σκαλοπάτι της σκάλας, που βρίσκεται σε μεγαλύτερο ύψος από το μαθητή, είναι το

Α. όγδοο **Β.** δέκατο **Γ.** ενδέκατο **Δ.** δωδέκατο **Ε.** εικοστό

β) Δεν υπάρχει σκαλοπάτι που να βρίσκεται σε ύψος από το έδαφος

Α. 36 cm   **Β.** 54 cm   **Γ.** 72 cm   **Δ.** 1,44 m   **Ε.** 1,56 m

13. ** Η αριθμητική πρόοδος: $\alpha, \alpha+2c, \alpha+4c, \cdots$ είναι γνησίως αύξουσα όταν

Α. $\alpha>0$ **Β.** $c\neq 0$ **Γ.** $c<0$ **Δ.** $c>0$ **Ε.** πάντοτε

14. ** Αν σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_4 = x$ και $\alpha_6 = y$, τότε η διαφορά ω είναι ίση με

Α. $\frac{x+y}{2}$ **Β.** $\frac{x-y}{2}$ **Γ.** $y-\frac{x}{2}$ **Δ.** $\frac{y-x}{2}$ **Ε.** $\frac{y}{2}-x$

15. * Η διαφορά της αριθμητικής προόδου : $\alpha+\beta, \alpha, \alpha-\beta, \cdots$ είναι

Α. α **Β.** β **Γ.** 2β **Δ.** $-\alpha$ **Ε.** $-\beta$

16. * Από τις παρακάτω τριάδες **δεν** αποτελείται από διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου η

Α. 5, 20, 35   **Β.** - 5, 0, 5   **Γ.** 45, 20, - 5

Δ. 5, -10, -25   **Ε.** - 5, 20, 35

17. *Αν οι αριθμοί 3k, k + 4, k - 1 είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε ο k είναι ίσος με

Α. 4   **Β.** 2   **Γ.** 5   **Δ.** 4,5   **Ε.** 1,5

18. * Αν τρεις ακέραιοι αριθμοί είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, έχουν άθροισμα 21 και γινόμενο 280, τότε αυτοί είναι

Α. 2, 10, 14   **Β.** 5, 7, 9   **Γ.** 4, 7, 10

Δ. 1, 7, 13   **Ε.** - 4, 7, - 10

19. * Αν οι αριθμοί x, y, z είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε ισχύει

Α. $y = x + z$ **Β.** $z = x + y$ **Γ.** $z = x + 2y$

Δ. $z - y = y - x$ **Ε.** $z - x = 2y$

20. * Αν οι $\gamma, \alpha+\beta, \alpha-\beta$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε

Α. $\sqrt{21}$ **Β.** $\gamma = \beta - \alpha$ **Γ.** $\gamma = \alpha + 2\beta$ **Δ.** $\gamma = \alpha + 3\beta$ **Ε.** $\gamma = \alpha + 4\beta$

21. * Αν οι αριθμοί $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε

Α. $\frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\gamma}{2}$ **Β.** $\frac{1}{\beta} = \frac{2}{\alpha+\gamma}$ **Γ.** $\frac{2}{\beta} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\gamma}$

Δ. $\frac{\beta}{2} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\gamma}$ **Ε.** $\frac{1}{\beta} = \frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\gamma}$

22. * Από τις επόμενες τετράδες **δεν** αποτελείται από διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου η

Α. 2, 5, 8, 11 **Β.** - 13, - 9, - 5, - 1 **Γ.** 8, 18, 38, 58

Δ. - 6, - 1, 4, 9 **Ε.** - 4, - 2, 0, 2

23. * Αν οι $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις **δεν** είναι σωστή;

Α. $\beta+\gamma=\alpha+\delta$ **Β.** $\alpha+\gamma=2\beta$ **Γ.** $\beta+\delta=2\gamma$

Δ. $\delta-\gamma=\beta-\alpha$ **Ε.** $\alpha+\beta+\gamma=\delta$

24. * Ο 15 είναι ο αριθμητικός μέσος των αριθμών

Α. 5 και 20 **Β.** -5 και -25 **Γ.** -9 και -21 **Δ.** 9 και 21 **Ε.** 9 και -21

25. * Στην αριθμητική πρόοδο: 5, 9, 13, 17, 21, 25 αριθμητικός μέσος είναι ο

Α. 18 **Β.** 20 **Γ.** 30 **Δ.** 15 **Ε.** 90

26. * Οι διάφοροι του μηδενός πραγματικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Ποια από τις παρακάτω τριάδες **δεν** αποτελείται από διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου;

Α. γ, β, α **Β.** $-\alpha, -\beta, -\gamma$ **Γ.** $2\alpha, 2\beta, 2\gamma$

Δ. $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ **Ε.** $-\frac{\gamma}{3}, -\frac{\beta}{3}, -\frac{\alpha}{3}$

27. * Αν σε μια αριθμητική πρόοδο έχουμε $\alpha_1=5$ και $\omega=5$, τότε το άθροισμα των 4 πρώτων όρων της είναι

Α. 18 **Β.** 43 **Γ.** 50 **Δ.** 20 **Ε.** 89

28. * Σε μια αριθμητική πρόοδο τα αθροίσματα $S_6=93$ και $S_5=90$. Τότε ισχύει

Α. $\omega=3$ **Β.** $\alpha_1=3$ **Γ.** $\alpha_5=3$ **Δ.** $\alpha_6=3$ **Ε.** $S_4=3$

29. * Τα πολλαπλάσια του 3 μεταξύ του 5 και του 35 είναι

Α. 3 **Β.** 5 **Γ.** 8 **Δ.** 10 **Ε.** 30

20. * Μια ακολουθία $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \cdots, \alpha_\nu$ είναι αριθμητική πρόοδος αν

Α. η διαφορά δυο οποιωνδήποτε όρων της είναι σταθερός πραγματικός αριθμός

Β. η διαφορά μεταξύ πρώτου και τελευταίου όρου της είναι σταθερός αριθμός

Γ. οι διαφορές των διαδοχικών όρων της είναι ίδιοι πραγματικοί αριθμοί

Δ. οι διαφορές των διαδοχικών όρων της είναι ίδιοι θετικοί πραγματικοί αριθμοί

Ε. το άθροισμα των όρων της είναι σταθερός πραγματικός αριθμός.

