

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΣΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	No 5
Τάξη : Β΄ Λυκείου	
Μάθημα : Μαθηματικά Θετικής Κατεύθυνσης	
Κεφάλαιο : 3 ^ο	
Διδακτική ενότητα : 5 ^η	
Ημερομηνία : 11-03-2019	
Διδάσκων καθηγητής : Ηλίας Ράιδος	

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

Βασικές ερωτήσεις θεωρίας

Ερώτηση 1^η: Τι λέγεται παράλληλη μεταφορά των αξόνων;

Ερώτηση 2^η: Ποια είναι η γενική εξίσωση μιας κωνικής τομής;

Ερώτηση 3^η : Ποια είναι η σχετική θέση ευθείας και κωνικής τομής;

Ερώτηση 4^η : Από τι εξαρτάται η μορφή της εξίσωσης μιας καμπύλης;

Β. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Παραδείγματα και εφαρμογές του σχολικού βιβλίου

1. Άσκηση 1 σελίδα 129
2. Άσκηση 2 σελίδα 129
3. Άσκηση 3 σελίδα 129
4. Άσκηση 4 σελίδα 129
5. Άσκηση 5 σελίδα 129

**Γ. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ: ΠΟΤΕΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: ΟΤΑΝ...**

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε..... με όταν.....

Ερώτηση α)

..... η μεταφορά των αξόνων γίνεται στο 1^ο τεταρτημόριο;

Ερώτηση β)

..... η μεταφορά των αξόνων γίνεται στο 2^ο τεταρτημόριο;

Ερώτηση γ)

..... η μεταφορά των αξόνων γίνεται στο 3^ο τεταρτημόριο;

Ερώτηση δ)

..... η μεταφορά των αξόνων γίνεται στο 4^ο τεταρτημόριο;

Ερώτηση ε)

..... Μια ευθεία και μια κωνική τομή τέμνονται σε δύο σημεία;

Ερώτηση στ)

..... Μια ευθεία και μια κωνική τομή εφάπτονται;

Ερώτηση ζ)

..... Μια ευθεία και μια κωνική τομή δεν τέμνονται ;

**1ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή
στη Θετική κατεύθυνση**

Θέμα 1ο

Δίνεται κύκλος κέντρου K και διαμέτρου AB . Τα διανύσματα θέσης των K και A είναι $\vec{OK} = -3\vec{i} + 3\vec{j}$ και $\vec{OA} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ αντίστοιχα. Να βρείτε:

- α) Το διάνυσμα θέσης του σημείου B . (2 μονάδες)
- β) Το μήκος της ακτίνας του κύκλου. (2 μονάδες)
- γ) Την εξίσωση του κύκλου. (2 μονάδες)
- δ) Το διάνυσμα \vec{KM} όπου $M(x, y)$ τυχαίο σημείο του κύκλου. (2 μονάδες)
- ε) Το συντελεστή διεύθυνσης του \vec{KM} όταν $\vec{KM} \perp \vec{AB}$. (2,5 μονάδες)
- ζ) Την διανυσματική εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο A . (2 μονάδες)

Θέμα 2ο

A. Δίνονται τα σημεία $A(-1, 2)$, $B(3, 4)$ και $\Gamma(\lambda, \lambda + 5)$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις συνοδεύεται από πέντε απαντήσεις. Από αυτές μια είναι σωστή. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό κάθε ερώτησης και δίπλα ακριβώς το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

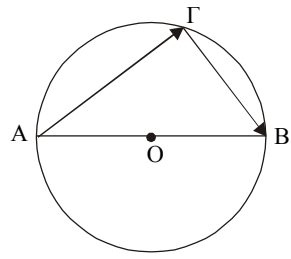
1. Το $\vec{AG} \perp \vec{AB}$ όταν ο λ ισούται με:
 A. 0 B. -3 Γ. -5/3 Δ. -1 E. 4
 (3 μονάδες)
2. Το \vec{AG} αντίθετο του \vec{AB} όταν ο λ ισούται με:
 A. 5 B. -5 Γ. -1 Δ. 0 E. 1
 (3 μονάδες)
3. Το $|\vec{AG}| = |\vec{BG}|$ όταν ο λ ισούται με:
 A. -1 B. $\frac{1}{2}$ Γ. 0 Δ. 3 E. $-\frac{3}{4}$
 (3,5 μονάδες)
4. Το \vec{AG} είναι συγγραμμικό του \vec{AB} όταν ο λ ισούται με:
 A. 0 B. -1 Γ. 1 Δ. $\frac{1}{2}$ E. κανένα $\lambda \in \mathbb{R}$
 (3 μονάδες)

**2ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή
στη Θετική κατεύθυνση**

Θέμα 1ο

A. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος διαμέτρου AB.

