ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας,
Έρευνας και Θρησκευμάτων
ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΣΤΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΕΜΒΑΔΑ Ευθύγραμμων Σχημάτων

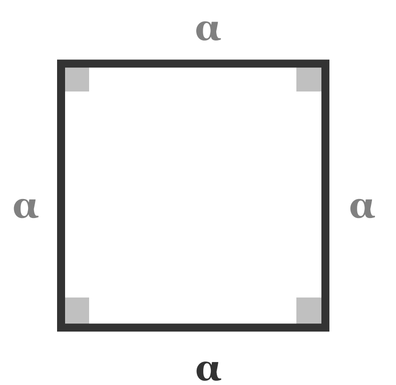
10 ΚΕΦΑΛΑΙΟ

Τ Ε Τ Ρ Α Γ Ω Ν Ο

ΘΕΩΡΗΜΑ

Το εμβαδό Ε ενός τετραγώνου με πλευρά α είναι $α^2$, δηλαδή:

$$Ε = α^2$$

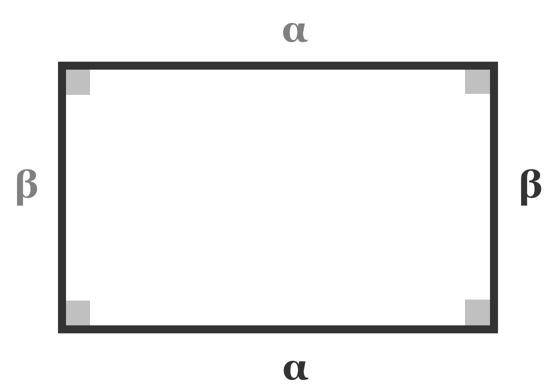


Ο Ρ Θ Ο Γ Ω Ν Ι Ο

ΘΕΩΡΗΜΑ

Το εμβαδό Ε ενός ορθογωνίου με πλευρές α, β ισούται με το γινόμενο των πλευρών του, δηλαδή:

$$Ε = α \cdot β$$



Εναλλακτικά, μπορούμε να πούμε:

ύψος

Ε = βάση · ύψος

βάση

Φυσικά, ως βάση μπορούμε να θεωρήσουμε οποιαδήποτε πλευρά (προφανώς, την άλλη ως ύψος).

πλάτος

Ε = μήκος · πλάτος

μήκος

Συνήθως, θεωρούμε ως μήκος τη μεγαλύτερη από τις δύο διαστάσεις του ορθογωνίου (προφανώς, ως πλάτος τη μικρότερη).

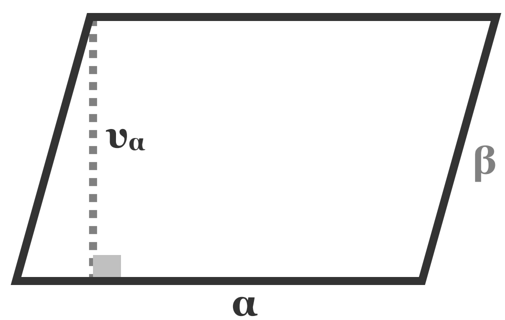
Π Α Ρ Α Λ Λ Η Λ Ο Γ Ρ Α Μ Μ Ο

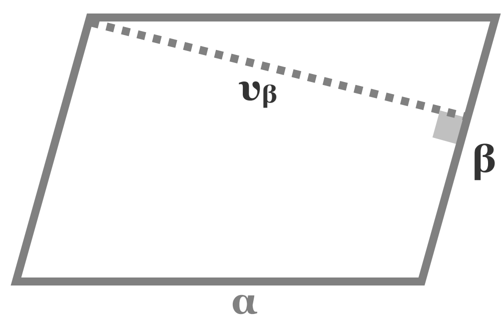
ΘΕΩΡΗΜΑ

Το εμβαδό Ε ενός παραλληλογράμμου ισούται με το γινόμενο μιας πλευράς του επί το ύψος που αντιστοιχεί στην πλευρά αυτή, δηλαδή:

$$E = \alpha \cdot \upsilon_\alpha$$

$$E = \beta \cdot \upsilon_\beta$$



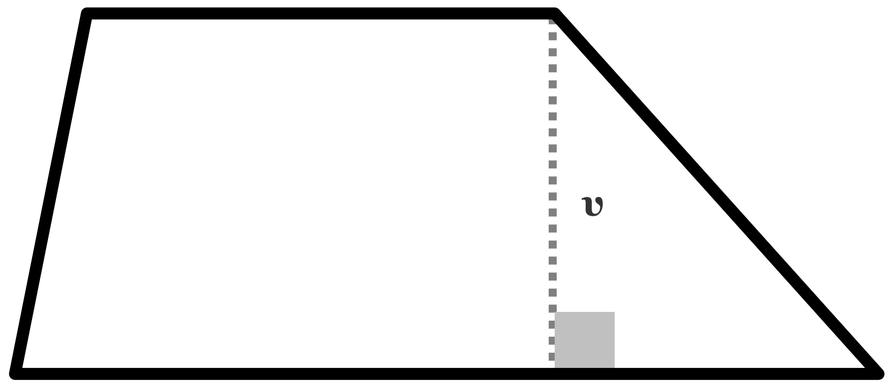


Τ Ρ Α Π Ε Ζ Ι Ο

ΘΕΩΡΗΜΑ

Το εμβαδό Ε ενός τραπεζίου ισούται με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεών του επί το ύψος του, δηλαδή:

$$E = \frac{(B+\beta)}{2} \cdot \upsilon$$

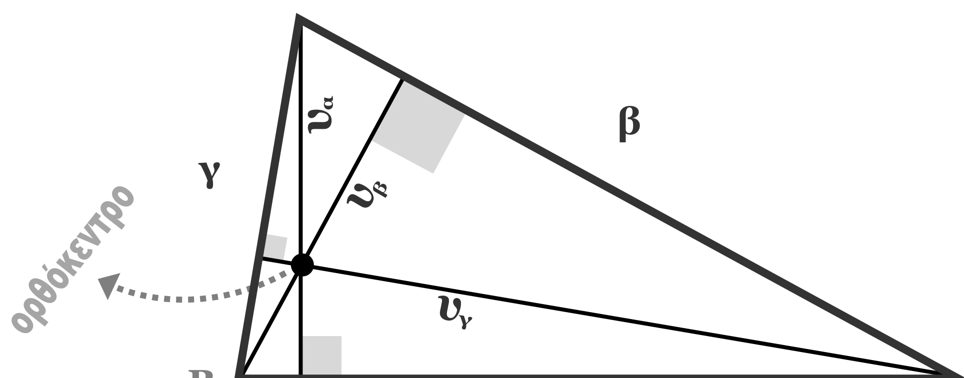


Τ Ρ Ι Γ Ω Ν Ο

ΘΕΩΡΗΜΑ

Το εμβαδό Ε ενός τριγώνου είναι ίσο με το ημιγινόμενο μιας πλευράς του επί το αντίστοιχο ύψος, δηλαδή:

$$\mathbf{E = \alpha \cdot \upsilon_\alpha}$$
$$\mathbf{E = \beta \cdot \upsilon_\beta}$$
$$\mathbf{E = \gamma \cdot \upsilon_\gamma}$$



Άλλοι τύποι για το εμβαδόν τριγώνου

Παρατήρηση: Έστω ένα τρίγωνο με πλευρές α, β, γ. Συμβολίζουμε με το γράμμα **τ** την **ημιπερίμετρο** του τριγώνου, με άλλα λόγια:

$$\tau = \frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}$$

Τύπος του Ήρωνα

1η Έκφραση

$$E = \sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$$

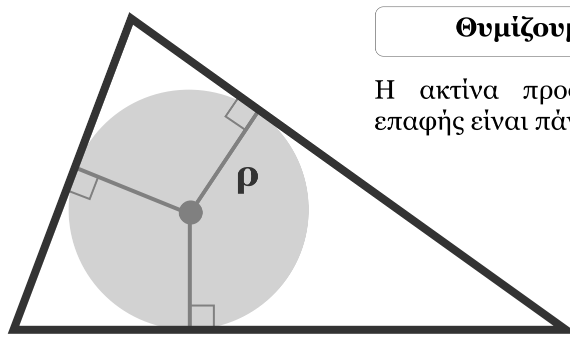
2η Έκφραση

$$E = \tau \cdot \rho$$

ρ = ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου

Θυμίζουμε ότι:

Ο κύκλος που είναι εγγεγραμμένος σε ένα τρίγωνο έχει κέντρο το σημείο τομής των **διχοτόμων** του τριγώνου, το γνωστό **έγκεντρο**. Αυτό σημαίνει, με άλλα λόγια, ότι το κέντρο του εγγεγραμμένου κύκλου **ισαπέχει** από τις **πλευρές** του τριγώνου.



Θυμίζουμε ότι:

Η ακτίνα προς το σημείο επαφής είναι πάντα κάθετη.