31. * Σε μια αριθμητική πρόοδο με διαφορά ω , το άθροισμα δυο όρων της που ισαπέχουν από τα άκρα της είναι

Α. Πολλαπλάσιο της διαφοράς ω .
Β. Παίρνει τιμές που εξαρτώνται από την τάξη των όρων αυτών.
Γ. Ίσο με το πλήθος ν.
Δ. Ίσο με το άθροισμα των άκρων όρων της προόδου.
Ε. Ίσο με τον αριθμητικό μέσο της.

32. * Σε μια αριθμητική πρόοδο με διαφορά ω > 0 ισχύει

Α. $\alpha_4 = \alpha_1 + \alpha_3$ **Β.** $\alpha_4 = \alpha_1 + 4\omega$ **Γ.** $\alpha_3 = \alpha_4 - \omega$
Δ. $\alpha_4 = \alpha_3 - \omega$ **Ε.** $\alpha_4 + \alpha_3 = \alpha_7$

33. * Αν για τους όρους μιας ακολουθίας (α_ν) ισχύει $\alpha_{\nu+1} = \alpha_\nu + c$, όπου c σταθερός πραγματικός αριθμός, τότε

Α. η (α_ν) είναι αριθμ. πρόοδος **Β.** η (α_ν) είναι γν. αύξουσα **Γ.** $c = 1$
Δ. όλοι οι όροι είναι ομόσημοι **Ε.** όλοι οι όροι της είναι ίσοι

34. * Σε κάθε αριθμητική πρόοδο η διαφορά ω είναι

Α. θετικός ρητός **Β.** σταθερός ακέραιος **Γ.** $\neq 0$
Δ. ίσος με ν **Ε.** σταθερός πραγματικός

35. * Αν οι αριθμοί x, y, z είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε

Α. $2x = y + z$ **Β.** $2z = x + y$ **Γ.** $2y = x + z$
Δ. $y^2 = x^2 + z^2$ **Ε.** $2y = x \cdot z$

36. * Σε μια αριθμητική πρόοδο το άθροισμα S_ν των **ν** πρώτων όρων της είναι

Α. $(\alpha_\nu - \alpha_1)\frac{\nu}{2}$ **Β.** $(\alpha_\nu + \alpha_1)\frac{\omega}{2}$ **Γ.** $(\alpha_\nu + \alpha_1)\frac{\nu}{2}$
Δ. $(\alpha_\nu - \alpha_1)\frac{\omega}{2}$ **Ε.** $(\alpha_\nu + \nu\omega)\frac{\nu}{2}$

37. * Σε μια αριθμητική πρόοδο το άθροισμα S_ν των **ν** πρώτων όρων της είναι

Α. $\left[2\alpha_1 + (\nu - 1)\right]\frac{\nu}{2}$ **Β.** $\left[2\alpha_1 + \nu\omega\right]\frac{\nu}{2}$ **Γ.** $\left[\alpha_1 + (\nu - 1)\omega\right]\frac{\nu}{2}$
Δ. $\left[2\alpha_1 + (\nu - 1)\omega\right]\frac{\nu}{2}$ **Ε.** $(\alpha_\nu + \nu\omega)\frac{\nu}{2}$

Ερωτήσεις συμπλήρωσης

1. * Να γράψετε τους όρους που λείπουν στις παρακάτω αριθμητικές προόδους

α) 5, 8 , … , 14 , 17 , … , … , 26 .

β) 7, … , … , 25 .

γ) k , 2k + 3 , … , 4k + 9 , … .

δ) x , … , 5x + 2 , 7x + 3 , … , … .

2. * Να συμπληρώσετε τον πίνακα με τους όρους που λείπουν στις παρακάτω ακολουθίες.

Ακολουθία με αναδρομικό τύπο	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
α) $\alpha_{\nu+1} = \alpha_\nu + 2\nu$	…	…	3	…	…
β) $\alpha_{\nu+1} = 2\alpha_\nu + 1$	…	…	…	- 13	…

3. * Να γράψετε τους όρους που λείπουν στις παρακάτω αριθμητικές προόδους

α)	11	15	…	23	…
β)	…	…	20	29	38
γ)	4	…	18	…	32
δ)	…	33	…	65	…

4. ** Να γράψετε τους όρους που λείπουν στις παρακάτω αριθμητικές προόδους

α)	10	…	70			
β)	10	…	…	70		
γ)	10	…	…	…	70	
δ)	10	…	…	…	…	70

5. ** Να γράψετε τους όρους που λείπουν έτσι ώστε κάθε γραμμή να είναι αριθμητική πρόοδος

α)	$x + y$	x - y	…	…	…
β)	…	x - y	…	$x + y$	…
γ)	…	x - 3y	…	…	x + 3y
δ)	x + 3y	…	…	…	x - 3y

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. * Συνδέστε κατάλληλα κάθε αριθμητική πρόοδο της στήλης Α με το νιοστό όρο της, που υπάρχει στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
1) $\alpha_1 = 2 \quad , \quad \omega = 3$	**Α)** $\alpha_\nu = 4\nu - 14$ **Β)** $\alpha_\nu = 5\nu - 10$

