

**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ**  
**ΜΑΘΗΜΑ §4.6**  
**ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ**

Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ  
Τίτλος μαθήματος( ενότητας): Η Γραμμική Διοφαντική Εξίσωση  
Ημερομηνία: 22-4-2019  
Τάξη: Β' Λυκείου Σχολείο: Γενικό Λύκειο Βόλου  
Ωρα: 1<sup>η</sup>  
Τμήμα: Β<sub>1</sub> ( 15 μαθητές)

**ΓΕΝΙΚΟΙ ΣΚΟΠΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ**

Να μπορούν οι μαθητές στο τέλος του μαθήματος να

- Ξεχωρίζουν ποια
- γνωρίζουν την
- Επίσης να είναι ικανοί να βρίσκουν την

**ΕΙΔΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ**

Να είναι σε θέση στο τέλος του μαθήματος οι μαθητές να

- 1) Βρίσκουν την.
- 2) Υπολογίζουν τις.

ΜΕΣΑ: Πίνακας, κιμωλίες ή μαρκαδόροι, Η/Υ , φωτοτυπίες.

ΥΛΙΚΑ: CD, σλάιντς, σχολικό βιβλίο και ανακλαστικός πίνακας.

ΥΛΗ: Σχολικό βιβλίο – σελίδες 19- 23.

**Κριτήρια Υπουργείου.**

**ΜΕΘΟΔΟΣ: Διερευνητική καθοδηγούμενη ανακάλυψη.**

**Α. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ - ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΠΟΡΕΙΑ**

Με κατάλληλες ερωτήσεις ερευνούμε αν οι μαθητές κατέχουν προηγούμενες γνώσεις από την εμπειρία τους όπως στην τριγωνομετρία

Β. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΥΛΙΚΟΥ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ. ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ-ΑΝΑΛΥΣΗ  
ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ ( Παράδοση)

## ΕΠΙΠΕΔΟ 1ο

### Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

#### α) Βασικές ερωτήσεις θεωρίας

Ερώτηση 1<sup>η</sup> : Τι λέγεται Διοφαντική ανάλυση;

Ερώτηση 2<sup>η</sup> : Τι λέγεται γραμμική Διοφαντική εξίσωση;

Ερώτηση 3<sup>η</sup> : Ποια είναι η συνθήκη για την οποία η διοφαντική εξίσωση έχει λύση;

Ερώτηση 4<sup>η</sup> : Ποιες είναι οι άπειρες λύσεις της Διοφαντικής εξίσωσης;

Ερώτηση 5<sup>η</sup> : Ποια είναι η γεωμετρική ερμηνεία του Θεωρήματος 10;

## Β. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΕΝΟΤΗΤΑ

α) Παραδείγματα και εφαρμογές του σχολικού βιβλίου

1. Άσκηση 1 Σχολικό σελίδα 174
2. Άσκηση 2 Σχολικό σελίδα 174
3. Άσκηση 3 Σχολικό σελίδα 175
4. Άσκηση 1 Σχολικό σελίδα 175
5. Άσκηση 1 Σχολικό σελίδα 175

β) Συμπληρωματικά παραδείγματα και εφαρμογές.

6. Άσκηση 1 Σχολικό σελίδα 175 Β Όμάδα
7. Άσκηση 2 Σχολικό σελίδα 175 Β Όμάδα
8. Άσκηση 3 Σχολικό σελίδα 175 Β Όμάδα
9. Άσκηση 4 Σχολικό σελίδα 175 Β Όμάδα
10. Άσκηση 5 Σχολικό σελίδα 175 Β Όμάδα

## ΕΠΙΠΕΔΟ 2ο

### 1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

#### ΕΡΩΤΗΣΗ 1η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:  
Η εξίσωση  $2\chi + 6\psi = 11$   
είναι αδύνατη.

#### ΕΡΩΤΗΣΗ 2η

Υπάρχουν θετικές τιμές του  $\chi$   
τέτοιες ώστε η παράσταση  
 $\frac{7\chi - 15}{3}$  να είναι θετικός ακέραιος;

#### ΕΡΩΤΗΣΗ 3η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:  
Η εξίσωση  $|4\chi - 1| + |2\psi - 3| = 5$   
Έχει ακέραιες λύσεις όταν  $\chi > 1$   
και  $\psi > 2$ .

#### ΕΡΩΤΗΣΗ 4η

Υπάρχει θετικός ακέραιος που  
διαίρεται με το 4 δίνει υπόλοιπο 3  
και διαιρούμενος με το 5 δίνει  
υπόλοιπο 4 ;

#### ΕΡΩΤΗΣΗ 5η

Η εξίσωση  $3\chi - 2\psi = 5$  έχει άπειρες  
θετικές ακέραιες λύσεις;

### 2. ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ - ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ - ΔΙΑΤΑΞΗ

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).  
Συνδέστε με μία γραμμή τα στοιχεία των δύο στηλών.

Στήλη (A)	Στήλη (B)
$\chi^2 + \psi^2 = z^2$	A.Wiles ( 1994)
$\chi = \mu^2 - \nu^2, \psi = 2\mu\nu, z = \mu^2 + \nu^2$	Βαβυλώνιοι
$\chi^v + \psi^v = z^v$ αδύνατη	Πυθαγόρειοι
$\chi^v + \psi^v = z^v$ έχει λύση	P.Fermat ( 1601-1665 )

**Συμπληρώστε τις προτάσεις που ακολουθούν:**

α) Η γραμμική διοφαντική εξίσωση έχει λύση αν και μόνο αν .....

Για  $\delta = 1$  έχει άπειρες λύσεις της μορφής .....

