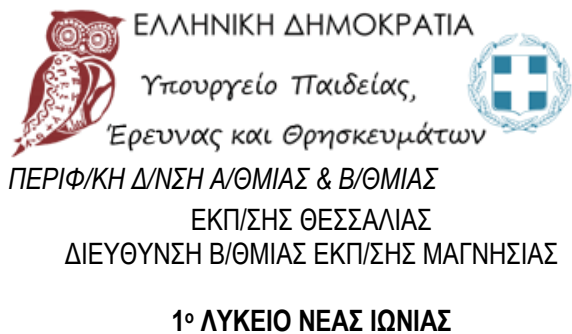




ΜΑΘΗΜΑ 1^ο

Ακολουθίες

Το 15^ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

ΜΑΘΗΜΑ ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΥ 3.1
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Τίτλος μαθήματος(ενότητας): Ακολουθίες

Ημερομηνία:

Τάξη:

Β΄ Λυκείου

Ωρα:

Τμήμα: Β (μαθητές)

Σχολείο:

Γενικό Λύκειο

ΓΕΝΙΚΟΙ ΣΚΟΠΟΙ

Να μπορούν οι μαθητές στο τέλος του μαθήματος να

- Δίνουν τον ορισμό της ακολουθίας
- Δίνουν τον ορισμό της αναδρομικής ακολουθίας

Να είναι ικανοί να σχεδιάζουν την γραφική παράσταση μιας ακολουθίας

ΕΙΔΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

Να είναι σε θέση στο τέλος του μαθήματος οι μαθητές να

- 1) Γνωρίζουν το ορισμό μιας ακολουθίας
- 2) Ξέρουν τον συμβολισμό μιας ακολουθίας και των συμβολισμό των όρων της
- 3) Γνωρίζουν πότε μια ακολουθία ορίζεται αναδρομικά
- 4) Γνωρίζουν πως υπάρχουν και ακολουθίες χωρίς γενικό και χωρίς αναδρομικό τύπο (η ακολουθία των πρώτων αριθμών)
- 5) Μπορούν να κάνουν την γραφική παράσταση μιας ακολουθίας σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων
- 6) υπολογίζουν τους πρώτους όρους μιας ακολουθίας
- 7) να μετατρέπουν την ακολουθία με γενικό τύπο στην αντίστοιχη με αναδρομικό τύπο και αντίστροφα

ΜΕΣΑ: Πίνακας, κιμωλίες ή μαρκαδόροι, Η/Υ , φωτοτυπίες.

ΥΛΙΚΑ: CD, σλάιντς, σχολικό βιβλίο .

ΥΛΗ: Σχολικό βιβλίο – σελίδες121- 124.
Κριτήρια Υπουργείου.

ΜΕΘΟΔΟΣ: Διερευνητική καθοδηγούμενη ανακάλυψη.

**ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΥΛΙΚΟΥ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ. ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ-ΑΝΑΛΥΣΗ
ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ (Παράδοση)**

Με κατάλληλες ερωτήσεις ερευνούμε αν οι μαθητές κατέχουν την έννοια της μεταβλητής το σύνολο των φυσικών αριθμών.

Την ετυμολογία της λέξης αναδρομικά και την σημασία της.

Αναπτύσσει ο διδάσκων τι είναι

Ακολουθία, συμβολισμός και πως διαβάζεται.

Όροι της ακολουθίας και γενικός η νιοστός όρος.

Ακολουθίες που ορίζονται αναδρομικά.

Γραφική παράσταση συνάρτηση και ακολουθίας

Ασκήσεις εμπέδωσης-Εφαρμογές από τους μαθητές.

Εδώ λειτουργούμε υποστηρικτικά καθοδηγώντας τους μαθητές μας, λύνουμε τις απορίες τους , επαναδιατυπώνουμε ορισμούς και ιδιότητες δίνοντας την αντίστοιχη μεθοδολογία..

1^H ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Για να βρούμε τους πρώτους όρους μιας ακολουθίας

Αντικαθιστούμε στον γενικό της τύπο ή στον αναδρομικό της όπου n τους αριθμούς 1,2,3,4,....