2) $\alpha_1 = 24 \quad , \quad \omega = -3$	**Γ)** $\alpha_\nu = 3\nu - 1$
	Δ) $\alpha_\nu = -3\nu + 27$
3) $\alpha_1 = -10 \quad , \quad \omega = 4$	**Ε)** $\alpha_\nu = 6\nu + 1$

2. * Να αντιστοιχίσετε σε κάθε αριθμητική πρόοδο της στήλης Α το άθροισμα S_ν των ν πρώτων όρων της, που υπάρχει στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
	Α) $S_\nu = \frac{-3\nu + 51}{2} \cdot \nu$
1) $\alpha_1 = 2, \ \omega = 3$	
	Β) $S_\nu = (\nu + 2) \cdot \nu$
2) $\alpha_1 = 24, \ \omega = -3$	**Γ)** $S_\nu = \frac{3\nu + 1}{2} \cdot \nu$
	Δ) $S_\nu = 2 \cdot (\nu - 6) \cdot \nu$
3) $\alpha_1 = -10, \ \omega = 4$	
	Ε) $S_\nu = (2\nu - 1) \cdot \nu$

3. ** Συνδέστε κατάλληλα κάθε αριθμητική πρόοδο της στήλης Α με τη διαφορά της, που υπάρχει στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
	Α) 1
1) $\alpha_4 = \alpha_1 + 3$	
	Β) - 1
2) $\alpha_7 = \alpha_1 - 6$	**Γ)** 2
	Δ) - 2
3) $\alpha_{\nu+1} = \alpha_\nu + 3$	
	Ε) 3
4) $\alpha_{\nu+1} = \alpha_{\nu-1} - 4$	**ΣΤ) -** 3

4. ** Να αντιστοιχίσετε σε κάθε τριάδα διαδοχικών όρων αριθμητικής προόδου της στήλης Α, την τιμή που πρέπει να πάρει το x της στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β

1) 2 , x + 1 , 12	**Α)** x = 5
	Β) x = 16
2) 3 + x , 15 , 22	**Γ)** x = 2
	Δ) x = 6
3) 14 , 9 + x , 20 + x	**Ε)** x = 0

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1 * Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 6$ και $\alpha_{12} = 94$. Να βρείτε τη διαφορά ω και τον $10^{\text{ο}}$ όρο της προόδου.

5. ** Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 3$ και $\omega = 7$.
α) Να βρείτε το πλήθος ν των πρώτων όρων της προόδου που δίνουν άθροισμα ίσο με 679.
β) Ποιος θα είναι ο τελευταίος όρος α_ν σ' αυτή την περίπτωση;

6. ** Σε μια αριθμητική πρόοδο το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της είναι $S_{20} = 610$ και το άθροισμα των 12 πρώτων όρων της $S_{12} = 222$. Να βρείτε τη διαφορά ω και τον $1^{\text{ο}}$ όρο της .

7. ** Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο στην οποία
α) το άθροισμα του $1^{\text{ου}}$ και του $5^{\text{ου}}$ όρου είναι -2, ενώ το άθροισμα του $2^{\text{ου}}$ και του $6^{\text{ου}}$ είναι 2
β) το άθροισμα του $2^{\text{ου}}$ και του $4^{\text{ου}}$ όρου είναι 7, ενώ το γινόμενο των ίδιων όρων είναι 10.

8. ** Σε μια αριθμητική πρόοδο ο $2^{\text{ος}}$ και ο $8^{\text{ος}}$ όρος διαφέρουν κατά 24, ενώ το άθροισμα του $12^{\text{ου}}$ και του $4^{\text{ου}}$ όρου είναι 70.
α) Να βρείτε την πρόοδο, αν είναι γνωστό ότι είναι γνησίως φθίνουσα.
β) Ποιο είναι το άθροισμα των όρων της που βρίσκονται μεταξύ του $8^{\text{ου}}$ και του $25^{\text{ου}}$ όρου της στην περίπτωση αυτή;

9. ** Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο της οποίας το άθροισμα των 3 πρώτων της όρων είναι ίσο με -3 και άθροισμα των 5 πρώτων όρων ίσο με 10.

10. ** Να βρείτε το άθροισμα των 4 πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου με $\alpha_6 = 8, \alpha_4 = 4$.

11. ** Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο αν ο $2^{\text{ος}}$ και ο $7^{\text{ος}}$ όρος έχουν γινόμενο 100 και οι μεταξύ τους όροι έχουν άθροισμα 50

12. ** Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_9 = 15$ και $S_{12} = 165$.
α) Να βρείτε τον $5^{ο}$ όρο της προόδου και
β) το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.

13. ** α) Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο αν $\alpha_3 = 11$ και $\alpha_6 = 23$
β) Πόσοι πρώτοι όροι της έχουν άθροισμα που **δεν** υπερβαίνει το 210;

14. ** Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο στην οποία ο $4^{ος}$ και ο $8^{ος}$ όρος της έχουν άθροισμα 18, ενώ το άθροισμα των κύβων των όρων αυτών είναι 3.402.

15. * Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha, \beta, \gamma \in \Re$ οι αριθμοί $(\alpha+\beta)^2, \alpha^2+\beta^2$ και $(\alpha-\beta)^2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

16. * Αν οι αριθμοί $\frac{2}{\beta+\gamma}, \frac{2}{\gamma+\alpha}, \frac{2}{\alpha+\beta}$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να δείξετε ότι το ίδιο ισχύει και για τους $\alpha^2, \beta^2, \gamma^2$.

17. ** Αν οι αριθμοί $\alpha, \beta, \gamma \in \Re$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου
α) δείξτε ότι οι αριθμοί $\alpha^2 - \beta\cdot\gamma$, $\beta^2 - \alpha\cdot\gamma$, $\gamma^2 - \alpha\cdot\beta$ είναι επίσης διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου
β) να βρείτε τον λόγο των διαφορών των δυο προόδων αυτών.