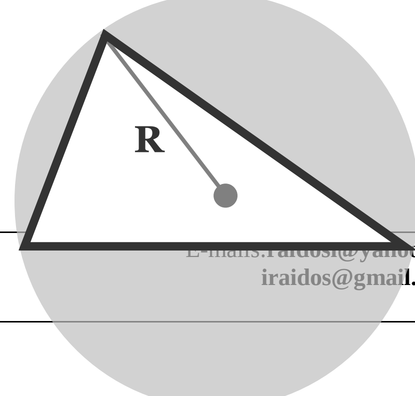
3η Έκφραση

$$E = \frac{\alpha\beta\gamma}{4R}$$

R = ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου

Θυμίζουμε ότι:

Ο κύκλος που είναι περιγεγραμμένος σε ένα τρίγωνο έχει κέντρο το σημείο τομής των **μεσοκαθέτων** του τριγώνου, το γνωστό **περίκεντρο**. Αυτό σημαίνει, με άλλα λόγια, ότι το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου **ισαπέχει** από τις **κορυφές** του τριγώνου.



4η Έκφραση

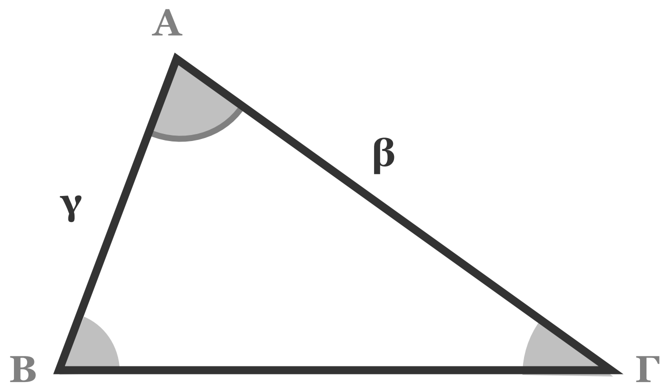
$$E = \frac{1}{2}\beta\gamma \cdot \eta\mu A$$

Α = η περιεχόμενη γωνία

Αναλόγως φυσικά, έχουμε τις εκφράσεις:

$$E = \frac{1}{2}\alpha\gamma \cdot \eta\mu B$$

$$E = \frac{1}{2}\alpha\beta \cdot \eta\mu \Gamma$$

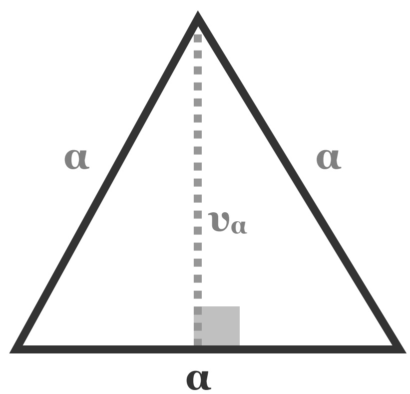


ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

Το εμβαδό Ε ενός **ισόπλευρου** τριγώνου με πλευρά α είναι ίσο με:

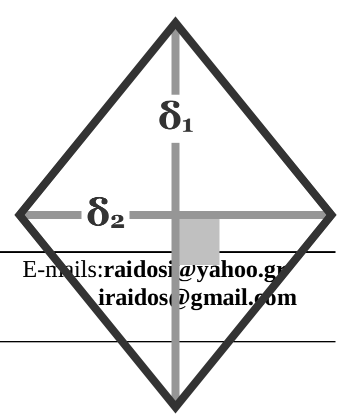
$$E = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{4}$$



ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2

Το εμβαδό Ε ενός **ρόμβου** ισούται με το ημιγινόμενο των διαγωνίων του:

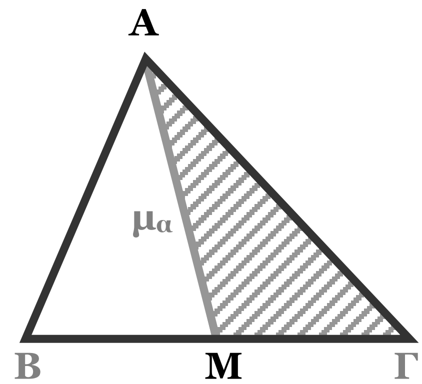
$$E = \delta_1 \cdot \delta_2$$



ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3

Κάθε **διάμεσος** ΑΜ ενός τριγώνου ΑΒΓ, το χωρίζει σε δύο τρίγωνα ισοδύναμα:

$$(\mathbf{AB M}) = (\mathbf{AM\Gamma}) = \frac{(\mathbf{AB\Gamma})}{\mathbf{2}}$$



Επίσης, σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ, ισχύει σταθερά η παρακάτω αναλογία, η οποία είναι γνωστή ως ...

Νόμος Ημιτόνων

$$\frac{\alpha}{\eta\mu A} = \frac{\beta}{\eta\mu B} = \frac{\gamma}{\eta\mu \Gamma} = 2R$$

Με λόγια: Κάθε πλευρά ενός τριγώνου είναι ανάλογη προς το ημίτονο της απέναντι γωνίας. Ο σταθερός αυτό λόγος ισούται με το διπλάσιο της ακτίνας του περιγεγραμμένου κύκλου.

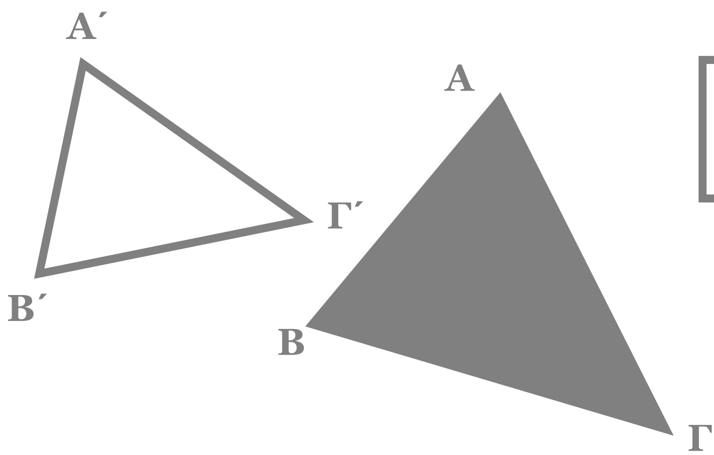
Ε Μ Β Α Δ Ο & Ο Μ Ο Ι Ο Τ Η Τ Α

ΠΡΟΤΑΣΗ

- Αν δυο τρίγωνα έχουν **ίσες βάσεις**, τότε ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το λόγο των αντίστοιχων υψών.
- Αν δυο τρίγωνα έχουν **ίσα ύψη**, τότε ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το λόγο των αντίστοιχων βάσεων.

ΘΕΩΡΗΜΑ

Αν δυο τρίγωνα είναι **όμοια**, τότε ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητας.



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{A\Gamma}{A'\Gamma'} = \frac{B\Gamma}{B'\Gamma'} = \lambda$$

$$\frac{E_{AB\Gamma}}{E_{A'B'\Gamma'}} = \lambda^2$$

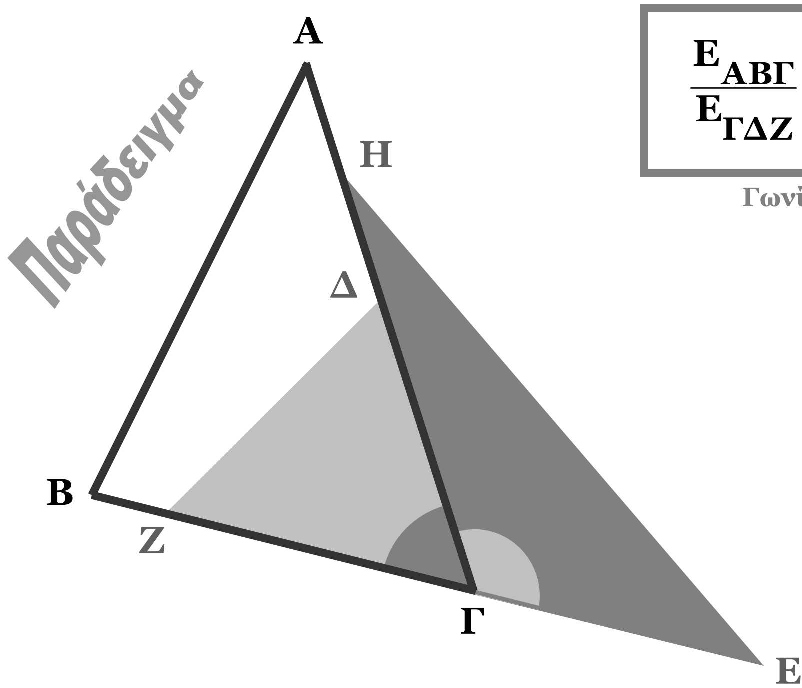
Το ίδιο ακριβώς ισχύει και για δύο οποιαδήποτε όμοια πολύγωνα:

ΘΕΩΡΗΜΑ

Ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων πολύγωνων είναι ίσος με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητάς τους.