Παράδειγμα – Άσκηση 1ι) και 1νιι) σχολικό βιβλίο σελίδα 124
Άσκηση 2ι) σχολικό βιβλίο σελίδα 124

2^H ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Για να ορίσουμε μια ακολουθία με γνωστό τον γενικό τύπο σε αναδρομικό,

Βρίσκουμε την διαφορά $a_{n+1}-a_n$ ή το πηλίκο $\frac{a_{n+1}}{a_n}$

Επιλύουμε ως προς a_{n+1} σε συνάρτηση a_n

Βρίσκουμε τον a_1 θέτοντας στον γενικό τύπο όπου n το 1

Παράδειγμα – Άσκηση 3ι) σχολικό βιβλίο σελίδα 124
Άσκηση 3ιι) σχολικό βιβλίο σελίδα 124

3^H ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Για να ορίσουμε μια ακολουθία με γνωστό τον αναδρομικό σε γενικό τύπο,

Θέτουμε διαδοχικά όπου n τους αριθμούς 1,2,3,...,n-1

Προσθέτουμε ή πολλαπλασιάζουμε αναλόγως του αναδρομικού τύπου τις παραπάνω σχέσεις

Επιλύουμε ως προς a_n

Παράδειγμα : Άσκηση 4ι) σχολικό βιβλίο σελίδα 93

4^H ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Για να παραστήσουμε γραφικά τους πρώτους όρους μιας ακολουθίας

Βρίσκουμε τους πρώτους όρους θέτοντας όπου n τους 1,2,3,....

Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων σημειώνουμε τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη $(1, a_1), (2, a_2), (3, a_3), \dots$

Παράδειγμα : Άσκηση 2ιι) σχολικό βιβλίο σελίδα 124

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Η ακολουθία είναι μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού το σύνολο

A. Q B. $\mathbb{Z}^*$ Γ. N Δ. $\mathbb{N}^*$ E. R

2. * Σε μια ακολουθία (a_n) κάθε όρος a_n είναι

A. θετικός B. $\neq 0$ Γ. ακέραιος Δ. ίσος με n E. πραγματικός

3. * Η γραφική παράσταση μιας ακολουθίας είναι

- A. Μια ευθεία γραμμή
B. Μια παραβολή
Γ. Μια υπερβολή
Δ. Μεμονωμένα σημεία του επιπέδου με τετμημένες φυσικούς αριθμούς
E. Μια τυχαία γραμμή στο επίπεδο
4. * Ο γενικός όρος της ακολουθίας $\alpha_v = |5v-1| - |5v+1|$ είναι
A. $\alpha_v = 5v+2$ B. $\alpha_v = 10v$ Γ. $\alpha_v = 10v-2$
Δ. $\alpha_v = -2$ E. $\alpha_v = 2$
5. * Ο γενικός όρος της ακολουθίας $\alpha_v = (-1)^v + (-1)^{v+1}$ είναι
A. $\alpha_v = 0$ B. $\alpha_v = 1$ Γ. $\alpha_v = 2$
Δ. $\alpha_v = -1$ E. $\alpha_v = -2$
6. * Ο 3^{ος} όρος της ακολουθίας $\alpha_{v+1} = \alpha_v + 3$, $\alpha_1 = 1$ είναι
A. -6 B. -2 Γ. 1 Δ. 7 E. 2
7. * Η γραφική παράσταση της ακολουθίας $\alpha_v = (-1)^v + (-1)^{v+1} + 2$ είναι σημεία με τετμημένες θετικούς ακεραίους της ευθείας
A. $y=0$ B. $y=2$ Γ. $y=-2$ Δ. $y=3$ E. $y=4$
8. * Για την ακολουθία $\alpha_v = \frac{15}{v}$, $v \in \mathbb{N}^*$ ισχύει
A. $\alpha_{v+1} = \alpha_v$ B. $\alpha_v > \alpha_{v+1}$ Γ. $\alpha_v < \alpha_{v+1}$
Δ. $\alpha_{v+1} = 15\alpha_v$ E. $\alpha_v = 15\alpha_{v+1}$
9. ** Η γραφική παράσταση της ακολουθίας $\alpha_v = \eta\mu \frac{v\pi}{2} + 1$, $v \in \mathbb{N}^*$ όταν v άρτιος είναι
A. Η ευθεία $y=1$
B. Ο θετικός ημιάξονας Ox
Γ. Η διχοτόμος της γωνίας xOy
Δ. Τα σημεία της ευθείας $y=1$ με τετμημένες άρτιους φυσικούς
E. Τα σημεία του ημιάξονα Ox με τετμημένες άρτιους φυσικούς
10. * Σε κάθε ακολουθία (α_v) ισχύει
A. $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots$ B. όλοι οι όροι ομόσημοι Γ. όλοι οι όροι $\neq 0$
Δ. $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots$ E. τίποτε από τα προηγούμενα