18. ** α) Αν οι αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου δείξτε ότι: $\alpha - \beta = \beta - \gamma$.
β) Αν οι αριθμοί $\frac{\beta+\gamma-\alpha}{\alpha}, \frac{\gamma+\alpha-\beta}{\beta}, \frac{\alpha+\beta-\gamma}{\gamma}$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, δείξτε ότι οι $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ είναι επίσης διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

19. ** Να βρείτε τρεις διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου, οι οποίοι έχουν *άθροισμα* 33 και *γινόμενο* 440.

20. ** Να βρείτε τέσσερις διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου, οι οποίοι έχουν *άθροισμα* 16 και *γινόμενο άκρων* όρων 7.

21. ** Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο αν $S_5 = \frac{S_{10} - S_5}{2}$ και $\alpha_1 = 1$.

22. ** Να βρείτε πόσα πολλαπλάσια του 7 περιέχονται μεταξύ του 15 και του 300.

23. ** Να βρείτε το πλήθος και το άθροισμα
α) των διψήφιων περιττών αριθμών
β) των διψήφιων αρτίων αριθμών
γ) των διψήφιων φυσικών αριθμών
δ) των διψήφιων πολλαπλασίων του 4.

24. ** α) Ποιο είναι το άθροισμα των 7 πρώτων όρων της προόδου: 3, 5, 7, 9, ... ;
β) Πόσους διαδοχικούς πρώτους όρους της προόδου αυτής πρέπει να προσθέσουμε, για να πάρουμε άθροισμα 99;

25. ** Μεταξύ των αριθμών 4 και 34 να παρεμβάλετε άλλους αριθμούς, ώστε να δημιουργηθεί μια αριθμητική πρόοδος με 11 όρους.

26. ** Πόσους αριθμούς πρέπει να παρεμβάλουμε μεταξύ του 5 και του 50 ώστε ο τελευταίος από τους αριθμούς αυτούς να είναι 3πλάσιος από τον δεύτερο τους;

27. ** Να βρείτε τις γωνίες ενός ορθογωνίου τριγώνου, αν γνωρίζετε ότι είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

28. ** Αν τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, δείξτε ότι είναι ανάλογα των αριθμών 3, 4, 5.

29. ** Σε μια ευθεία θεωρούμε τα διαδοχικά σημεία Α,Β,Γ,Δ,Ε ώστε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΔΕ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Αν ΑΓ = 16 cm και ΓΕ = 24 cm να βρείτε τα μήκη των ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΔΕ .

30. ** Αν οι πλευρές α, β και γ τριγώνου ΑΒΓ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να δείξτε ότι και τα ημΑ, ημΒ και ημΓ είναι επίσης διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Ποιος ο λόγος των διαφορών των δυο αυτών προόδων;

32. ** Να βρείτε το άθροισμα των ν πρώτων όρων της ακολουθίας:

1 , - 3 , 5 , - 7 , 9 , -11 , ...

33. ** Στις προόδους (α_ν):17, **21**, 25, ... και (β_ν):16 , **21** , 26,... εμφανίζονται κοινοί όροι (όπως ο **21**).

α) Να βρείτε τον επόμενο κοινό τους όρο.

β) Να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων κοινών όρων τους.

34. ** Να βρείτε τα αθροίσματα:

α) $2+5+8+11+\cdots+(2+3\nu)$ και β) $3+5+7+\cdots+(3+2\nu)$.

35. ** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $(x+2)+(x+5)+(x+8)+\cdots+(x+29)=165$.

β) $1+7+13+\cdots+x=280$ με $x > 0$

36. ** Ο νιοστός όρος μιας ακολουθίας είναι $\alpha_\nu=3\nu+2$.

α) Να βρείτε τον επόμενο όρο $\alpha_{\nu+1}$

β) Να αποδείξετε ότι η ακολουθία αυτή είναι αριθμητική πρόοδος

γ) Να βρείτε το άθροισμα των 30 πρώτων όρων της

δ) Να βρείτε την τάξη του όρου της που είναι ίσος με 62

(Μπορούν να γίνουν και ανάλογα προβλήματα για $\alpha_\nu=4\nu-2$ ή $\alpha_\nu=-3\nu+13$ ή $\alpha_\nu=-4\nu+19$ κ.λ.π.)

37. ** Μιας ακολουθίας το άθροισμα των ν πρώτων όρων της είναι $S_\nu=3\nu^2+\nu$.

α) Να βρείτε το άθροισμα των (ν-1) πρώτων όρων της

β) Να βρείτε τον νιοστό της όρο

γ) Να βρείτε τον όρο $\alpha_{\nu+1}$

δ) Να αποδείξετε ότι η ακολουθία αυτή είναι αριθμητική πρόοδος

ε) Να βρείτε την τάξη του όρου της που είναι ίσος με 100

(Μπορούν να γίνουν και ανάλογα προβλήματα για $S_\nu=2\nu^2+3\nu$ ή $S_\nu=4\nu^2-3\nu$ ή $S_\nu=-\nu^2+2\nu$ κ.λ.π.)

38. ** Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο της οποίας το άθροισμα των ν πρώτων όρων, για κάθε φυσικό αριθμό ν, είναι $S_\nu=\dfrac{\nu\cdot(\nu+1)}{2}$.

39. ** Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο της οποίας το άθροισμα των ν πρώτων όρων, για κάθε φυσικό αριθμό ν, είναι $S_\nu=2\nu^2$.

40. ** Α. Αν α_ν, β_ν δυο αριθμητικές πρόοδοι με διαφορές ω_1, ω_2 αντίστοιχα και για κάθε ν είναι $\beta_\nu \neq 0$, εξετάστε σε ποια περίπτωση σχηματίζεται αριθμητική πρόοδος.