ΘΕΩΡΗΜΑ

Αν μια γωνία ενός τριγώνου είναι **ίση ή παραπληρωματική** με μια γωνία ενός άλλου τριγώνου, τότε ο λόγος των εμβαδών των δύο τριγώνων είναι ίσος με το λόγο των γινομένων των πλευρών, που περιέχουν τις γωνίες αυτές.



$$\frac{E_{AB\Gamma}}{E_{\Gamma\Delta Z}} = \frac{A\Gamma \cdot B\Gamma}{\Delta\Gamma \cdot \Gamma Z}$$

Γωνία Γ κοινή

$$\frac{E_{AB\Gamma}}{E_{\Gamma HE}} = \frac{A\Gamma \cdot B\Gamma}{\Gamma H \cdot \Gamma E}$$

Γωνίες Γ και $\Gamma_{\varepsilon\xi}$ παραπληρωματικές

ΕΜΒΑΔΑ ΠΟΛΥΓΩΝΩΝ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. ***** Δύο τρίγωνα, τα οποία έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και ίσα εμβαδά, έχουν αντίστοιχα ίσα

Α. όλα τα ύψη τους

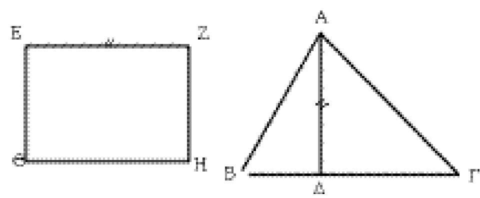
Β. όλες τις διαμέσους τους

Γ. τις διαμέσους που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές

Δ. τα ύψη που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές

Ε. τις διχοτόμους που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές*****

1. ***** Ένα ορθογώνιο παραλληλό-γραμμο ΕΖΗΘ και ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχουν ίσα εμβαδά και το ύψος ΑΔ του τριγώνου είναι ίσο με την πλευρά ΕΖ. Από τις παρακάτω σχέσεις σωστή είναι η



Α. ΒΓ = ΕΘ **Β.** ΑΔ = ΕΘ **Γ.** ΕΘ = 2ΒΓ

Δ. ΕΘ = ΑΓ **Ε.** ΗΖ = $\frac{ΒΓ}{2}$ *****

2. ***** Αν ο λόγος των περιμέτρων δύο όμοιων πολυγώνων είναι $\frac{1}{3}$, τότε ο λόγος των εμβαδών είναι

Α. $\frac{1}{3}$ **Β.** $\frac{1}{9}$ **Γ.** $\frac{1}{6}$ **Δ.** $\frac{1}{27}$ **Ε.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ *****

3. ***** Ο τύπος Ε = (δ$_1$, δ$_2$ οι διαγώνιες ενός τετραπλεύρου) εκφράζει το εμβαδό

Α. ενός τετραπλεύρου με όλες τις πλευρές του ίσες

Β. ενός τετραπλεύρου με τις πλευρές του κάθετες ανά δύο

Γ. ενός τετραπλεύρου με κάθετες διαγώνιους

Δ. ενός ορθογωνίου με διαγώνιες που έχουν σχέση $\delta_1 = 2\delta_2$

Ε. ενός ισοσκελούς τραπεζίου*****

4. ***** Σε ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς γ το εμβαδόν του δίνεται από τον τύπο

Α. γ^2 **Β.** γ **Γ.** υ^2 **Δ.** γ^2

Ε. γ^2 *****

1. ***** Αν σε δύο τρίγωνα ΑΒΓ, Α΄ΒΓ συμβαίνει ΑΑ΄ // ΒΓ τότε

Α. (ΑΒΓ) = (Α΄ΒΓ)

Β. τρίγωνο ΑΒΓ = τρίγωνο Α΄ΒΓ

Γ. γωνία Α΄ = Α

Δ. γωνία Α΄ = 90° - Α

Ε. τρίγωνο ΑΒΓ ≈ τρίγωνο Α΄ΒΓ*****

2. ***** Η διάμεσος ενός τριγώνου το χωρίζει σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα

Α. μόνο όταν το τρίγωνο είναι ισοσκελές

Β. μόνο όταν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο

Γ. μόνο όταν το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο

Δ. πάντα

Ε. μόνο όταν το τρίγωνο είναι ισόπλευρο*****

3. ***** Σε δύο τρίγωνα ΑΒΓ και $Α_1Β_1Γ_1$ ο τύπος $\boxed{} = \boxed{}$ ισχύει όταν

Α. γωνία $Γ = Γ_1$ **Β.** γωνία $Β = Β_1$

Γ. γωνία $Α = 180° - Β_1 - Γ_1$ **Δ.** γωνία $Α = 90° + Α_1$

Ε. γωνία $Α = Α_1$ ή γωνία $(Α + Α_1) = 180°$*****

4. ***** Το ύψος ΑΔ ενός τριγώνου ΑΒΓ το χωρίζει σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα όταν

Α. γωνία Α = 90° **Β.** γωνία Α = Β **Γ.** γωνία Α = 60° = Β

Δ. ΒΓ = ΑΓ **Ε.** ΒΓ = ΑΒ*****

10. ***** Ένα τραπέζιο με βάσεις $β_1$, $β_2$ και ύψος α είναι ισοδύναμο με ένα ορθογώνιο του οποίου οι διαστάσεις είναι

Α. $β_1 + β_2$ και υ **Β.** $\boxed{}$ και $\boxed{}$ **Γ.** $β_1 + υ$ και $\boxed{}$

Δ. $\boxed{}$ και 2υ **Ε.** 2υ και $\boxed{}$*****

11. ***** Ο τύπος $Ε = \boxed{}$ δίνει το εμβαδόν ενός τριγώνου με πλευρές α, β, γ αν

Α. $τ = α + β + γ$ **Β.** $2α = 2(τ - β)$ **Γ.** $α = \boxed{}$

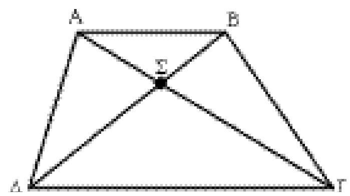
Δ. $τ = \boxed{} + \boxed{} + \boxed{}$ **Ε.** $τ = αβημΓ$*****

12. * Αν E_1, E_2 τα εμβαδά δύο ομοίων πολυγώνων και λ ο λόγος ομοιότητάς τους, τότε ισχύει

Α. $\lambda^2 = E_1.E_2$ **Β.** $\lambda^2 =$ **Γ.** $E_1\lambda$ =

Δ. λ = **Ε.** $E_1.E_2 = \lambda$*

13. * Αν ΑΒΓΔ τραπέζιο και Σ το σημείο τομής των διαγωνίων του, τότε ισχύει



Α. (ΣΑΔ) = (ΣΒΓ)
Β. (ΣΑΒ) = (ΣΔΓ)
Γ. (ΣΒΓ) = (ΣΑΔ) + (ΣΔΓ)
Δ. (ΑΒΓ) = (ΑΔΓ)
Ε. (ΣΑΔ) = 2 (ΣΒΓ)*

14. * Το εμβαδόν ισόπλευρου τριγώνου είναι 4 cm^2. Η κάθε πλευρά του είναι

Α. 4 cm **Β.** 8 cm **Γ.** 4 cm

Δ. 4 cm **Ε.** cm*

15. * Από τους παρακάτω τύπους εκείνος που εκφράζει το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι ο

Α. αγημΑ **Β.** αβσυνΓ **Γ.** βγσυν (90° - Α)

Δ. **Ε.** αγσυνΒ*

16. ***** Το εμβαδόν τετραγώνου με διαγώνιο δ δίνεται από

Α. δ^2 **Β.** **Γ.** $2\delta^2$ **Δ.** δ

Ε. *

17. ***** Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (γωνία Α = 90°) το εμβαδόν του δίνεται από τη σχέση

Α. αβημΑ **Β.** βγ **Γ.** αγημΑ

Δ. βγσυνΑ **Ε.** αβγ*

18. ***** Αν ένα τετράπλευρο έχει κάθετες τις διαγώνιές του δ_1, δ_2, τότε το εμβαδόν του ισούται με

Α. **Β.** **Γ.** **Δ.**

Ε. $\delta_1.\delta_2$*****

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό-Λάθος»

1. ***** Αν δύο τρίγωνα έχουν ίσα εμβαδά, τότε τα τρίγωνα αυτά είναι ίσα.***** **Σ** **Λ**

2. ***** Αν ένα τρίγωνο χωρίζεται από μια διχοτόμο του σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα, τότε είναι ισοσκελές.***** **Σ** **Λ**

3. ***** Αν ένα τρίγωνο χωρίζεται από ένα ύψος του σε δύο ισεμβαδικά τρίγωνα, τότε είναι ισοσκελές.***** **Σ** **Λ**

4. ***** Ένα τρίγωνο χωρίζεται από μία διάμεσό του σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα.***** **Σ** **Λ**

5. ***** Δύο ισοδύναμα ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα.***** **Σ** **Λ**

6. ***** Ο τύπος του Ήρωνα Ε = ισχύει μόνο σε ορθογώνια τρίγωνα.***** **Σ** **Λ**

7. ***** Ο τύπος Ε = όπου δ_1, δ_2 οι διαγώνιοι ενός τετραπλεύρου ισχύει σε κάθε τετράπλευρο με κάθετες διαγώνιους.***** **Σ** **Λ**

8. ***** Δύο τρίγωνα όμοια και ισεμβαδικά είναι ίσα.***** **Σ** **Λ**

9. ***** Δύο τετράγωνα τα οποία έχουν ίσα εμβαδά είναι ίσα.***** **Σ** **Λ**

10. ***** Ο λόγος των εμβαδών δύο ισοπλεύρων τριγώνων είναι ίσος με το τετράγωνο του λόγου των υψών τους.***** **Σ** **Λ**

11. ***** Αν οι γωνίες Α και Δ των τριγώνων ΑΒΓ και ΔΕΖ

Σ **Λ**

είναι συμπληρωματικές, τότε $\frac{(\text{ΑΒΓ})}{(\text{ΔΕΖ})} = \frac{\text{ΑΒ.ΑΓ}}{\text{ΔΕ.ΔΖ}}$.*