Ερωτήσεις συμπλήρωσης

1. * Να συμπληρώσετε τον πίνακα με τους όρους που λείπουν στις παρακάτω ακολουθίες.

Ακολουθία με αναδρομικό τύπο	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
α) $\alpha_{v+1} = \alpha_v + 2v$	...	...	3	...	...
β) $\alpha_{v+1} = 2\alpha_v + 1$	...	...	...	- 13	...

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. * Συνδέστε κατάλληλα κάθε ακολουθία της στήλης Α με τον αντίστοιχο όρο της, που υπάρχει στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1) $\alpha_v = \frac{(-1)^v}{v}$	A) $\alpha_2 = \frac{1}{v}, \alpha_3 = -\frac{1}{v}$
2) $\alpha_v = (-1)^v + 1$	B) $\alpha_2 = 3, \alpha_3 = 5$
3) $\alpha_v = v^3$	Γ) $\alpha_2 = 8, \alpha_3 = 27$
4) $\alpha_v = 3v - 8$	Δ) $\alpha_2 = -2, \alpha_3 = 1$
	E) $\alpha_2 = 2, \alpha_3 = 0$
	ΣΤ) $\alpha_2 = \frac{2}{v}, \alpha_3 = \frac{3}{v}$

2. * Συνδέστε κατάλληλα κάθε ακολουθία της στήλης Α με τον 5^ο της όρο, που υπάρχει στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1) $\frac{1}{14}, \frac{1}{11}, \frac{1}{8}, \dots$	Α) $\frac{1}{2}$
2) $-8, 4, -2, \dots$	Β) -2
3) $10, 7, 4, \dots$	Γ) $-\frac{1}{2}$
4) $27, -9, 3, \dots$	Δ) $-\frac{1}{4}$
	Ε) -5
	ΣΤ) $\frac{1}{3}$

3. * Συνδέστε κατάλληλα κάθε στοιχείο της στήλης Α με το αντίστοιχό του, που υπάρχει στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1) $\alpha_v = 2v - 1$	Α) $\alpha_{v+1} = \alpha_v + 2, \alpha_1 = 3$
2) $\alpha_v = 3v - 2$	Β) $\alpha_{v+1} = \alpha_v + 2, \alpha_1 = 1$
3) $\alpha_v = 1 - 3v$	Γ) $\alpha_{v+1} = \alpha_v + 3, \alpha_1 = 1$
4) $\alpha_v = 2v + 1$	Δ) $\alpha_{v+1} = \alpha_v + 3, \alpha_1 = 5$
	Ε) $\alpha_{v+1} = \alpha_v - 3, \alpha_1 = -3$
	ΣΤ) $\alpha_{v+1} = \alpha_v - 3, \alpha_1 = -2$

4. * Συνδέστε κατάλληλα κάθε ακολουθία της στήλης Α με τον 5^ο της όρο,

που γράφεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1) $\alpha_v = \alpha_1 + 5v$	A) $\alpha_5 = \alpha_1 + 5$
2) $\alpha_v = \alpha_1 + 5$	B) $\alpha_5 = \alpha_1 + 25$
3) $\alpha_v = 5\alpha_1 + v$	Γ) $\alpha_5 = \alpha_1 + 10$
	Δ) $\alpha_5 = 5\alpha_1 + 10$
	E) $\alpha_5 = 5\alpha_1 + 5$