α) Να εκφράσετε τα διανύσματα \vec{AG} και \vec{GB} ως γραμμικό συνδυασμό διανυσμάτων θέσης από το O. (6,5 μονάδες)



β) Να βρείτε το γινόμενο $\vec{AG} \cdot \vec{GB}$. Ποια πρόταση της γεωμετρίας σας θυμίζει; (6 μονάδες)

Θέμα 2ο

Δίνεται ο κύκλος C: $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$ και η ευθεία ε: $y = x - 3$.
 Να γράψετε την εξίσωση του κύκλου του συμμετρικού του C ως προς την ε.

(12,5 μονάδες)

Θέμα 3ο

Δίνεται η παραβολή C: $y = \frac{1}{4}x^2$ και σημείο M (2, 1) αυτής. Έστω K η προβολή του M στη διευθετούσα της παραβολής. Να βρείτε:

- α) τις συντεταγμένες των σημείων E, K όπου E η εστία της παραβολής, (8 μονάδες)
- β) τις εξισώσεις των ευθειών EK και της μεσοκάθετου του ευθυγράμμου τμήματος EK. (7 μονάδες)
- γ) Να δείξετε ότι η μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος EK είναι εφαπτο-μένη της παραβολής στο σημείο M (2, 1). (10 μονάδες)

3ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή
στις Κωνικές Τομές
 (διάρκεια: 3 ώρες)

Θέμα 1ο

A. α) Να δώσετε τον ορισμό της εκκεντρότητας της έλλειψης και να βρείτε τη σχέση που τη συνδέει με τους άξονες της έλλειψης. (8 μονάδες)

β) Ποιες ελλείψεις λέγονται όμοιες; (4,5 μονάδες)

B. α) Να εξετάσετε αν το σημείο M (3συνφ, - 2ημφ) φ ∈ [0, 2π) ανήκει στην έλλειψη C: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. (5 μονάδες)

β) Να δείξετε ότι οι ελλείψεις C₁: 9x² + y² = 9 και C₂: x² + 9y² = 9 τέμνονται σε δύο σημεία από τα οποία περνά ο κύκλος C: x² + y² = $\frac{9}{5}$.

(7,5 μονάδες)

Θέμα 2ο

A. α) Για την υπερβολή C: $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ ισχύει

A. τέμνει τον άξονα y'y

B. τέμνει την ευθεία y = x

Γ. τέμνει τον κύκλο x² + y² = 1

Δ. τέμνει τον άξονα x'x

E. κανένα από τα προηγούμενα

(6 μονάδες)

β) Αν σε μια υπερβολή ισχύει α = β, τότε η εκκεντρότητά της είναι

A. 0

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Γ. 2√2

Δ. αβ

E. √2

(6,5 μονάδες)

B. α) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της υπερβολής C: x² - y² = 1, η οποία περνά από το M (0, 1). (6,5 μονάδες)

β) Να εξετάσετε αν η έλλειψη C₁: $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{3} = 1$ και η υπερβολή

C₂: $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ έχουν τις ίδιες εστίες.

(6 μονάδες)

Θέμα 3ο

Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ με κορυφές Α (1, 4), Β (4, 4), Γ (4, 1), Δ (1, 1). Αφού σχεδιάσετε τον εγγεγραμμένο και περιγεγραμμένο κύκλο, να βρείτε:

α) τις εξισώσεις αυτών των κύκλων, (13 μονάδες)

β) τη μικρότερη απόσταση του άξονα $y'y$ από τον περιγεγραμμένο κύκλο. (12 μονάδες)

Θέμα 4ο

Έστω $x = \frac{1}{2p} |y|^2$ η εξίσωση της παραβολής του διπλανού σχήματος και ΑΟΒ ορθογώνιο

ισοσκελές τρίγωνο με γωνία $\text{AOB} = 90^\circ$.

Να βρείτε:

α) τις εξισώσεις των ευθειών ΟΑ, ΟΒ (7 μονάδες)

β) τις συντεταγμένες των Α, Β (6 μονάδες)

γ) την εξίσωση της ευθείας ΑΒ. (5 μονάδες)

δ) Να δείξετε ότι η ευθεία ΑΒ τέμνει τον άξονα $x'x$ σε σταθερό σημείο. (7 μονάδες)