12. * Σε τετράπλευρο ΑΒΓΔ, αν Μ είναι το μέσο της διαγωνίου ΒΔ, τότε τα σχήματα ΑΜΓΔ και ΑΜΓΒ είναι ισοδύναμα.* **Σ** **Λ**

13. * Αν οι πλευρές τετραγώνου αυξηθούν κατά 4 cm η καθεμία, τότε το εμβαδόν του αυξάνεται κατά 16 cm^2.* **Σ** **Λ**

4. * Αν η πλευρά τετραγώνου τριπλασιαστεί, τότε το εμβαδόν του 9-πλασιάζεται.* **Σ** **Λ**

5. * Τετράγωνο πλευράς α είναι ισοδύναμο με ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς ίσης με τη διαγώνιο του τετραγώνου.* **Σ** **Λ**

6. * Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με διαστάσεις α, β είναι ισοδύναμο με τετράγωνο που έχει πλευρά ίση με τη διαγώνιο του ορθογωνίου παραλληλογράμμου.* **Σ** **Λ**

7. * Ρόμβος με διαγωνίους δ_1, δ_2 είναι ισοδύναμος με ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές τις διαγώνιες δ_1, δ_2 του ρόμβου.* **Σ** **Λ**

8. * Ρόμβος με διαγώνιες δ_1, δ_2 είναι ισοδύναμος με ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με διαστάσεις δ_1, δ_2.* **Σ** **Λ**

9. * Ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ πλευράς 2α είναι ισοδύναμο με τετράγωνο πλευράς α.* **Σ** **Λ**

0. * Ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ πλευράς α είναι ισοδύναμο με ρόμβο πλευράς α και οξείας γωνίας 60°.* **Σ** **Λ**

21. ***** Αν οι γωνίες Α και Δ των τριγώνων ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι συμπληρωματικές, τότε = .***** **Σ** **Λ**

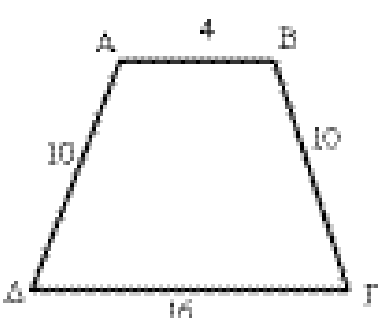
22. ***** Αν τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΚΛΜ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας λ, τότε = = λ^2, όπου ΑΒ και ΚΛ ομόλογες πλευρές τους. ***** **Σ** **Λ**

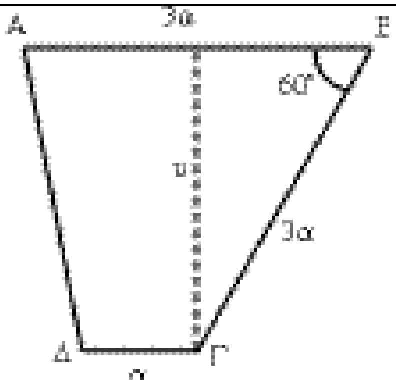
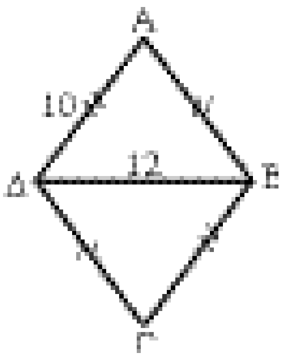
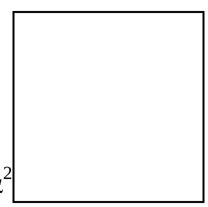
23. ***** Το εμβαδό ενός τετραγώνου δίνεται από τον τύπο δ^2, όπου δ η διαγώνιός του.***** **Σ** **Λ**

24. ***** Η ευθεία που συνδέει τα μέσα των δύο βάσεων τραπεζίου το διαιρεί σε δύο ισοδύναμα τραπέζια.***** **Σ** **Λ**

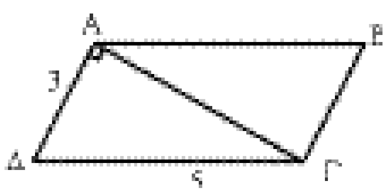
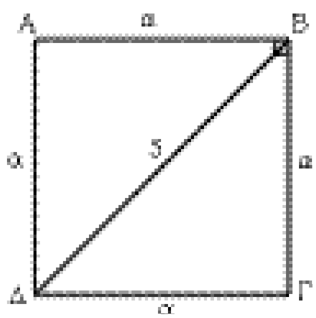
Ερωτήσεις αντιστοίχισης

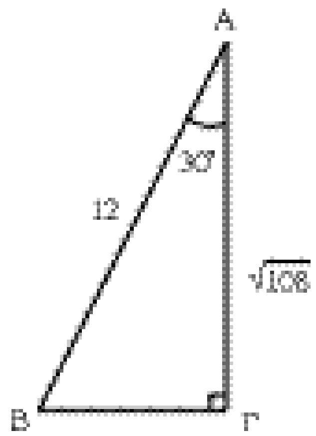
1. * Να αντιστοιχίσετε κάθε σχήμα της στήλης (Α) με το εμβαδό του στη στήλη (Β).*****

στήλη Α	**στήλη Β**
1.  **2.**	**A)** $3\alpha^2$

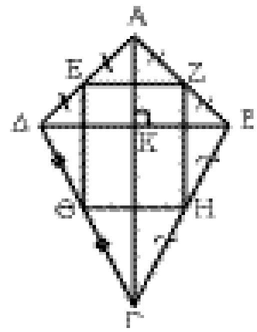
	**Β)** 80
	Γ) 60
3. 	**Δ)** 96
	Ε)  $9α^2$

2. * Να αντιστοιχίσετε κάθε σχήμα της στήλης (Α) με το εμβαδόν του στη στήλη (Β).*

στήλη Α	στήλη Β
1. 	**Α)** 12,5
2. 	**Β)** 25

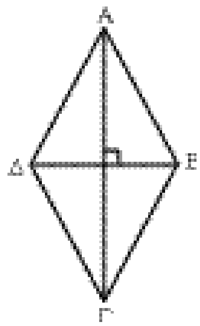
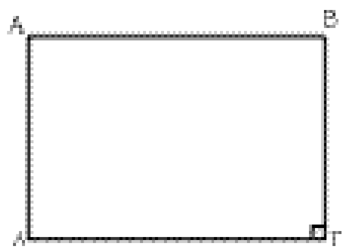
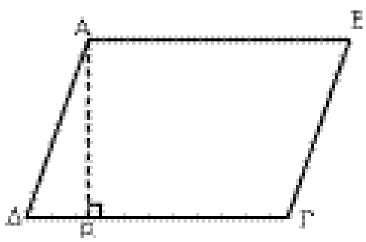
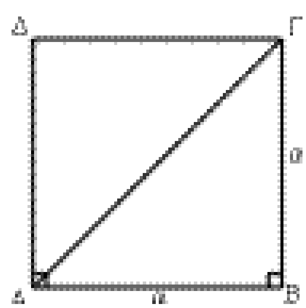
3. 	**Γ)** 3 **Δ)** **Ε)** 12

3. ***** Οι ισότητες στη στήλη (Α) εκφράζουν εμβαδά και περιέχουν στοιχεία του διπλανού σχήματος. Οι προτάσεις στη στήλη (Β) προσδιορίζουν τα στοιχεία του διπλανού σχήματος, όπως αυτά χρησιμο-ποιούνται στις ισότητες της στήλης (Α). Να αντιστοιχίσετε τις ισότητες της στήλης (Α) με τις προτάσεις της στήλης (Β).*****



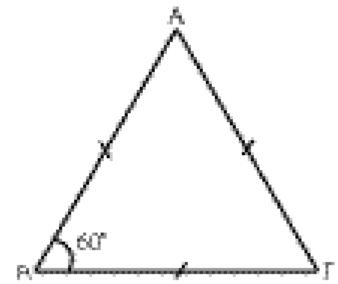
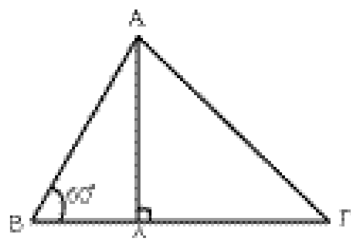
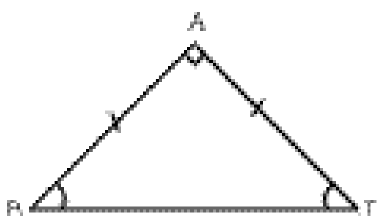
στήλη Α	**στήλη Β**
1. (ΔΑΓ) =	**Α)** ΑΓ, ΔΒ διαγώνιοι του ΑΒΓΔ
2. (ΑΒΓΔ) =	**Β)** ΕΖ ύψος του ΕΖΗΘ
3. ΕΖ.ΖΗ = (ΕΖΗΘ)	**Γ)** ΔΒ βάση του τριγώνου ΑΔΒ
4. (ΑΔΒ) =	**Δ)** ΔΚ ύψος του τριγώνου ΑΔΓ
	Ε) ΑΓ βάση του τριγώνου ΑΒΓ
	ΣΤ) ΔΒ βάση του τριγώνου ΔΓΒ

4. ***** Να αντιστοιχίσετε κάθε σχήμα της στήλης (Α) με έναν τύπο της στήλης (Β) ο οποίος εκφράζει το εμβαδόν του.*****