5. * Να χαρακτηρίσετε κατάλληλα κάθε ακολουθία της στήλης Α με βάση το είδος της μονοτονίας της, που γράφεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1) -5, -3, -1, ...	A) αύξουσα
2) $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \dots$	B) γνησίως αύξουσα
3) $\frac{1}{16}, \frac{1}{11}, \frac{1}{6}, \dots$	Γ) φθίνουσα
4) 3, 2, 1, 0, 0, 0, ...	Δ) γνησίως φθίνουσα
	E) σταθερή
	ΣΤ) όχι μονότονη

6. * Να χαρακτηρίσετε κατάλληλα κάθε ακολουθία της στήλης Α με βάση το είδος της μονοτονίας της, που γράφεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1) $\alpha_{v+1}=4-2\alpha_v, \alpha_1=1$	Α) αύξουσα Β) γνησίως αύξουσα
2) $\alpha_{v+1}=2\alpha_v-1, \alpha_1=2$	Γ) φθίνουσα Δ) γνησίως φθίνουσα
3) $\alpha_{v+1}=2\alpha_v-1, \alpha_1=-2$	Ε) σταθερή
4) $\alpha_{v+1}=2\alpha_v-1, \alpha_1=1$	ΣΤ) όχι μονότονη

ΕΠΙΠΕΔΟ 1ο

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

α) Βασικές ερωτήσεις θεωρίας

Ερώτηση 1^η : Τι λέγεται ακολουθία;

Ερώτηση 2^η : Πως συμβολίζεται και πως διαβάζεται μια ακολουθία;

Ερώτηση 3^η : Τι λέγονται πρώτος όρος, δεύτερος όρος,...,νιοστός όρος μιας ακολουθίας;

Ερώτηση 4^η : Πότε λέμε ότι μια ακολουθία ορίζεται αναδρομικά;

Ερώτηση 5^η : Τι λέγεται γραφική παράσταση ή γράφημα μιας ακολουθίας;

Ερώτηση 6^η : Πότε μια ακολουθία (a_n) λέγεται γνησίως αύξουσα;

Ερώτηση 7^η : Πότε μια ακολουθία (a_n) λέγεται γνησίως φθίνουσα;

Ερώτηση 8^η : Τι λέγεται σταθερή ακολουθία ;

Ερώτηση 9^η : Τι λέγονται δείκτες μιας ακολουθίας;

Ερώτηση 10^η : Τι λέγονται όροι μιας ακολουθίας;

ΕΠΙΠΕΔΟ 2ο

1.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 1η

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 1$, με $x \in \mathbb{N}^*$. Είναι η συνάρτηση ακολουθία;

ΕΡΩΤΗΣΗ 2η

Ο γενικός όρος μιας ακολουθίας είναι ο $a_n = n^2$. Είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα η ακολουθία;

ΕΡΩΤΗΣΗ 3η

Δίνονται οι ισότητες $\frac{a_{n+1}}{a_n} = 5$ και $a_1 = 3$. Είναι ακολουθία ; Τι είδους είναι ;

ΕΡΩΤΗΣΗ 4η

Ποια είναι η ακανονική μορφή της ακολουθίας (a_n) όταν $n^2 \cdot a_n - 1 = 2 \cdot n$;

ΕΡΩΤΗΣΗ 5η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:
Υπάρχει συνάρτηση που δεν είναι ούτε γνησίως αύξουσα και ούτε γνησίως φθίνουσα;

2.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ - ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ - ΔΙΑΤΑΞΗ

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β). Συνδέστε με μία γραμμή τα στοιχεία των δύο στηλών.

Στήλη (Α)	Στήλη (Β)
$\alpha: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$	$\alpha_{v+1} = \alpha_v + 2$, $\alpha_1 = 3$
Αναδρομικός τύπος	10,9,8,7,6,5,.....
Νιοστός όρος	(v , α_v)
Φθίνουσα	Ακολουθία
Σταθερή	$\alpha_v = 2000$
Γράφημα	$\alpha_v = 3v+1$

Συμπληρώστε τις προτάσεις που ακολουθούν:

α) Για να ορίζεται μια ακολουθία αναδρομικά απαιτείται να γνωρίζουμε

1)

2).....

