



25λεπτη ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

1. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x)=2x+\ln(x^2+1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες της  $C_f$  στα σημεία  $A(1, f(1))$  και  $B(-1, f(-1))$  τέμνονται σε σημείο του άξονα  $y'y$ .
2. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x)=2012+|\ln(x-1)|$ ,  $x > 1$  και η ευθεία  $y=2013$ . Να δείξετε ότι:
  - α) Η συνάρτηση  $f$  και η ευθεία τέμνονται σε δύο σημεία  $A$  και  $B$ .
  - β) Οι εφαπτόμενες στα σημεία αυτά είναι κάθετες.
3. Δίνονται οι παραγωγίσιμες συναρτήσεις  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  για τις οποίες ισχύει  $f(x)=g(6x-x^2)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . Αν η ευθεία  $\varepsilon: y=-2x+4$  είναι εφαπτομένη της  $C_g$  στο  $A(5, g(5))$ , να βρείτε την εφαπτομένη της  $C_f$  στο  $B(1, f(1))$ .
4. Έστω η παραγωγίσιμη συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύει  $f(\eta\mu x)+f(\sigma\upsilon\nu x)=1+\eta\mu x+\sigma\upsilon\nu x$  για  $x \in \mathbb{R}$ . Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της στο  $A(0, f(0))$  διέρχεται από το  $B(f(1), 2)$ .
5. Έστω  $f$  παραγωγίσιμη για την οποία ισχύει  $f(2x-1)-3x+2f(x-2)=3(x+1)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .  
Να δείξετε ότι α)  $f'(2x-1)+f'(x-2)=3$   
β) Η εφαπτομένη της  $f$  στο  $A(-3, f(-3))$  είναι κάθετη στην  $2x+3y-15=0$ .
6. α) Αν για το πολυώνυμο  $P(x)$  ισχύει  $P(x)=(x-\rho)^2 \cdot \pi(x)$  τότε  $P(\rho)=P'(\rho)=0$ .  
β) Να βρείτε τα  $\alpha, \beta$  ώστε το  $P(x)=\alpha x^3-\beta x^2+15x-9$  να έχει παράγοντα το  $(x-3)^2$ .  
γ) Αν η  $y=\lambda x+\beta$  είναι εφαπτομένη της  $f$  στο  $M(\alpha, f(\alpha))$ , να δείξετε ότι το πολυώνυμο  $P(x)=f(x)-(\lambda x+\beta)$  έχει παράγοντα το  $(x-\alpha)^2$ .

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!