στήλη Α	**στήλη Β**
1. 	**Α)** Ε =
2. 	**Β)** Ε = ΑΔ.ΒΓ
3. 	**Γ)** Ε = ΑΒ.ΑΕ
4. 	**Δ)** Ε = ΑΔ.ΔΓ
	Ε) Ε =
	ΣΤ) Ε =

5. ***** Να αντιστοιχίσετε κάθε σχήμα της στήλης (Α) με έναν τύπο της στήλης (Β) ο οποίος εκφράζει το εμβαδόν του.*****

στήλη Α	**στήλη Β**

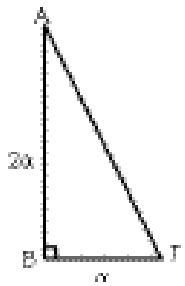
1.	**Α)** ΑΓ.ΒΓ
2. 	**Β)** ΑΒ
3. 	**Γ)**
4. 	**Δ)** ΑΒ.ΒΓ

	Ε) ΑΓ.ΒΓ **ΣΤ)**

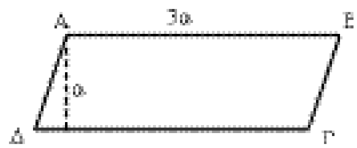
6. ***** Στη στήλη (Α) υπάρχουν ευθύγραμμα σχήματα. Στη στήλη (Β) υπάρχουν εμβαδά. Να αντιστοιχίσετε κάθε σχήμα της στήλης (Α) με το εμβαδόν του στη στήλη (Β).*****

<table>
<tr><th>στήλη Α</th><th>στήλη Β</th></tr>
<tr><td>

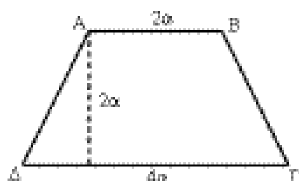
1.



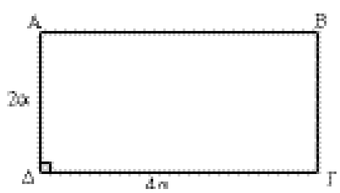
2.



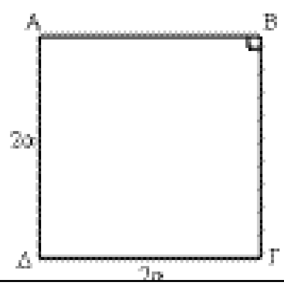
3.



4.



5.



</td><td>

Α) $8\alpha^2$

Β) $7\alpha^2$

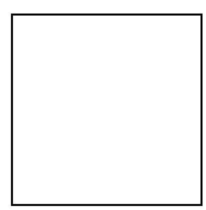
Γ) $6\alpha^2$

Δ) $4\alpha^2$

Ε) $3\alpha^2$

ΣΤ) $2\alpha^2$

Ζ) α^2

Η) 

</td></tr>
</table>

Ερωτήσεις συμπλήρωσης

1. ***** Το εμβαδόν ενός τραπεζίου ισούται με το γινόμενο της διαμέσου των μη παράλληλων πλευρών επί ………………*****

2. ***** Αν το ένα ύψος ενός παραλληλογράμμου είναι διπλάσιο από το άλλο του ύψος, τότε η μία πλευρά που αντιστοιχεί σ’ αυτό είναι ………………*****

3. ***** Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει (ΑΒΓ) = $\sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$ όπου τ = ………………*****

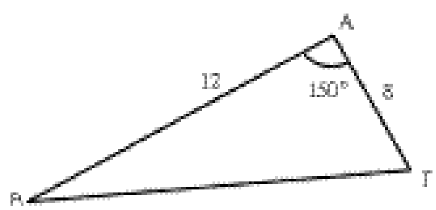
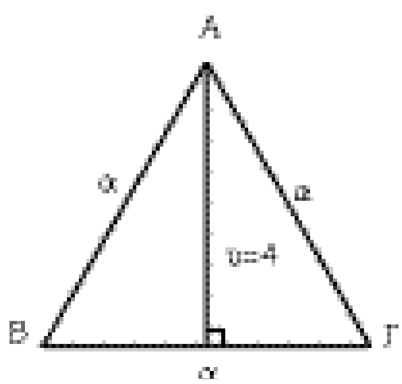
4. ***** Αν το εμβαδόν ενός τριγώνου ΑΒΓ είναι $\frac{\alpha\beta}{2}$ (όπου α, β πλευρές), τότε η μεγαλύτερη γωνία του είναι η ……………… και είναι ίση με …………..*****

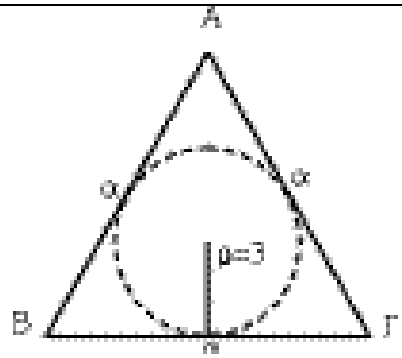
5. ***** Αν δ_1, δ_2 είναι οι διαγώνιοι ρόμβου, το εμβαδό του ισούται με ………..*****

6. ***** Αν ένας ρόμβος πλευράς α με διαγώνιες δ_1, δ_2 είναι ισοδύναμος με ένα ορθογώνιο, τότε οι πλευρές του ορθογωνίου είναι οι ……………… ή οι ………………*****

7. ***** Σε τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία Β είναι 30°. Το εμβαδόν του συναρτήσει των πλευρών του α, γ είναι ………………*****

8. ***** Υπολογίστε και συμπληρώστε στη στήλη (Β) τα εμβαδά των σχημάτων που βρίσκονται στη στήλη (Α). *****

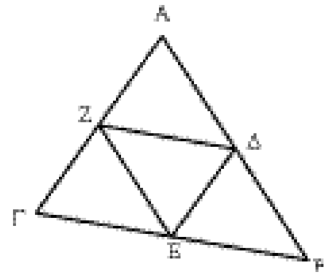
στήλη Α	**στήλη Β**
	Ε = ………..
	Ε = ………..

	Ε = ………..

9. ***** Υπολογίστε και συμπληρώστε στη στήλη (Β) τα εμβαδά των τριγώνων των οποίων τα στοιχεία βρίσκονται στη στήλη (Α). *****

στήλη Α **στοιχεία τριγώνου ΑΒΓ**	**στήλη Β** **εμβαδόν τριγώνου ΑΒΓ**
$\alpha = 2,\ \gamma = 3,\ B = 60°$	Ε = ………..
$\alpha = 3,\ \beta = 3,\ \gamma = 4$	Ε = ………..
$\alpha = \beta = \gamma,\ \ \upsilon_\alpha =$ 5	Ε = ………..
$\alpha = \beta = \gamma = 4$	Ε = ………..

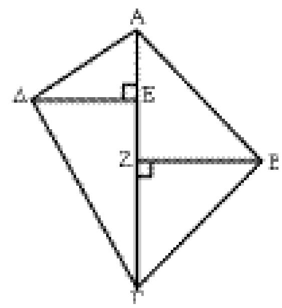
Ερωτήσεις ανάπτυξης



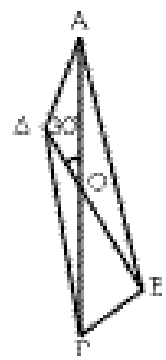
1. ****** Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και έστω Δ, Ε, Ζ τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ και ΓΑ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

α) (ΔΕΖ) = (ΖΓΕ)

β) (ΔΕΖ) = $\boxed{}$ (ΑΒΓ) ******



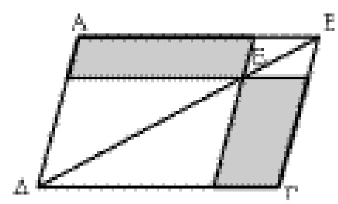
1. ****** Να δείξετε ότι το εμβαδόν τυχόντος τετραπλεύρου ισούται με το γινόμενο της μιας διαγωνίου του επί το ημιάθροισμα των αποστάσεων των δύο άλλων κορυφών από τη διαγώνιο αυτή. ******



1. ****** Όταν οι διαγώνιες ενός κυρτού τετραπλεύρου ΑΒΓΔ σχηματίζουν γωνία Ο = 30°, να δείξετε ότι ισχύει:

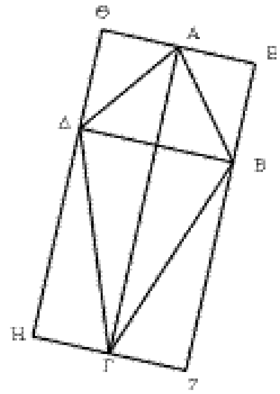
α) (ΑΟΔ) = $\boxed{}$ ΟΔ.ΟΑ

β) (ΑΒΓΔ) = $\boxed{}$ ΑΓ.ΔΒ******



1. ****** Από ένα σημείο Ε της διαγωνίου ΒΔ παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ φέρνουμε παράλ-ληλες προς τις πλευρές του. Να δείξετε ότι τα παραλληλόγραμμα που βρίσκονται εκατέρωθεν της ΒΔ είναι ισοδύναμα.******

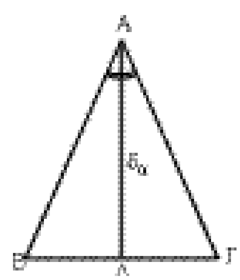
1. ****** Από τις κορυφές ενός τετραπλεύρου ΑΒΓΔ φέρνουμε παράλληλες προς τις διαγωνίους του. Να δείξετε ότι το περιγεγραμμένο στο τετράπλευρο παραλληλόγραμμο ΗΖΕΘ έχει εμβαδό διπλάσιο από το εμβαδό του τετραπλεύρου.******



