

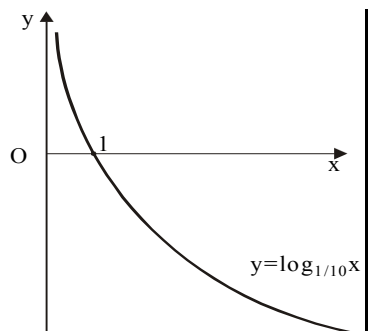
ΚΡΙΤΗΡΙΟ
ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ
ΣΤΟ
5ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

Θέμα 1ο

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

- * Το πεδίο ορισμού της λογαριθμικής συνάρτησης με τύπο $f(x) = \log_a x$ με $0 < a \neq 1$ είναι
 Α. Το διάστημα $[0, +\infty)$ Β. Το σύνολο \mathbb{R}
 Γ. Το διάστημα $(0, +\infty)$ Δ. Το σύνολο \mathbb{R}^* Ε. Το σύνολο $\mathbb{R} - \{1\}$
- * Το σύνολο τιμών της λογαριθμικής συνάρτησης με τύπο $f(x) = \log_a x$ με $0 < a \neq 1$ είναι
 Α. Το διάστημα $[0, +\infty)$ Β. Το σύνολο \mathbb{R} Γ. Το διάστημα $(0, +\infty)$ Δ. Το διάστημα $(-\infty, 0)$ Ε. Το διάστημα $(-\infty, 0]$
- * Η λογαριθμική συνάρτηση με τύπο $f(x) = \log_a x$ με $0 < a \neq 1$ έχει γραφική παράσταση που τέμνει
 Α. μόνο τον άξονα $y'y$ Β. τον άξονα $x'x$ στο σημείο $(1,0)$
 Γ. τον άξονα $x'x$ και τον άξονα $y'y$ Δ. τον άξονα $x'x$ σε δύο σημεία
 Ε. τίποτα από τα παραπάνω
- * Η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \log_{\frac{1}{10}} x$ (Σχ.7) είναι

- γνησίως αύξουσα
- άρτια
- περιττή
- γνησίως φθίνουσα
- τίποτα από τα προηγούμενα



Σχ. 7

5. ** Για την συνάρτηση με τύπο $f(x) = |\ln x|$ (Σχ.10) **δεν** ισχύει ότι

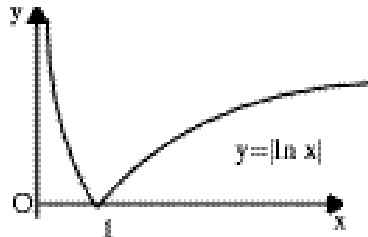
A. έχει πεδίο ορισμού το διάστημα $(0, +\infty)$ █

B. έχει σύνολο τιμών το διάστημα $[0, +\infty)$ █

Γ. έχει ελάχιστο το 0 για $x=1$

Δ. είναι γνησίως φθίνουσα στο $(0,1]$ και γνησίως αύξουσα στο $[1, +\infty)$ █

Ε. τέμνει τον άξονα $y'y$.



Σχ. 10

6. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = e^x$ είναι συμμετρική με την γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $g(x) = \ln x$ (Σχ.13) ως προς

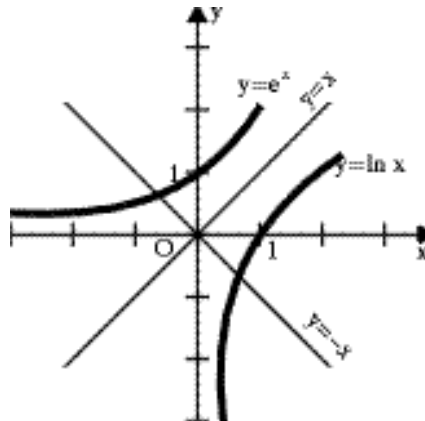
A. τον άξονα $y'y$.

B. το σημείο $(0,0)$

Γ. την ευθεία $y=x$

Δ. την ευθεία $y=-x$

Ε. τον άξονα $x'x$.



Σχ. 13

Θέμα 2ο

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

Στη στήλη A υπάρχουν λογαριθμικές παραστάσεις και στη στήλη B διάφορα αναπτύγματα.

Στήλη A	Στήλη B
<p>1. $\log\left(\frac{x^2}{y^3}\right)$ █</p> <p>2. $\ln(xy^2)$</p>	<p>A. $3\log x - 2\log y$</p> <p>B. $\ln x + 2\ln y$</p> <p>Γ. $2\log x - 3\log y$</p>

3. $\ln(10xy)$ █	Δ. $\ln 10 + \ln x + \ln y$ Ε. $1 + \ln x + \ln y$
------------------	---

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα ώστε σε κάθε λογαριθμική παράσταση της στήλης Α να αντιστοιχεί το ανάπτυγμά της που βρίσκεται στη στήλη Β.