β) Ακολουθία λέγεται

Διαγράψτε αυτά που έρχονται σε αντίθεση με τα δεδομένα.

α) Αν $\alpha_v = 2v + 1$ τότε $\alpha_1 = 3$, $\alpha_2 = 6$, $\alpha_{10} = 21$, $\alpha_{2000} = 4000$

β) Αν $\beta_v = v^2$ τότε $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 4$, $\beta_3 = 9$, $\beta_5 = 25$

3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

Η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 1$ είναι ακολουθία όταν ο x είναι

A ☐ Πραγματικός

B ☐ ρητός

Γ ☐ Ακέραιος θετικός.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Η ακολουθία $a_n = n^2$ είναι

A ☐ Γνησίως αύξουσα

B ☐ Γνησίως φθίνουσα

Γ ☐ Σταθερή.

ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Η γραφική παράσταση μιας ακολουθίας είναι

A ☐ Μεμονομένα σημεία στο 1^ο τεταρτημόριο.

B ☐ Συνεχής καμπύλη γραμμή.

Γ ☐ Μεμονομένα σημεία στο 1^ο και 4^ο τεταρτημόριο.

ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Ο αριθμός 2000 είναι όρος της ακολουθίας $a_n = 12n + 99$

A ☐ Όχι

B ☐ Ναι

Γ ☐ Εξαρτάται από τον a_1

ΕΡΩΤΗΣΗ 5Η

Το σύνολο τιμών της ακολουθίας $a_n = (-1)^n$ είναι το

A ☐ $A = \{-1, 1\}$

B ☐ $A = (-1, 1)$

Γ ☐ $A = [-1, 1]$

4.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ: ΠΟΤΕ.....ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:ΟΤΑΝ..

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε.....

με όταν...

Επιμέλεια αρχείου: **Ηλίας Ράιδος** Καθηγητής Μαθηματικών.

<http://blogs.sch.gr/iraidos/>

E-mails: **raidosi@yahoo.gr**

iraidos@gmail.com

Ερώτηση α)

..... μια συνάρτηση είναι ακολουθία;

Ερώτηση β)

..... Μια ακολουθία είναι στην κανονική της μορφή;

Ερώτηση γ)

..... μια ακολουθία είναι γνησίως αύξουσα;

Ερώτηση δ)

..... είναι σταθερή ;

Ερώτηση ε)

..... Μια ακολουθία είναι απολύτως φραγμένη;

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. * Να βρείτε τους τέσσερις πρώτους όρους των παρακάτω ακολουθιών και να παραστήσετε σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων τα αντίστοιχα σημεία.

α) $\alpha_v = 4v + 3$

β) $\alpha_v = 2 + (-1)^v$

γ) $\alpha_v = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{v \cdot (v+1)}$

δ) $\alpha_1 = 0$, $\alpha_{v+1} = \frac{2}{3\alpha_v + 1}$

2. ** Να βρείτε τον αναδρομικό τύπο των ακολουθιών

α) $\alpha_v = 2v - 3$

β) $\beta_v = 5 \cdot 3^v$

γ) $\gamma_v = 1 + 2^v$

3. ** Να βρείτε τον γενικό τύπο των ακολουθιών

α) $\alpha_{v+1} = 1 + \alpha_v$, $\alpha_1 = -1$

β) $\beta_{v+1} = 3 \cdot \beta_v$, $\beta_1 = 15$

γ) $\gamma_{v+1} = \gamma_v + 2^v$, $\gamma_1 = 3$

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ

Σε χρόνο 2-3 λεπτών λέμε έναν αστείο συνειρμό ή σχολιάζουμε μια επίκαιρη ευχάριστη είδηση.

ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

- 1) Άσκηση 1υ) και 1νι) σελίδα **124** σχολικό βιβλίο
- 2) Άσκηση 2ι) , 2ιι) σχολικού βιβλίου σελίδα **124**.
- 3) Άσκηση 3ιι) 3ιν) σχολικού βιβλίου σελίδα **124**.
- 4) Άσκηση 4ι σχολικού βιβλίου σελίδα **124**.