2. ****** Να δείξετε ότι σε ρόμβο, του οποίου το εμβαδόν είναι ίσο με το ημιγινόμενο μιας διαγωνίου επί την πλευρά του, η μια γωνία του είναι 60°.******

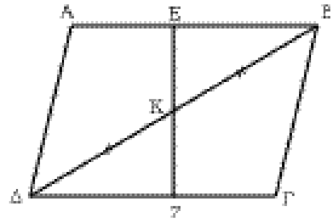
1. ****** Να δείξετε ότι ένα τρίγωνο ΑΒΓ, του οποίου το εμβαδόν ισούται με α.μ_α, όπου μ_α η διάμεσος από την κορυφή Α, είναι ισοσκελές ή ισόπλευρο.******

8. ****** Να δείξετε ότι ένα τρίγωνο ΑΒΓ, το εμβαδόν του οποίου ισούται με α.δ_α, όπου δ_α η διχοτόμος της γωνίας Α, είναι ισοσκελές ή ισόπλευρο.******



9. ****** Να δείξετε ότι αν ένα τετράγωνο πλευράς α και ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς β έχουν την ίδια περίμετρο, τότε το εμβαδόν του τετραγώνου ισούται με .******

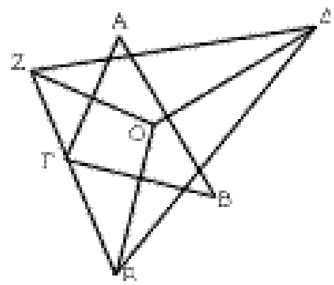
1. ****** Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και από το μέσο Κ της διαγωνίου ΒΔ φέρνουμε τυχαία ευθεία ΕΖ που τέμνει τις ΑΒ και ΓΔ στα Ε και Ζ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι (ΑΕΖΔ) = (ΒΓΖΕ).******



11. ****** Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Από ένα σημείο Ο εσωτερικό του ΑΒΓ φέρνουμε κάθετες στις πλευρές ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ και πάνω σ' αυτές παίρνουμε τμήματα ΟΔ = ΑΒ, ΟΕ = ΒΓ, ΟΖ = ΓΑ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι ισχύει:

α) (ΔΟΕ) = (ΑΒΓ)   και

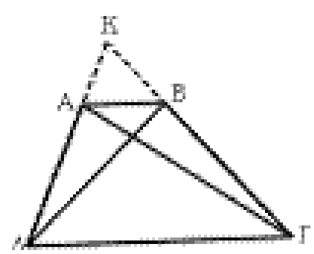
β) (ΔΕΖ) = 3(ΑΒΓ)******



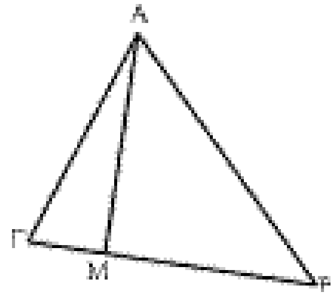
12. ****** Ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ το εμβαδόν του είναι ίσο με , όπου ΑΓ η μία διαγώνιός του. Δείξτε ότι η οξεία γωνία ΑΟΔ των διαγωνίων του είναι 30°.******

13. ****** Το εμβαδόν ενός τετραγώνου είναι 256 cm^2. Αν ελαττώσουμε την πλευρά του κατά 10 cm, τότε να δείξετε ότι το εμβαδόν του ελαττώνεται κατά 220 cm^2.******

1. ****** Τραπεζίου ΑΒΓΔ οι μη παράλληλες πλευρές ΑΔ και ΒΓ τέμνονται στο Κ. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΚΑΓ και ΚΒΔ είναι ισοδύναμα.******



15. ****** Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και σημείο Μ της πλευράς ΒΓ, τέτοιο ώστε ΒΜ = ΒΓ. Να δείξετε ότι το εμβαδόν του ΑΒΜ είναι ίσο με τα του εμβαδού του ΑΒΓ.******



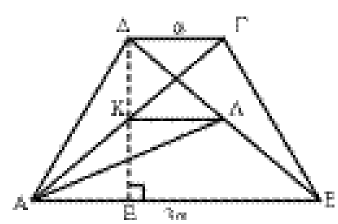
16. ****** Έστω ΑΒΓ ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς α και ΚΛΜ τρίγωνο με γωνία Κ = 120°. Τότε να δείξετε ότι = .******

17. ****** Τραπέζιο ΑΒΓΔ έχει βάσεις α και 3α και ύψος 2α και Κ, Λ είναι τα μέσα των διαγωνίων του.

α) Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΚΛ.

β) Να δείξετε ότι:

(ΑΚΛ) = (ΒΚΛ) = (ΓΚΛ) = (ΔΚΛ).******

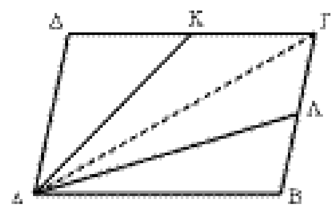


18. ****** Αν η πλευρά ενός τετραγώνου αυξηθεί κατά 4 m, το εμβαδόν του αυξάνεται κατά 136 m^2. Να βρεθεί η πλευρά του τετραγώνου αυτού.******

19. ****** Η περίμετρος ενός ρόμβου ΑΒΓΔ είναι 48 cm και η απόσταση των δύο απέναντι πλευρών του είναι 5 cm. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του ρόμβου.******

20. ****** Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει γωνία Γ = 60°, β = 12 cm, α = 3 cm και είναι ισοδύναμο με ισόπλευρο τρίγωνο. Να υπολογιστεί η πλευρά του ισοπλεύρου αυτού τριγώνου.******

1. ****** Σ’ ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ συνδέουμε την κορυφή Α με τα μέσα Κ, Λ των πλευρών ΓΔ και ΒΓ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι (ΑΚΓΛ) = (ΑΒΓΔ).******

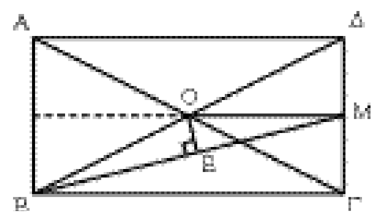


22. ****** Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με διαστάσεις ΒΓ = α και ΑΒ = β. Φέρνουμε την ΟΜ, όπου Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του και Μ το μέσο της πλευράς ΔΓ.

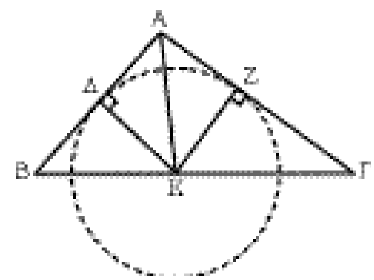
α) Να υπολογιστούν οι πλευρές του τριγώνου ΟΜΒ συναρτήσει των α, β.

β) Δείξτε ότι τα τρίγωνα ΟΜΒ και ΟΜΓ είναι ισοδύναμα.

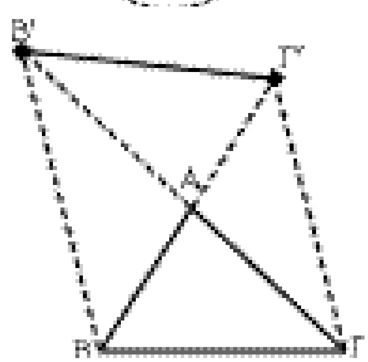
γ) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του ΟΜΒ συναρτήσει των α, β.******



3. ****** Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ και κύκλος (Κ, R) που έχει το κέντρο του στην πλευρά ΒΓ και εφάπτεται στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ. Να δείξετε ότι: R (β + γ) = 2Ε.******



4. ****** Από την κορυφή Β τριγώνου ΑΒΓ φέρνουμε μια οποιαδήποτε ευθεία που να συναντά την προέκταση της ΓΑ προς το μέρος του Α σε ένα σημείο Β΄, καθώς και την ΓΓ΄//ΒΒ΄, που συναντά την προέκταση της ΒΑ στο Γ΄. Να αποδειχθεί ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΒ΄Γ΄ είναι ισεμβαδικά.******



25. ** Στο εσωτερικό ενός τριγώνου ΑΒΓ παίρνουμε ένα σημείο Κ έτσι ώστε να είναι γωνία ΑΚΒ = ΓΚΑ = 120° και ΚΑ = 2 cm, ΚΒ = 6 cm, ΚΓ = 10 cm. Να υπολογιστούν τα εμβαδά των τριγώνων α) ΚΒΓ και
β) ΑΒΓ.**

26. ** Αν το άθροισμα των διαγωνίων ενός ρόμβου είναι 14 cm και η περίμετρός του είναι 20 cm, να βρεθούν:

α) το εμβαδόν του και

β) το ύψος του ρόμβου από την κορυφή Α.**

27. ** Ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ έχει μια γωνία του 5-πλάσια μιας άλλης και την περίμετρό του 12-πλάσια μιας πλευράς. Αν το εμβαδόν του είναι 40 cm^2, να υπολογισθούν:

