

ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΣΤΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

13° ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΜΑΘΗΜΑ 10.4
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Μάθημα: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Τίτλος μαθήματος(ενότητας): Άλλοι τύποι για το εμβαδόν τριγώνου-
Εμβαδό και ομοιότητα

Ημερομηνία: 09-01-2019

Τάξη: Β΄ Λυκείου

Σχολείο: 1° Γενικό Λύκειο Βόλου

Ωρα: 1^ηΤμήμα: Β₁ (13 μαθητές)**ΓΕΝΙΚΟΙ ΣΚΟΠΟΙ**

Να μπορούν οι μαθητές στο τέλος του μαθήματος να

- Γνωρίζουν τους τύπους του εμβαδού τριγώνου

Να είναι ικανοί να επιλύουν προβλήματα με την βοήθεια των παραπάνω τύπων.

ΕΙΔΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

Να είναι σε θέση στο τέλος του μαθήματος οι μαθητές να

- 1) Υπολογίζουν εμβαδά τριγώνων με γνωστές τις πλευρές των τριγώνων
- 2) Υπολογίζουν εμβαδά τριγώνων εγγεγραμμένων σε κύκλο
- 3) Υπολογίζουν εμβαδά τριγώνων περιγεγραμμένων σε κύκλο
- 4) Υπολογίζουν εμβαδά τριγώνων όταν δύο τρίγωνα είναι όμοια
- 5) Υπολογίζουν εμβαδά τριγώνων όταν έχουν μια γωνίες ίσες ή παραπληρωματικές
- 6) Υπολογίζουν εμβαδά τριγώνων όταν έχουν ίσες βάσεις
- 7) Υπολογίζουν εμβαδά τριγώνων όταν έχουν ίσα ύψη.

ΜΕΣΑ: Πίνακας, κιμωλίες ή μαρκαδόροι, Η/Υ , φωτοτυπίες.

ΥΛΙΚΑ: CD, σλάιντς, σχολικό βιβλίο .

ΥΛΗ: Σχολικό βιβλίο – σελίδες 19- 23.

Κριτήρια Υπουργείου.

ΜΕΘΟΔΟΣ: Διερευνητική καθοδηγούμενη ανακάλυψη.

Α. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ - ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΠΟΡΕΙΑ

Με κατάλληλες ερωτήσεις ερευνούμε αν οι μαθητές κατέχουν την ύλη του προηγούμενου φύλλου εργασίας.

Ζητείται από τους μαθητές η θεωρία με ερωτήσεις από τον διδάσκοντα, ελέγχεται αν έγινε η εργασία για το σπίτι στα τετράδια τους (ανάπτυξη των θεμάτων του προηγούμενου φύλλου εργασίας) και ελέγχεται αξιολογούνται ανάλογα.

Β. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΥΛΙΚΟΥ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ. ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ-ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ (Παράδοση)

Με την βοήθεια του βασικού τύπου $E = \frac{1}{2} \alpha \cdot \nu_{\alpha} = \frac{1}{2} \beta \cdot \nu_{\beta} = \frac{1}{2} \gamma \cdot \nu_{\gamma}$ προκύπτουν οι επόμενοι τύποι.

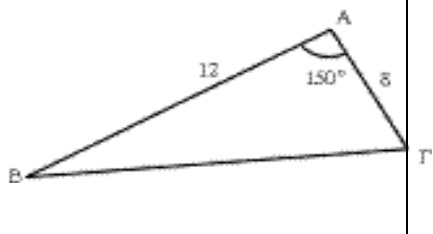
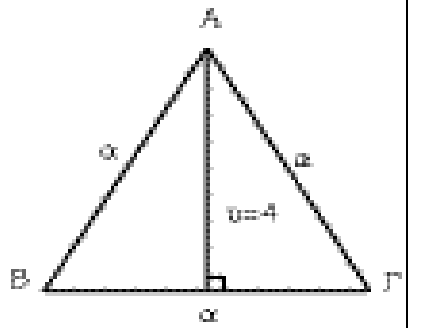
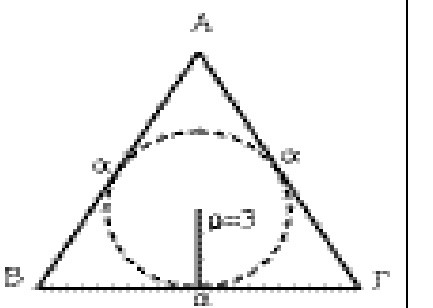
1. $E = \sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$ Τύπος του Ήρωνα
2. $E = \tau \cdot \rho$ ρ = ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου
3. $E = \frac{\alpha\beta\gamma}{4R}$ R = ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου
4. $E = \frac{1}{2} \alpha \cdot \beta \eta\mu\Gamma = \frac{1}{2} \beta \cdot \gamma \eta\mu\alpha = \frac{1}{2} \gamma \cdot \alpha \eta\mu\beta$
5. $\frac{\alpha}{\eta\mu\alpha} = \frac{\beta}{\eta\mu\beta} = \frac{\gamma}{\eta\mu\Gamma} = 2R$ Νόμος των ημιτόνων.
6. Αν $\alpha = \alpha'$ τότε $\frac{E}{E'} = \frac{\nu_{\alpha}}{\nu_{\alpha'}}$
7. Αν $\nu_{\alpha} = \nu_{\alpha'}$ τότε $\frac{E}{E'} = \frac{\alpha}{\alpha'}$
8. Αν δύο τρίγωνα είναι όμοια τότε $\frac{E}{E'} = \lambda^2$, λ = λόγος ομοιότητας.
9. Αν $A = A'$ ή $A+A' = 180^\circ$, τότε $\frac{E}{E'} = \frac{\beta \cdot \gamma}{\beta' \cdot \gamma'}$