1	2	3

Στη στήλη Α υπάρχουν αναπτύγματα και στη στήλη Β κάποιες παραστάσεις.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $\log 4 - \log x + 2 \log y$	Α. $\log\left(\frac{4y^2}{x}\right)$ █ Β. $\ln\left(\frac{xe^2}{y^2}\right)$ █
2. $\log \alpha + 2 \log \beta - \log \gamma$	Γ. $\ln\left(\frac{2x}{y^2}\right)$ █ Δ. $\ln[(x + e)(e - x)]$ █
3. $\ln x - 2 \ln y + 2$	Ε. $\log\left(\frac{\alpha\beta^2}{\gamma}\right)$ █

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα ώστε σε ανάπτυγμα της στήλης Α να αντιστοιχεί η ισοδύναμή του παράσταση που βρίσκεται στη στήλη Β.

1	2	3

Ερωτήσεις διάταξης

Να τοποθετήσετε σε μια σειρά από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους αριθμούς:

$$A = \log_{0.5} \frac{1}{4} \quad B = \log_{0.5} 4 \quad \Gamma = \log_{0.5} 10 \quad \Delta = 0 \quad E = 1$$

Να τοποθετήσετε κατά σειρά μεγέθους τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων:

$A = \log_{0,5} x$ $B = \log_2 x$ $\Gamma = \log_3 x$ $\Delta = 0$

- α) $\forall 0 < x < 1$
- β) $\forall x > 1$

Θέμα 3ο

Ερωτήσεις ανάπτυξης

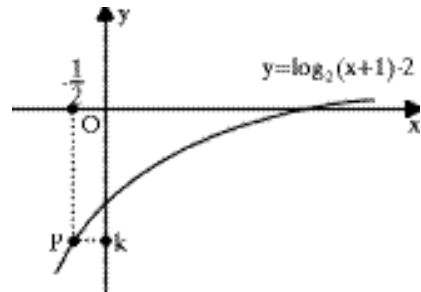
1. ** Να λύσετε τις εξισώσεις:
 - i) $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$
 - ii) $\log_2(\log_2 x) = \log_4(\log_4 x)$
 - iii) $\log_4[\log_3(\log_2 x)] = 0$

2. ** i) Να αποδείξετε ότι: $3^{\log x} = x^{\log 3}$
- ii) Να λύσετε την εξίσωση: $3^{\log x} = 54 - x^{\log 3}$

3. ** Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \log_2 \frac{x-2}{x(x-1)} - \log_{\sqrt{2}} 2 \cdot \left[\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \right]$.
 - i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f
 - ii) Να δείξετε ότι $f(x) = \log_2 \frac{(x-2)(x-1)}{x}$
 - iii) Να λύσετε ως προς $\lambda \in \mathbb{R}$ την εξίσωση: $2\lambda f(4) = \log_2 3^{\lambda-2} + (2-\lambda) \cdot \log_2 2$

4. ** Να βρείτε τον θετικό αριθμό x ώστε να ισχύει: $\log x + \log x^3 + \log x^5 + \dots + \log x^{2^v-1} = 2v^2$

5. ** Να βρείτε: α) τα σημεία στα οποία τέμνει τους άξονες η γραφική παράσταση της $f(x) = \log_2(x+1) - 2$ (Σχ.16).
 β) Το k ώστε το σημείο $P\left(-\frac{1}{2}, k\right)$ να ανήκει στη γραφική της παράσταση.



Σχ. 16

6. ** Ο θόρυβος L σε dB (ντεσιμπέλ) που προκαλεί μια ηχητική πηγή δίνεται από τον τύπο $L = 120 + 10 \log(10^{-12} I)$ όπου I το μέτρο της έντασης του ήχου σε Watt/m^2 .
 α) Πόση πρέπει να είναι (το πολύ) η ένταση μια "αθόρυβης" ηλεκτρικής συσκευής;

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Είδος θορύβου	Θόρυβος σε dB	Ένταση ήχου σε Watt/m ²
Μηχανές αεροπλάνου Jet (σε απόσταση 30m)	140	
Μουσική Rock (1,5m μακριά από το ηχείο)		10 ¹²
Μοτοσικλέτα (με κανονική εξάτμιση)	80	
Συνομιλία (σε ήρεμο κλίμα)		10 ⁶

