



ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

1. Δίνεται η συνεχής συνάρτηση f και η συνάρτηση $g(x) = \int_1^x \left[\int_1^t \left(\int_1^z f(\omega) d\omega \right) dz \right] dt$.

α) Να βρείτε τις g' , g'' , g''' .

β) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{(x-1)^3}$ αν $f(1)=12$.

2. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=\ln x$ και $g(x)=\int_1^x \frac{dt}{t}$. Να δείξετε ότι $f(x)=g(x)$.

3. Δίνεται η συνάρτηση $G(x)=\int_1^x e^{2t} dt$.

α) Να μελετήσετε την μονοτονία της.

β) Να δείξετε ότι για $x < 1$ ισχύει $G(x) < 0$.

4. Αν για την συνεχή συνάρτηση f ισχύει ότι $f(x) > 0$, να αποδείξετε ότι η εξίσωση

$$\int_1^x f(t) dt = x^2 - 2x, \text{ έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο διάστημα } (0, 1).$$

5. Έστω η συνεχής συνάρτηση $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $2 \int_0^x f(t) dt = (\ln(x+1))^2$, $x > -1$.

Να δείξετε ότι $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1}$, $x > -1$.

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!