Ασκήσεις – Εφαρμογές προς τους μαθητές από τον διδάσκοντα

Ερωτήσεις συμπλήρωσης

1. * Σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $(AB\Gamma) = \sqrt{\tau(\tau - \alpha)(\tau - \beta)(\tau - \gamma)}$ όπου $\tau = \dots\dots\dots$ *
2. * Αν το εμβαδόν ενός τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $\frac{\alpha\beta}{2}$ (όπου α, β πλευρές), τότε η μεγαλύτερη γωνία του είναι η $\dots\dots\dots$ και είναι ίση με $\dots\dots\dots$ *
3. * Αν δ_1, δ_2 είναι οι διαγώνιοι ρόμβου, το εμβαδό του ισούται με $\dots\dots\dots$ *
4. * Αν ένας ρόμβος πλευράς a με διαγώνιες δ_1, δ_2 είναι ισοδύναμος με ένα ορθογώνιο, τότε οι πλευρές του ορθογωνίου είναι οι $\dots\dots\dots$ ή οι $\dots\dots\dots$ *
5. * Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ η γωνία B είναι 30° . Το εμβαδόν του συναρτήσει των πλευρών του α, γ είναι $\dots\dots\dots$ *

6. * Υπολογίστε και συμπληρώστε στη στήλη (B) τα εμβαδά των σχημάτων που βρίσκονται στη στήλη (A). *

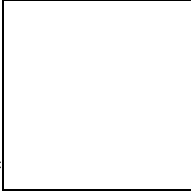
στήλη Α	στήλη Β
	<p>E =</p>
	<p>E =</p>
	<p>E =</p>

7. * Υπολογίστε και συμπληρώστε στη στήλη (B) τα εμβαδά των τριγώνων των οποίων τα στοιχεία βρίσκονται στη στήλη (A). *

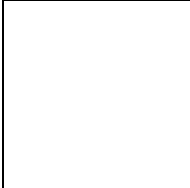
στήλη Α στοιχεία τριγώνου ΑΒΓ	στήλη Β εμβαδόν τριγώνου ΑΒΓ
$\alpha = 2, \gamma = 3, B = 60^\circ$	E =
$\alpha = 3, \beta = 3, \gamma = 4$	E =
$\alpha = \beta = \gamma, \nu_\alpha = 5\sqrt{3}$	E =

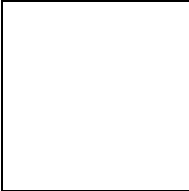
$\alpha = \beta = \gamma = 4$	$E = \dots\dots\dots$
-------------------------------	-----------------------

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό-Λάθος»

1. * Ο τύπος του Ήρωνα $E =$  ισχύει μόνο σε ορθογώνια τρίγωνα.* Σ Λ

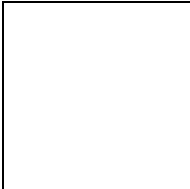
2. * Ο λόγος των εμβαδών δύο ισοπλεύρων τριγώνων είναι ίσος με το τετράγωνο του λόγου των υψών τους.* Σ Λ

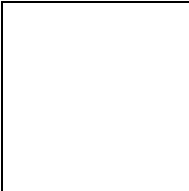
3. * Αν οι γωνίες Α και Δ των τριγώνων ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι συμπληρωματικές, τότε  = Σ Λ

.*

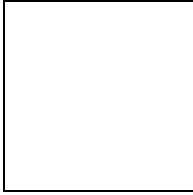
4. * Τετράγωνο πλευράς α είναι ισοδύναμο με ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς ίσης με τη διαγώνιο του τετραγώνου.* Σ Λ