γ) Σ' ένα πεζοδρόμιο δουλεύουν ταυτόχρονα σε πολύ μικρή απόσταση 2 κομπρεσέρ που το καθένα ξεχωριστά προκαλεί θόρυβο 130 dB. Πόσος είναι ο συνολικός θόρυβος που προκαλεί και τα δύο μαζί;

Δίνονται: i) Μια ηχητική πηγή θεωρείται αθόρυβη όταν ο θόρυβος της είναι 20dB (όσος δηλαδή είναι ο θόρυβος του θροίσματος των φύλλων του δένδρου σε ελαφρό φύσημα του αέρα - μικρότερος θόρυβος δεν ανιχνεύεται-).

ii) $\log 2 \cong 0,30$.

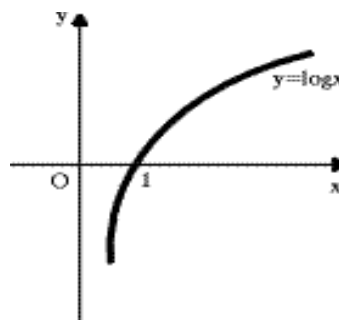
Θέμα 4ο

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

1. * Στο σχήμα 17 φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$f(x) = \log x$

Να χαρακτηρίσετε ως σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις.



Σχ. 17

- i) Η f έχει πεδίο ορισμού το διάστημα $(0, +\infty)$ Σ Λ
- ii) Η f έχει σύνολο τιμών το R Σ Λ
- iii) Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο R Σ Λ
- iv) Η f έχει άξονα συμμετρίας τον x'x. Σ Λ
- v) Η f έχει ασύμπτωτη του αρνητικού ημιάξονα των y'y Σ Λ
- vi) Η γραφική παράσταση της f είναι συμμετρική της γραφικής παράστασης της $g(x) = 10^x$ ως προς την ευθεία $y = x$. Σ Λ
- vii) Ισχύει ότι $f(2) < f(3)$ Σ Λ
- viii) Το σημείο (1,0) ανήκει στην γραφική παράσταση της f. Σ Λ
- ix) Το σημείο (0,1) ανήκει στην γραφική παράσταση της f. Σ Λ

x) Το σημείο (10,1) ανήκει στην γραφική παράσταση της f. Σ Λ

2. * Ισχύει ότι:

i) $\log x > \ln e$ για κάθε $x > 0$ Σ Λ

ii) $\log x^{-2} < \ln e^{-2}$ για κάθε $x > 0$ Σ Λ

iii) $\log 10^2 = 2$ Σ Λ

iv) $\ln e^3 = 3$ Σ Λ

v) $\log \frac{10}{e} = 1 - \log e$ Σ Λ

3. * I) Αν $x < y$ τότε $\log x < \log y$ Σ Λ

ii) Αν $x < y$ τότε $\ln x > \ln y$ Σ Λ

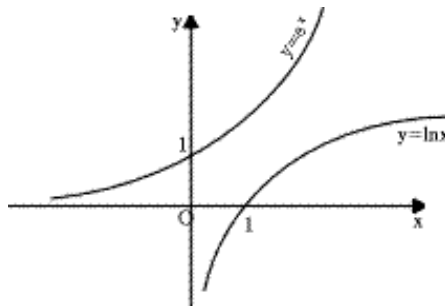
iii) Αν $x < y$ τότε $\log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{2}} y$ Σ Λ

iv) Αν $x < y$ τότε $\log_3 x > \log_3 y$ Σ Λ

4. * Στο σχήμα 18 φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων με τύπους

$f(x) = \ln x$ και $g(x) = e^x$.

Να χαρακτηρίσετε σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:



Σχ. 18

i) Οι γραφικές παραστάσεις των f και g είναι συμμετρικές ως την ευθεία $y = x$. Σ Λ

ii) Οι γραφικές παραστάσεις των f και g δεν τέμνονται. Σ Λ

iii) Οι γραφική παράσταση της f τέμνει τον $x'x$ στο (1,0). Σ Λ

iv) Η γραφική παράσταση της g τέμνει τον $y'y$ στο (0,1). Σ Λ

v) Ισχύει ότι $f(2) < g(2)$ Σ Λ

vi) Ισχύει ότι $f\left(\frac{1}{2}\right) < g\left(\frac{1}{2}\right)$ Σ Λ

vii) Η f και η g είναι γνησίως αύξουσες συναρτήσεις στα πεδία ορισμού τους. Σ Λ

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!!