α) $\alpha_{2\nu+1}$ στ) $\alpha_\nu + \beta_\nu$

β) $|\alpha_\nu|$ ζ) $\alpha_\nu - \beta_\nu$

γ) $2\alpha_\nu + 3$ η) $2\alpha_\nu + 3\beta_\nu$

δ) $(\alpha_\nu)^2$ θ) $\alpha_\nu \cdot \beta_\nu$

ε) $\frac{1}{\beta_\nu}$ ι) $\frac{\alpha_\nu}{\beta_\nu}$

Β. Στις περιπτώσεις που σχηματίζεται αριθμητική πρόοδος, βρείτε την αντίστοιχη νέα διαφορά.

41. ** α) Αν α_μ, α_k είναι οι όροι τάξεως μ, k αντιστοίχως μιας αριθμητικής προόδου, δείξτε ότι ισχύει: $\alpha_\mu = \alpha_k + (\mu - k)\omega$.

β) Δείξτε ότι σε κάθε αριθμητική πρόοδο α_1, α_2, ... , α_ν οι όροι α_ρ και $\alpha_{\nu-\rho+1}$ ισαπέχουν από τα άκρα α_1 και α_ν.

γ) Δείξτε ότι σε κάθε αριθμητική πρόοδο α_1, α_2, ... , α_ν οι όροι που ισαπέχουν από τα άκρα, έχουν άθροισμα ίσο με το άθροισμα των άκρων όρων.

42. ** Ένας αγρότης, για μια γεώτρηση στο κτήμα του, συμφώνησε τα εξής με τον ιδιοκτήτη του γεωτρύπανου: το σκάψιμο του πρώτου μέτρου θα στοιχίσει 2.000 δρχ. και για κάθε επί πλέον μέτρο το κόστος σκαψίματος θα είναι κατά 500 δρχ. μεγαλύτερο από το κόστος σκαψίματος του προηγουμένου μέτρου.

Συμπληρώστε τον πίνακα:

Ι. i)

Βάθος	1ο m	2ο m	4ο m	…
Κόστος μέτρου	2.000 δρχ.	2.500 δρχ.	…	7.500 δρχ.
Κόστος γεώτρησης	2.000 δρχ.	4.500 δρχ.	…	…

ii) Το βάθος στο οποίο το κόστος του μέτρου υπερβαίνει τις 5.000 δρχ. είναι

Α. 3 m **Β.** 5 m **Γ.** 6 m **Δ.** 7 m **Ε.** 8 m

iii) Το βάθος στο οποίο το κόστος της γεώτρησης δεν υπερβαίνει τις 20.000 δρχ. είναι

Α. 12 m **Β.** 10 m **Γ.** 8 m **Δ.** 7 m **Ε.** 6 m

iv) Με 30.000 δρχ. η γεώτρηση θα φθάσει σε βάθος

Α. 4 m **Β.** 5 m **Γ.** 6 m **Δ.** 8 m **Ε.** 10 m

ΙΙ. i) Πόσο κοστίζει το $25^{ο}$ μέτρο της γεώτρησης αυτής;

ii) Πόσο κοστίζει συνολικά η γεώτρηση αν φθάσει τα 60 m βάθος;

iii) Ένας δεύτερος αγρότης κάνει μια γεώτρηση του ίδιου βάθους και πληρώνει 18.000 δρχ. για κάθε μέτρο της. Πόσα μέτρα είναι το βάθος των γεωτρήσεων αν ξέρουμε ότι ο πρώτος έδωσε λιγότερα χρήματα;

43. ** Ένα κερί καίγεται με σταθερό ρυθμό. Στο τέλος της $1^{ης}$ ώρας είχε ύψος 36 cm, στο τέλος της $2^{ης}$ 33 cm, στο τέλος της $3^{ης}$ 30 cm κ.λπ.

I.	i) Οι τιμές του ύψους του κεριού στο τέλος κάθε ώρας αποτελούν αριθμητική πρόοδο με διαφορά ω = 3	**Σ**	**Λ**
	ii) Οι τιμές του ύψους του κεριού στο τέλος κάθε ώρας αποτελούν αριθμητική πρόοδο με πρώτο όρο $\alpha_1 = 36$	**Σ**	**Λ**
	iii) Το ύψος του κεριού στο τέλος κάθε ώρας θα είναι πολλαπλάσιο του 3	**Σ**	**Λ**
	iv) Στο τέλος της $5^{ης}$ ώρας το ύψος του κεριού θα είναι μικρότερο από 20 μέτρα	**Σ**	**Λ**
	v) Μετά από 15 ώρες το κερί δεν θα έχει λειώσει τελείως	**Σ**	**Λ**

II. i) Ποια από τις παρακάτω τριάδες είναι ύψη του κεριού στο τέλος τριών διαδοχικών ωρών:

Α. 21 , 23 , 25 **Β.** 18 , 20, 22 **Γ.** 24 , 25 , 26
Δ. 15 , 21, 27 **Ε.** 15 , 18 , 21

ii) Στο τέλος της $6^{ης}$ ώρας το ύψος του κεριού θα είναι

Α. 25 cm **Β.** 20 cm **Γ.** 18 cm **Δ.** 21 cm **Ε.** 24 cm

iii) Το ύψος του κεριού θα γίνει μικρότερο από 18 cm στο τέλος της

Α. $4^{ης}$ ώρας **Β.** $6^{ης}$ ώρας **Γ.** $8^{ης}$ ώρας **Δ.** $10^{ης}$ ώρας **Ε.** $12^{ης}$ ώρας

iv) Το κερί θα λειώσει τελείως μετά από

Α. 25 ώρες **Β.** 20 ώρες **Γ.** 18 ώρες **Δ.** 15 ώρες **Ε.** 12 ώρες

v) Το ύψος που θα έπρεπε να έχει το κερί, για να λειώσει τελείως μετά από 24 ώρες είναι