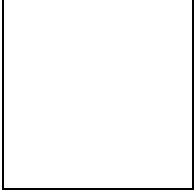
5. * Ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ πλευράς α είναι ισοδύναμο με ρόμβο πλευράς α και οξείας γωνίας 60°.* Σ Λ

6. * Αν οι γωνίες Α και Δ των τριγώνων ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι συμπληρωματικές, τότε  = Σ Λ

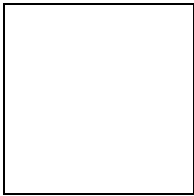
.*

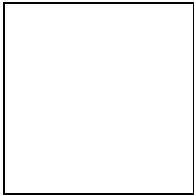
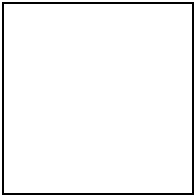
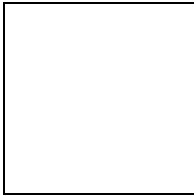
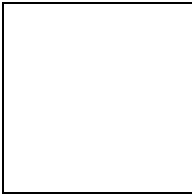
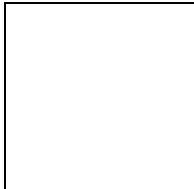
7 * Αν τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΚΛΜ είναι όμοια με λόγο

ομοιότητας λ , τότε  = Σ Λ

 = λ^2 , όπου AB και ΚΛ ομόλογες πλευρές τους. *

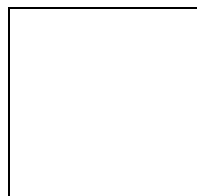
Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Αν ο λόγος των περιμέτρων δύο όμοιων τριγώνων είναι , τότε ο λόγος των εμβαδών είναι

- A.  B.  Γ.  Δ. 
- E.  *

2 * Αν σε δύο τρίγωνα ABΓ, A'ΒΓ συμβαίνει AA' // ΒΓ τότε

- A. (ABΓ) = (A'ΒΓ)
 B. τρίγωνο ABΓ = τρίγωνο A'ΒΓ
 Γ. γωνία A' = A
 Δ. γωνία A' = 90° - A
 E. τρίγωνο ABΓ ≈ τρίγωνο A'ΒΓ*



3* Σε δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A_1B_1\Gamma_1$ ο τύπος = ισχύει όταν

- A. γωνία $\Gamma = \Gamma_1$
- B. γωνία $B = B_1$
- Γ. γωνία $A = 180^\circ - B_1 - \Gamma_1$
- Δ. γωνία $A = 90^\circ + A_1$
- Ε. γωνία $A = A_1$ ή γωνία $(A + A_1) = 180^\circ$ *

4. * Ο τύπος $E =$ δίνει το εμβαδόν ενός τριγώνου με πλευρές α, β, γ αν

- A. $\tau = \alpha + \beta + \gamma$
- B. $2\alpha = 2(\tau - \beta)$
- Γ. $\alpha =$

Δ. $\tau =$ + +

Ε. $\tau = \alpha\beta\eta\mu\Gamma^*$

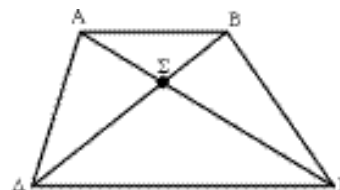
5. * Αν E_1, E_2 τα εμβαδά δύο ομοίων πολυγώνων και λ ο λόγος ομοιότητάς τους, τότε ισχύει

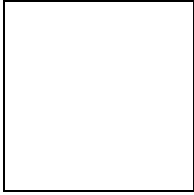
- A. $\lambda^2 = E_1 \cdot E_2$
- B. $\lambda^2 =$
- Γ. $E_1\lambda =$

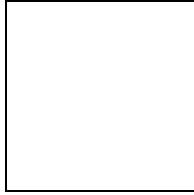
Δ. $\lambda =$

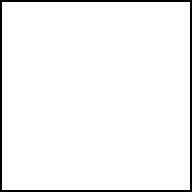
Ε. $E_1 \cdot E_2 = \lambda^*$

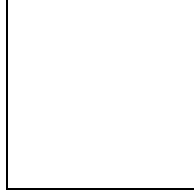
6. * Από τους παρακάτω τύπους εκείνος που εκφράζει το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ο

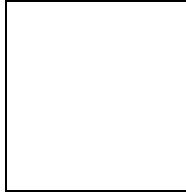


A.  αημΑ

B.  αβσυνΓ

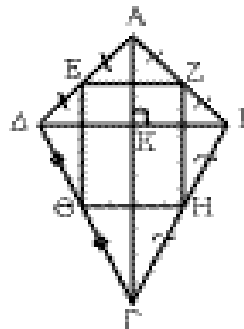
Γ.  βγσυν (90° - Α)
αγσυνΒ*

Δ. 