α) οι πλευρές του και

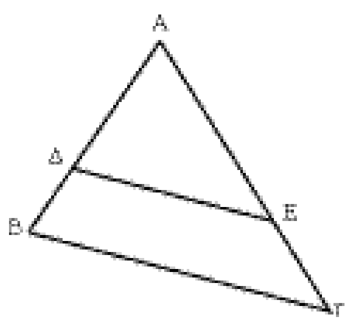
β) τα ύψη του.**

28. ** Προεκτείνουμε τις πλευρές ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ τριγώνου ΑΒΓ αντιστοίχως κατά τμήματα ΒΔ = ΒΑ, ΓΕ = ΓΒ και ΑΖ = ΑΓ. Να δείξετε ότι:

α) (ΖΓΕ) = 2 (ΑΒΓ) και

β) (ΔΕΖ) = 7 (ΑΒΓ).**

29. ** Σε τρίγωνο ΑΒΓ φέρνουμε παράλληλη στην πλευρά ΒΓ που τέμνει τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα. Να δείξετε ότι: (ΑΒΕ)^2 = (ΑΒΓ) . (ΑΔΕ).**



30. ** Έστω τρίγωνο ΑΒΓ ορθογώνιο στο Α. Κατασκευάζουμε επί των τριών πλευρών και εκτός του τριγώνου τετράγωνα ΒΓΔΕ, ΓΑΘΙ, ΑΒΚΛ. Να υπολογισθούν:

α) τα εμβαδά (ΚΒΕ), (ΔΓΙ), (ΛΑΘ) και

β) το εμβαδόν του εξαγώνου ΔΕΚΛΘΙ, αν γνωρίζουμε τις πλευρές του ορθογώνιου τριγώνου ΑΒ = γ, ΑΓ = β, ΒΓ = α.**

31. ** Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει ΑΒ = γ, ΑΓ = β και γωνία Α = 30°. Επί των πλευρών ΑΒ και ΑΓ και έξω από το τρίγωνο κατασκευάζουμε τετράγωνα ΑΒΔΕ, ΑΓΖΗ και φέρνουμε την ΕΗ.

α) Δείξτε ότι τα τρίγωνα ΑΕΗ και ΑΒΓ είναι ισοδύναμα.

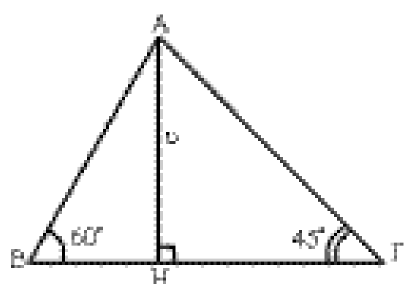
β) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του ΒΓΖΗΕΔΒ.**

4. ** Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ύψος ΑΗ = υ, γωνία Β = 60° και γωνία Γ = 45°. Να υπολογίσετε συναρτήσει του υ:

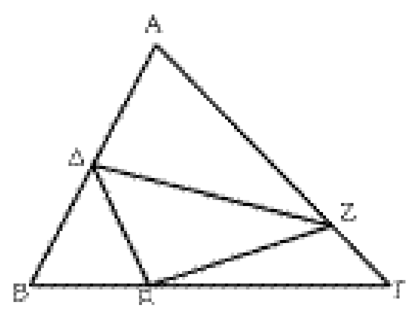
α) τις πλευρές του τριγώνου

β) το εμβαδόν του και

γ) τα ύψη προς τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ.**



33. ** Έστω τρίγωνο ΑΒΓ. Στις πλευρές του ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία Δ, Ε, Ζ έτσι ώστε: ΑΔ = ΑΒ, ΒΕ = ΒΓ, ΓΖ = ΓΑ. Να υπολογίσετε:

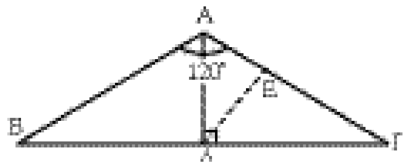


α) τα εμβαδά των τριγώνων ΔΒΕ, ΕΖΓ, ΑΔΖ, αν γνωρίζουμε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ = Ε και

β) το εμβαδόν του τριγώνου ΔΕΖ, αν γνωρίζουμε το εμβαδόν του ΑΒΓ = Ε.**

E-mails:**raidosi@yahoo.gr** **iraidos@gmail.com**
http://blogs.sch.gr/iraidos/

34. ** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) με ΑΒ = 6 cm και γωνία ΒΑΓ = 120°.



α) Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

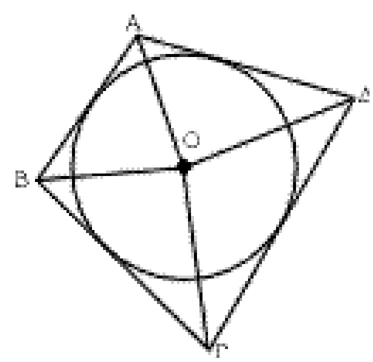
β) Αν Ε σημείο της ΑΓ, τέτοιο ώστε ΑΕ = ΕΓ και ΑΔ το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ, να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΔΕΓ.**

35. ** Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με β = 2γ, ΑΔ μια διχοτόμος του και ΒΜ μια διάμεσός του. Να δείξετε ότι:

α) $\frac{(BM\Delta)}{(\Delta M\Gamma)} =$ και

β) $\frac{(M\Delta\Gamma)}{(AB\Gamma)} = \frac{1}{3}$**

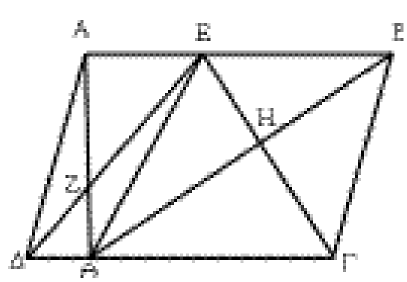
36. ** Ένα τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι περιγεγραμμένο περί τον κύκλο Ο. Να δείξετε ότι αληθεύει η σχέση (ΟΑΒ) + (ΟΓΔ) = (ΟΑΔ) + (ΟΒΓ).**



37. ** Σε ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ παίρνουμε δύο τυχόντα σημεία Ε και Θ επί των πλευρών ΑΒ και ΓΔ αντίστοιχα. Οι ευθείες ΔΕ και ΑΘ τέμνονται στο Ζ και οι ευθείες ΓΕ και ΒΘ τέμνονται στο Η. Να δείξετε ότι:

α) (ΕΖΘ) = (ΑΖΔ)

β) το εμβαδόν του τετράπλευρου ΕΗΘΖ είναι



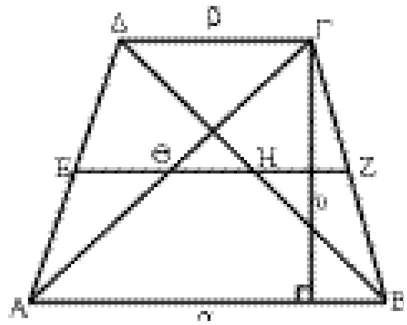
ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των τριγώνων ΒΓΗ και ΑΔΖ.**

38. **** Έστω τραπέζιο ΑΒΓΔ, υ το ύψος από το Α και ΗΘ η διάμεσός του. Φέρνουμε ευθύγραμμο τμήμα που διέρχεται από το μέσο Μ της ΗΘ και τέμνει τις ΑΒ, ΔΓ στα σημεία Ζ, Ε αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

α) (ΑΖΕΔ) = ΗΜ.υ και

β) (ΑΖΕΔ) = (ΖΒΓΕ)**

39. **** Τραπεζίου ΑΒΓΔ οι βάσεις είναι ΑΒ = α, ΓΔ = β και υ το ύψος του. Φέρνουμε τη διάμεσο ΕΖ που τέμνει τις διαγώνιες ΑΓ και ΒΔ στα Θ και Η αντίστοιχα. Να δειχθεί ότι:



α) (ΑΗΓ) = και

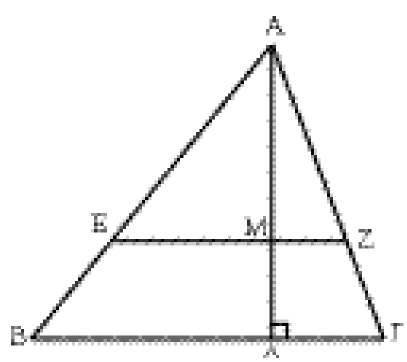
β) (ΑΒΖΕ) - (ΕΖΓΔ) = (ΑΗΓ)**

40. **** Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει α = 17 cm, β = 8 cm, γ = 15 cm.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

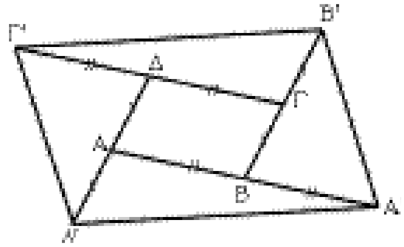
β) Αν ΑΔ είναι το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ, να υπολογίσετε το λόγο .**

1. **** Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει εμβαδόν 90 cm^2. Από ένα σημείο Μ του ύψους του ΑΔ, που το διαιρεί σε δύο τμήματα ΑΜ, ΜΔ με λόγο , φέρνουμε παράλ-ληλο προς τη ΒΓ που τέμνει τις ΑΒ και ΑΓ στα



σημεία Ε και Ζ. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΕΖ.**

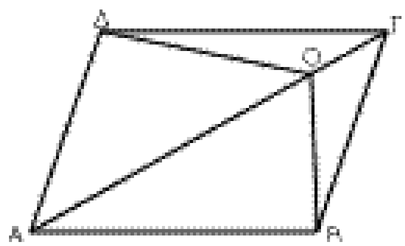
42. ** Ενός παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ προεκτείνουμε τις πλευρές του και στις προεκτάσεις παίρνουμε τμήματα ΑΔ΄ = ΑΔ, ΒΑ΄ = ΒΑ, ΓΒ΄ = ΓΒ, ΔΓ΄ = ΔΓ.