Α. 59 cm **Β.** 66 cm **Γ.** 68 cm **Δ.** 69 cm **Ε.** 72 cm

III. α) Πόσο θα είναι το ύψος του στο τέλος της $8^{ης}$ ώρας;
β) Στο τέλος ποιας ώρας θα έχει ύψος 9 cm;
γ) Πόσο ήταν το ύψος την στιγμή που το ανάψαμε;
δ) Πόσες ώρες θα μείνει αναμμένο;

44. ** Σ' έναν ουρανοξύστη 17 ορόφων, τα γραφεία του ιδίου ορόφου έχουν το ίδιο ενοίκιο. Κάθε γραφείο του πρώτου ορόφου ενοικιάζεται 55.000 δρχ. το μήνα. Κάθε γραφείο ενός ορόφου ενοικιάζεται 3.500 δρχ. το μήνα ακριβότερα από ένα γραφείο του προηγουμένου ορόφου.

α) Ποιο είναι το μηνιαίο ενοίκιο ενός γραφείου του πέμπτου ορόφου;

β) Πόσο ακριβότερο είναι ένα γραφείο του $15^{ου}$ ορόφου από ένα του $7^{ου}$ ορόφου;

γ) Σε ποιους ορόφους το ενοίκιο ξεπερνά τις 100.000 δρχ. το μήνα;

δ) Αν το πλήθος των γραφείων ενός ορόφου είναι μικρότερο κατά 2 από το πλήθος των γραφείων του αμέσως προηγουμένου ορόφου και ο $17^{ος}$ όροφος έχει 12 γραφεία, πόσα γραφεία έχει ο πρώτος όροφος;

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ

Σε χρόνο 2-3 λεπτών λέμε έναν αστείο συνειρμό ή σχολιάζουμε μια επίκαιρη ευχάριστη είδηση.

ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

1) Άσκηση 1ι), 1ν) σελίδα **130**σχολικό βιβλίο
2) Άσκηση 3ι) σχολικού βιβλίου σελίδα **130**.
3)Ασκήσεις 7 σχολικού βιβλίου σελίδες **130**.
4)Ασκήσεις 2 β΄ ομάδα σχολικού βιβλίου σελίδες **130**.
5)Ασκήσεις 3 β΄ ομάδα σχολικού βιβλίου σελίδες 98.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ

1. Να βρείτε τους τέσσερις πρώτους όρους των παρακάτω ακολουθιών και να παραστήσετε σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων τα αντίστοιχα σημεία.

α. $\alpha_\nu = 4\nu + 3$

β. $\alpha_\nu = 2 + (-1)^\nu$

γ. $\alpha_\nu = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{\nu\cdot(\nu+1)}$

δ. $\alpha_1 = 0,\ \alpha_{\nu+1} = \frac{2}{3\alpha_\nu + 1}$

2. Να βρείτε τον αναδρομικό τύπο των ακολουθιών :

α. $\alpha_\nu = 2\nu - 3$

β. $\beta_\nu = 5\cdot 3^\nu$

Επιμέλεια αρχείου: **Ηλίας Ράιδος** Καθηγητής Μαθηματικών. E-mails:**raidosi@yahoo.gr**
http://blogs.sch.gr/iraidos/ **iraidos@gmail.com**

γ. $\gamma_\nu = 1 + 2^\nu$

3. Να βρείτε το γενικό τύπο των ακολουθιών :

α. $\alpha_{\nu+1} = 1 + \alpha_\nu$, $\alpha_1 = -1$

β. $\beta_{\nu+1} = 3\cdot\beta_\nu$, $\beta_1 = 15$

γ. $\gamma_{\nu+1} = \gamma_\nu + 2\nu$, $\gamma_1 = 3$

4. Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 6$ και $\alpha_{12} = 94$. Να βρείτε τη διαφορά ω και τον 10^o όρο της προόδου.

5. Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 3$ και $\omega = 7$.

α. Να βρείτε το πλήθος ν των πρώτων όρων της προόδου που δίνουν άθροισμα ίσο με 679.

β. Ποιος θα είναι ο τελευταίος όρος α_ν σ’ αυτή την περίπτωση;

6. Σε μια αριθμητική πρόοδο το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της είναι $S_{20} = 610$ και το άθροισμα των 12 πρώτων όρων της $S_{12} = 222$. Να βρείτε τη διαφορά ω και τον 1^o όρο της.

7. Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο στην οποία :

α. Το άθροισμα του $1^{ου}$ και του $5^{ου}$ όρου είναι -2, ενώ το άθροισμα του $2^{ου}$ και του $6^{ου}$ όρου είναι 2.

β. Το άθροισμα του $2^{ου}$ και του $4^{ου}$ όρου είναι 7, ενώ το γινόμενο των ίδιων όρων είναι 10.

8. Σε μια αριθμητική πρόοδο ο $2^{ος}$ και ο $8^{ος}$ όρος διαφέρουν κατά 24, ενώ το άθροισμα του $12^{ου}$ και του $4^{ου}$ όρου είναι 70.

α. Να βρείτε την πρόοδο, αν είναι γνωστό ότι ειναι γνησίων φθίνουσα.

β. Ποιο το άθροισμα των όρων της που βρίσκονται μεταξύ του $8^{ου}$ και του 25 όρου της στην περίπτωση αυτή;

9. Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο της οποίας το άθροισμα των 3 πρώτων όρων της είναι ίσο με -3 και άθροισμα των 5 πρώτων όρων ίσο με 10.

10. Να βρείτε το άθροισμα των 4 πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου με $\alpha_6 = 8$, $\alpha_4 = 4$.

11. Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο αν ο 2ος και ο 7ος όρος έχουν γινόμενο 100 και οι μεταξύ τους όροι έχουν άθροισμα 50.

12. Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_9 = 15$ και $S_{12} = 165$.

α. Να βρείτε τον 5ο όρο της προόδου και

β. Το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.

13. **α.** Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο αν $\alpha_3 = 11$ και $\alpha_6 = 23$.

β. Πόσοι πρώτοι όροι της έχουν άθροισμα που δεν υπερβαίνει το 210;

14. Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο στην οποία ο 4ος και ο 8ος όρος της έχουν άθροισμα 18, ενώ το άθροισμα των κύβων των όρων αυτών είναι 3402.

15. Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha, \beta, \gamma \in$ ο αριθμοί $(\alpha + \beta)^2$, $\alpha^2 + \beta^2$ και $(\alpha - \beta)^2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

16. Αν οι αριθμοί $\frac{2}{\beta+\gamma}$, $\frac{2}{\gamma+\alpha}$, $\frac{2}{\alpha+\beta}$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να δείξετε ότι το ίδιο ισχύει και για τους όρους α^2, β^2, γ^2.

17. Αν οι αριθμοί $\alpha, \beta, \gamma \in$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου :

α. Δείξτε ότι οι αριθμοί $\alpha^2 - \beta\gamma$, $\beta^2 - \alpha\gamma$, $\gamma^2 - \alpha\beta$ είναι επίσης διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

β. Να βρείτε τον λόγο των διαφορών των δύο προόδων αυτών.

18. **α.** Αν οι αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου δείξτε ότι : $\alpha - \beta = \beta - \gamma$.

β. Αν οι αριθμοί $\frac{\beta+\gamma-\alpha}{\alpha}$, $\frac{\gamma+\alpha-\beta}{\beta}$, $\frac{\alpha+\beta-\gamma}{\gamma}$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$, δείξτε ότι οι $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$, $\frac{1}{\gamma}$ είναι επίσης διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

19. Να βρείτε τρεις διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου, οι οποίοι έχουν άθροισμα 33 και γινόμενο 440.

20. Να βρείτε τέσσερις διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου, οι οποίοι έχουν άθροισμα 16 και γινόμενο άκρων όρων 7.

21. Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο αν $S_5 = \frac{S_{10} - S_5}{2}$ και $\alpha_1 = 1$.

22. Να βρείτε πόσα πολλαπλάσια του 7 περιέχονται μεταξύ του 15 και του 300.

23. Να βρείτε το πλήθος και το άθροισμα :

α. Των διψήφιων περιττών αριθμών.

β. Των διψήφιων άρτιων αριθμών.

γ. Των διψήφιων φυσικών αριθμών.

δ. Των διψήφιων πολλαπλασίων του 4.

24. **α.** Ποιο είναι το άθροισμα των 7 πρώτων όρων της προόδου 3, 5, 7, 9, ... ;

β. Πόσους διαδοχικούς πρώτους όρους της προόδου αυτής πρέπει να προσθέσουμε, ώστε να πάρουμε άθροισμα 99;

25. Μεταξύ των αριθμών 4 και 34 να παρεμβάλετε άλλους αριθμούς, ώστε να δημιουργηθεί μια αριθμητική πρόοδος με 11 όρους.

26. Πόσους αριθμούς πρέπει να παρεμβάλουμε μεταξύ του 5 και του 50, ώστε οι τελευταίος από τους αριθμούς αυτούς να είναι 3πλάσιος από τον δεύτερο και όλοι οι αριθμοί να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητική προόδου;

27. Να βρείτε τις γωνίες ενός ορθογωνίου τριγώνου, αν γνωρίζετε ότι είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

28. Αν τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, δείξτε ότι είναι ανάλογα των αριθμών 3, 4, 5.

29. Σε μια ευθεία θεωρούμε τα διαδοχικά σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε ώστε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΔΕ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Αν ΑΓ = 16cm και ΓΕ = 24cm να βρείτε τα μήκη των ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΔΕ.

30. Να βρείτε το άθροισμα των ν πρώτων όρων της ακολουθίας :
$1, -3, 5, -7, 9, -11, \ldots$

31. Να βρείτε τα αθροίσματα :

α. $2 + 5 + 8 + 11 + \ldots + (2 + 3\nu)$

β. $3 + 5 + 7 + \ldots + (3 + 2\nu)$

32. Να λύσετε τις εξισώσεις :

α. $(x + 2) + (x + 5) + (x + 8) + \ldots + (x + 29) = 165$

β. $1 + 7 + 13 + \ldots + x = 280$, με $x > 0$.

33. Ο νιοστός όρος μιας ακολουθίας είναι $\alpha_\nu = 3\nu + 2$.

α. Να βρείτε τον επόμενο όρο $\alpha_{\nu+1}$.

β. Να αποδείξετε ότι η ακολουθία αυτή είναι αριθμητική πρόοδος.

γ. Να βρείτε το άθροισμα των 30 πρώτων όρων της.

δ. Να βρείτε την τάξη του όρου της που είναι ίσος με 62.

34. Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο της οποίας το άθροισμα των ν πρώτων όρων, για κάθε φυσικό ν, είναι $S_\nu = 2\nu^2$.

35. **Α.** Αν α_ν, β_ν δυο αριθμητικές πρόοδοι με διαφορές ω_1, ω_2 αντίστοιχα και για κάθε ν είναι $\beta_\nu \neq 0$, εξετάστε σε ποια περίπτωση σχηματίζεται αριθμητική πρόοδος.