Ε. 

Ερωτήσεις αντιστοιχίσης

Οι ισότητες στη στήλη (Α) εκφράζουν εμβαδά και περιέχουν στοιχεία του διπλανού σχήματος. Οι προτάσεις στη στήλη (Β) προσδιορίζουν τα στοιχεία του διπλανού σχήματος, όπως αυτά χρησιμοποιούνται στις ισότητες της στήλης (Α). Να αντιστοιχίσετε τις ισότητες της στήλης (Α) με τις προτάσεις της στήλης (Β).*



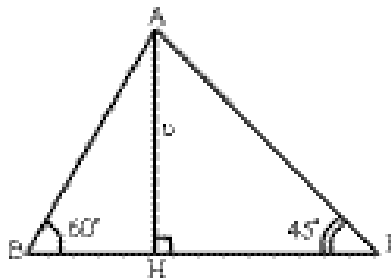
στήλη Α	στήλη Β
1. $(\Delta ΑΓ) = \frac{\Delta Κ \cdot ΑΓ}{2}$	Α) ΑΓ, ΔΒ διαγώνιοι του ΑΒΓΔ
2. $(ΑΒΓΔ) = \frac{ΑΓ \cdot ΔΒ}{2}$	Β) ΕΖ ύψος του ΕΖΗΘ
3. $ΕΖ \cdot ΖΗ = (ΕΖΗΘ)$	Γ) ΔΒ βάση του τριγώνου ΑΔΒ
4. $(ΑΔΒ) = \frac{\Delta Β \cdot ΑΚ}{2}$	Δ) ΔΚ ύψος του τριγώνου ΑΔΓ
	Ε) ΑΓ βάση του τριγώνου ΑΒΓ
	ΣΤ) ΔΒ βάση του τριγώνου ΔΓΒ

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. ** Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ύψος ΑΗ = υ, γωνία Β = 60° και γωνία Γ = 45°.

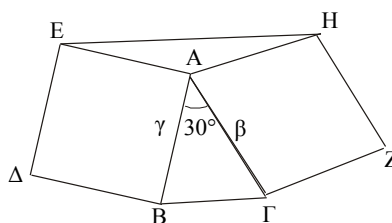
Να υπολογίσετε συναρτήσει του υ:

- α) τις πλευρές του τριγώνου
β) το εμβαδόν του και
γ) τα ύψη προς τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ.**



2. Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει ΑΒ = γ, ΑΓ = β και γωνία Α = 30°. Επί των πλευρών ΑΒ και ΑΓ και έξω από το τρίγωνο κατασκευάζουμε τετράγωνα ΑΒΔΕ, ΑΓΖΗ και φέρνουμε την ΕΗ.

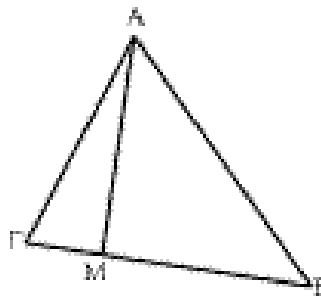
- α) Δείξτε ότι τα τρίγωνα ΑΕΗ και ΑΒΓ είναι ισοδύναμα.
β) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του ΒΓΖΗΕΔΒ.**



3. ** Έστω ΑΒΓ ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς α και ΚΛΜ τρίγωνο με γωνία Κ = 120°. Τότε

$$\text{να δείξετε ότι } \frac{(ΚΛΜ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{ΚΛ \cdot ΛΜ}{\alpha^2} . **$$

4. ** Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και σημείο Μ της πλευράς ΒΓ, τέτοιο ώστε $BM = \frac{2}{3} BG$. Να δείξετε ότι το εμβαδόν του ΑΒΜ είναι ίσο με τα $\frac{2}{3}$ του εμβαδού του ΑΒΓ.**

**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ**

Σε χρόνο 2-3 λεπτών λέμε έναν αστείο συνειρμό ή σχολιάζουμε μια επίκαιρη ευχάριστη είδηση.

ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

- 1) Ασκήσεις Εμπέδωσης 1,2,3,4, σχολικού βιβλίου σελίδες 220.
- 2) Ασκήσεις Αποδεικτικές 1,3,4,5 σχολικού βιβλίου σελίδες 220.
- 3) Ασκήσεις Εμπέδωσης 1,2,3,4,5 σχολικού βιβλίου σελίδες 224.
- 4) Ασκήσεις Αποδεικτικές 1,3,4, σχολικού βιβλίου σελίδες 224.