α) Να δείξετε ότι το Α΄Β΄Γ΄Δ΄ είναι παραλληλόγραμμο

β) Να εκφραστεί το εμβαδόν του Α΄Β΄Γ΄Δ΄, αν γνωρίζουμε το εμβαδόν Ε του ΑΒΓΔ.**

43. ** Δίνεται ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και έστω Ο σημείο της διαγωνίου του ΑΓ. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΟΑΒ και ΟΑΔ είναι ισοδύναμα.**



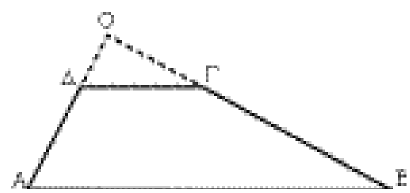
44. ** Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ με βάσεις ΑΒ και ΓΔ και ύψος ΓΖ. Να δείξετε ότι το εμβαδόν του τραπεζίου αυτού είναι διπλάσιο του εμβαδού του ορθογωνίου τριγώνου ΑΓΖ.**

45. ** Να υπολογιστούν οι πλευρές ενός ισοσκελούς τραπεζίου, αν γνωρίζουμε ότι η περίμετρός του είναι 60 m, το εμβαδόν του 160 m^2 και το ύψος του 8 m.**

28. ** Δίνεται ένα τραπέζιο ΑΒΓΔ, που έχει βάσεις ΑΒ = 70 cm, ΓΔ = 20 cm και μη παράλληλες πλευρές ΒΓ = 40 cm και ΑΔ = 30 cm.

α) Να αποδειχθεί ότι οι ΒΓ και ΑΔ είναι κάθετοι.

β) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τραπεζίου ΑΒΓΔ.**

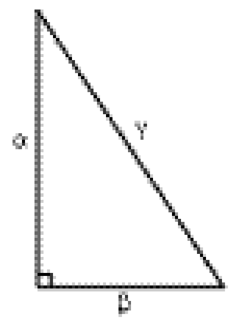


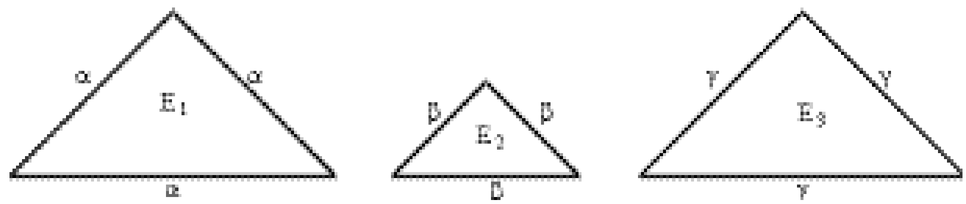
29. ** Να δείξετε ότι σε κάθε ισόπλευρο τρίγωνο ισχύει: μ_α^2 + + = 3Ε (μ_α, μ_β, μ_γ οι τρεις διάμεσοι του τριγώνου και Ε το εμβαδόν του).**

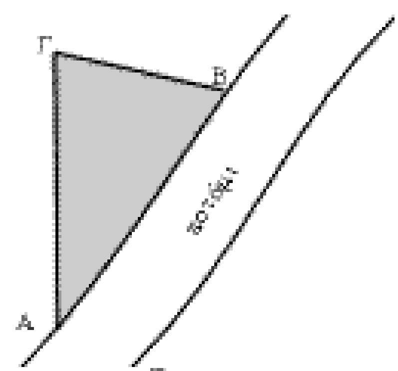
48. ** Τα τρίγωνα που έχουν κορυφή ένα τυχόν σημείο της περιμέτρου ενός παραλληλογράμμου και βάσεις τις διαγώνιές του, έχουν σταθερό άθροισμα εμβαδών.**

49. ** Να διαιρεθεί τετράγωνο πλευράς α = 6 cm σε τρία ισοδύναμα μέρη με ευθείες που διέρχονται από μια κορυφή του.**

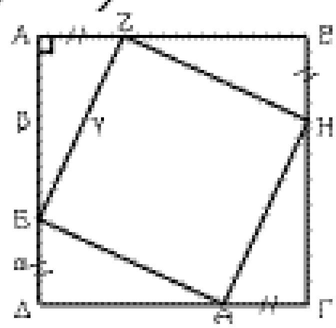
50. ** Παρατηρώντας τα 4 παρακάτω τρίγωνα, βρείτε τη σχέση που συνδέει μεταξύ τους τα εμβαδά E_1, E_2, E_3 των αντίστοιχων τριγώνων. Δικαιολογήστε την απάντησή σας. **







51. ****** Μια ομάδα προσκόπων κατασκηνώνει δίπλα σ' ένα ποτάμι και θέλει να σχηματίσει μια τριγωνική περίφραξη στην όχθη του ποταμού (βλ. διπλανό σχήμα). Η ομάδα έχει στη διάθεσή της δύο σχοινιά μήκους 30 m και 40 m και θέλει να περιφράξει το μεγαλύτερο δυνατό εμβαδόν. Πώς θα το καταφέρει;******



52. ****** Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο και ΕΔ = ΘΓ = ΗΒ = ΑΖ.

α) Να βρείτε το εμβαδόν του ΑΒΓΔ συναρτήσει των α, β.

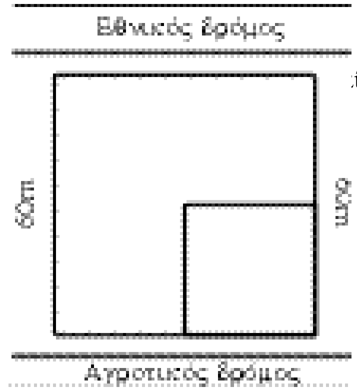
β) Τι σχήμα είναι το ΕΖΗΘ;

γ) Να βρείτε τα εμβαδά των τριγώνων ΑΖΕ, ΕΔΘ, ΘΓΗ, ΗΒΖ και του σχήματος ΕΖΗΘ.

δ) Χρησιμοποιώντας τις απαντήσεις των ερωτημάτων (α), (γ), ποιο βασικό πολύ γνωστό γεωμετρικό θεώρημα μπορείτε να αποδείξετε;******

53. ****** Τέσσερις αδελφοί κληρονόμησαν από τον πατέρα τους διαμπερές τετραγωνικό οικόπεδο πλευράς 60 m. Για να πληρώσουν την Εφορία πούλησαν ένα τμήμα από αυτό σχήματος τετραγώνου, πλευράς 30 m, με πρόσοψη στον αγροτικό δρόμο. Το υπόλοιπο οικόπεδο το μοίρασαν μεταξύ τους τα αδέλφια σε 4 ισεμβαδικά οικόπεδα με πρόσοψη στον Εθνικό δρόμο.

α) Να βρείτε πόσα τετραγωνικά μέτρα πούλησαν για να πληρώσουν την Εφορία.



β) Να βρείτε πόσο είναι το εμβαδόν καθενός από τα 4 οικόπεδα που πήραν οι αδελφοί.

γ) Να σχεδιάσετε τα οικόπεδα που πήρε καθένας από τους τέσσερις αδελφούς και να βρείτε την περίμετρό τους.

δ) Αν το τετράγωνο που πουλήθηκε ήταν σε διαφορετική θέση, μπορούσε να γίνει δικαιότερη η διαίρεση του υπόλοιπου οικοπέδου για τα τέσσερα αδέλφια; ******

Παρατήρηση: *Η ερώτηση (δ) να μην δοθεί σε διαγώνισμα, γιατί είναι θέμα που μπορούμε να διαπραγματευθούμε μόνο στην τάξη.*

54. ** Για να ρυμοτομηθεί τετραγωνικό αγροτεμάχιο πλευράς 600 m, κατασκευάζεται στο κέντρο του τετραγωνική πλατεία πλευράς 300 m. Το υπόλοιπο αγροτεμάχιο χωρίζεται σε 8 ισεμβαδικά οικόπεδα.

α) Σχεδιάστε τις διαγωνίους του τετραγωνικού αγροτεμαχίου και υπολογίστε το μήκος τους.

β) Τοποθετήστε στο σχήμα την τετραγωνική πλατεία και υπολογίστε το εμβαδόν της.

γ) Ολοκληρώστε το σχήμα σχεδιάζοντας τα 8 ζητούμενα ισεμβαδικά οικόπεδα. Τι σχήμα έχουν αυτά;

δ) Υπολογίστε για καθένα από τα 8 οικόπεδα:

i) το εμβαδόν του

ii) την περίμετρό του.******

Παρατήρηση: *Το παραπάνω πρόβλημα μπορούμε να το διαπραγματευθούμε στην τάξη και με την παρακάτω εκφώνηση:*

Πρόβλημα:

Για να ρυμοτομηθεί τετραγωνικό αγροτεμάχιο πλευράς 600 m, κατασκευάζεται στο κέντρο του τετραγωνική πλατεία πλευράς 300 m. Το υπόλοιπο αγροτεμάχιο να χωριστεί σε 8 ισεμβαδικά οικόπεδα.