α. $\alpha_{2\nu+1}$ **β.** $|\alpha_\nu|$

γ. $2\alpha_\nu + 3$ **δ.** $(\alpha_\nu)^2$

ε. $\dfrac{1}{\beta_\nu}$ **στ.** $\alpha_\nu + \beta_\nu$

ζ. $\alpha_\nu - \beta_\nu$ **η.** $2\alpha_\nu + 3\beta_\nu$

θ. $\alpha_\nu \cdot \beta_\nu$ **ι.** $\dfrac{\alpha_\nu}{\beta_\nu}$

Β. Στις περιπτώσεις που σχηματίζεται αριθμητική πρόοδος, βρείτε την αντίστοιχη νέα διαφορά.

36. α. Αν α_μ, α_κ είναι οι όροι τάξεως μ, κ αντιστοίχως μιας αριθμητικής προόδου, δείξτε ότι ισχύει :

$$\alpha_\mu = \alpha_\kappa + (\mu - \kappa)\omega$$

β. Δείξτε ότι σε κάθε αριθμητική πρόοδο $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\nu$ οι όροι α_ρ και $\alpha_{\nu-\rho+1}$ ισαπέχουν από τα άκρα α_1 και α_ν.

γ. Δείξτε ότι σε κάθε αριθμητική πρόοδο $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\nu$ οι όροι που ισαπέχουν από τα άκρα, έχουν άθροισμα ίσο με το άθροισμα των άκρων όρων.

37. Σ' έναν ουρανοξύστη 17 ορόφων, τα γραφεία του ιδίου ορόφου έχουν το ίδιο ενοίκιο. Κάθε γραφείο του 1ου ορόφου ενοικιάζεται 550 € το μήνα. Κάθε γραφείο ενός ορόφου ενοικιάζεται 35 € το μήνα ακριβότερα από ένα γραφείο του προηγούμενου ορόφου.

α. Ποιο είναι το μηνιαίο ενοίκιο ενός γραφείου του 5ου ορόφου;

β. Πόσο ακριβότερο είναι ένα γραφείο του 15ου ορόφου από ένα του 7ου;

γ. Σε ποιους ορόφους το ενοίκιο ξεπερνά τα 1000 € το μήνα;

δ. Αν το πλήθος των γραφείων ενός ορόφου είναι μικρότερο κατά 2 από το πλήθος των γραφείων του αμέσως προηγούμενου ορόφου και ο 17ος όροφος έχει 12 γραφεία, πόσα γραφεία έχει ο 1ος όροφος;

38. Α. Οι μαθητές ενός σχολείου θέλησαν να γραφτούν στο βιβλίο Γκίνες κάνοντας ρεκόρ στο σχηματισμό της υψηλότερης ανθρώπινης πυραμίδας, που θα ισορροπούσε για ένα λεπτό. Μπήκαν, λοιπόν, σε σειρές ως εξής: στην κορυφή ένα άτομο, στην επόμενη σειρά δύο, στην αμέσως πιο κάτω σειρά τρεις κλπ. Έτσι κατάφεραν συνολικά 45 μαθητές να κάνουν το ρεκόρ.

α. Πόσες σειρές είχε η πυραμίδα που σχημάτισαν;

β. Πόσοι τουλάχιστον μαθητές θα χρειαστούν, ώστε να σπάσει το ρεκόρ αυτό, αν σχηματίσουν με παρόμοιο τρόπο μια νέα πυραμίδα;

Β. Ένα μήνα μετά οι μαθητές ενός γειτονικού σχολείου σχημάτισαν με όμοιο τρόπο μια πυραμίδα υψηλότερη κατά 3 σειρές και έσπασαν το ρεκόρ.

α. Πόσοι συνολικά ήταν οι μαθητές αυτοί;

β. Αν οι μαθητές που παίρνουν μέρος στο σχηματισμό της πυραμίδας δεν ξεπερνούν τους 210, πόσες σειρές μπορούν να σχηματίσουν;

39. Μια ομάδα 324 στρατιωτών παρατάσσεται σε τριγωνικό σχήμα, ώστε στην 1^{η} σειρά μπαίνει ένας, στην 2^{η} τρεις, στην 3^{η} σειρά πέντε, κλπ.

α. Πόσοι στρατιώτες θα βρίσκονται στην 12^{η} σειρά;

β. Πόσες σειρές σχηματίστηκαν συνολικά;

40. Ένα κολιέ αξίας 65000 € αποτελείται από 33 διαμάντια. Το μεσαίο διαμάντι είναι και το ακριβότερο. Τα υπόλοιπα διαμάντια είναι τοποθετημένα κατά σειρά αξίας, ώστε κάθε διαμάντι μέχρι το μεσαίο να αξίζει 100 € λιγότερο από το επόμενό του και στη συνέχεια, από το μεσαίο και πέρα, κάθε διαμάντι να αξίζει 150 € λιγότερο από το προηγούμενό του.

Α. **α.** Πόσα ευρώ φθηνότερο από το μεσαίο διαμάντι είναι το πρώτο;

β. Πόσα ευρώ φθηνότερο από το μεσαίο διαμάντι είναι το τελευταίο;

Β. Πόσα ευρώ είναι η αξία του μεσαίου διαμαντιού;

41. **Α.** Σε μια αμφιθεατρική αίθουσα θεάτρου με 20 σειρές καθισμάτων, το πλήθος των καθισμάτων κάθε σειράς σχηματίζει αριθμητική πρόοδο. Η 1^{η} σειρά έχει 16 καθίσματα και η 7^{η} σειρά 28 καθίσματα.

α. Πόσα καθίσματα έχει η 10^{η} σειρά;

β. Πόσα καθίσματα υπάρχουν απο την 4^{η} έως και την 10^{η} σειρά;

Β. Αν στην 1η σειρά της αίθουσας αυτής υπάρχουν 6 κενά καθίσματα, στη 2η υπάρχουν 9 κενά καθίσματα, στην 3η σειρά 12, κλπ.

α. Από ποια σειρά και πέρα θα υπάρχουν μόνο κενά καθίσματα;

β. Πόσοι ειναι οι θεατές;