β) Η γεωμετρική ερμηνεία του θεωρήματος των λύσεων της γραμμικής διοφαντικής

εξίσωσης προκύπτει .....

**Διαγράψτε αυτά που έρχονται σε αντίθεση με τα δεδομένα.**

Οι ακέραιες λύσεις της γραμμικής διοφαντικής εξίσωσης  $2\chi + \psi = 20$  είναι :

$\chi$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\psi$	18	16	15	12	11	8	7	3	-2	0

### 3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

#### ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

Η Διοφαντική εξίσωση  $\chi^y + \psi^y = z^y$

Α  Είναι αδύνατη

Β  Έχει επίλυση από το 1994

Γ  Έχει λυθεί από τους αρχαίους Έλληνες μαθηματικούς

#### ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Η γεωμετρική ερμηνεία μιας γραμμικής Διοφαντικής εξίσωσης παριστάνει στο επίπεδο

Α  Μία τυχαία καμπύλη

Β  Έναν κύκλο

Γ  Μία ευθεία

#### ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Οι ακέραιες λύσεις μια Διοφαντικής εξίσωσης είναι

Α  άπειρες

Β  πεπερασμένες

Γ  Μόνο πέντε

#### ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Η Διοφαντική εξίσωση  $2\chi + 6\psi = 13$

Α  Έχει άπειρες λύσεις

Β  Έχει πεπερασμένες λύσεις

Γ  Είναι αδύνατη

#### ΕΡΩΤΗΣΗ 5Η

Ο κλάδος των μαθηματικών που ασχολείται με τους ακέραιους αριθμούς που ικανοποιούν κάποιες δεδομένες σχέσεις είναι

Α  Τα στοιχεία του Ευκλείδη

Β  Η Διοφαντική ανάλυση

Γ  Η άλγεβρα του D. Hilbert.

### 4.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ:

ΠΟΤΕ.....ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:ΟΤΑΝ..

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε.....

με όταν...

**Ερώτηση α)**

..... η διοφαντική εξίσωση  $x^y + \psi^y = z^y$  επιλύθηκε για  $n \in \mathbb{N}$  και μεγαλύτερο του 2;

**Ερώτηση β)**

..... μια διοφαντική εξίσωση  $ax + \beta \psi = \gamma$  έχει λύση;

**Ερώτηση γ)**

..... μια διοφαντική εξίσωση  $ax + \beta \psi = \gamma$  δεν έχει λύση;

**Ερώτηση δ)**

..... ισχυρίστηκε ο Fermat ότι η διοφαντική εξίσωση  $x^y + \psi^y = z^y$  είναι αδύνατη;

**Ερώτηση ε)**

..... η εξίσωση  $ax + \beta \psi = \gamma$  ανάγεται στην επίλυση της εξίσωσης  $Ax + B\psi = \Gamma$  ;

## 5. ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

### Διατυπώσεις των θεμάτων.

1. Να επιλυθεί η διοφαντική εξίσωση  $6x + 4\psi = 24$
2. Να επιλυθεί η διοφαντική εξίσωση  $4x - 3\psi = 11$

3. Να επιλυθεί η διοφαντική εξίσωση  $6\chi+4\psi = 21$

4. Να επιλυθεί η διοφαντική εξίσωση  $3\chi+2\psi = 8$

5. Να αναλύσετε το κλάσμα  $\frac{77}{65}$  σε άθροισμα δύο κλασμάτων με παρονομαστές 5 και 13 .

Απαντήσεις των θεμάτων.



# ΕΠΙΠΕΔΟ 3ο

## 1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

Ερώτηση .....

Ερώτηση .....

Ερώτηση .....

## 2. ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ

1.ΑΣΚΗΣΗ .....

2.ΑΣΚΗΣΗ .....

## 3.ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

73. \* Να λυθεί η διοφαντική εξίσωση  $2x - 3y = 5$ .
74. \*\* Να λυθεί η διοφαντική εξίσωση  $36x + 42y = 66$ .
75. \*\* Να βρεθούν οι θετικές λύσεις της διοφαντικής εξίσωσης  $3x + 5y = 16$ .
76. \* Να λυθεί η διοφαντική εξίσωση  $4x - 8y = 3$ .
77. \*\* Να βρεθούν τα σημεία της ευθείας ( $\epsilon$ ):  $6x + 5y = 4$ , τα οποία έχουν αρνητική ακέραια τετμημένη και θετική ακέραια τεταγμένη.
78. \*\* Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει μια ανταλλαγή ενός χαρτονομίσματος των 200 δραχ. με κέρματα των 10 και 20 δραχ.; (Θέλουμε κέρματα και των δύο ειδών).
79. \* Να βρείτε τις ακέραιες λύσεις των εξισώσεων:
- $71x - 50y = 1$
  - $43x + 64y = 1$
  - $243x + 189y = 9$

#### ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΠΙΤΕΥΞΗΣ ΣΤΟΧΩΝ

Ζητείται από κάθε μαθητή χωριστά να γράψουν την εξίσωση

- του κύκλου
- της παραβολής
- της έλλειψης και
- της υπερβολής .

Να επιλύσουν την άσκηση 1ι) σχολικού βιβλίου σελίδα 129

2ι) σχολικού βιβλίου σελίδα 129.

Εδώ είμαστε αμέτοχοι και ελέγχουμε τους μαθητές μας, διορθώνοντας τον καθένα χωριστά σε τυχόντα λάθη του.

#### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ

Σε χρόνο 2-3 λεπτών

- λέμε έναν αστείο συνειρμό ή
- σχολιάζουμε μια επίκαιρη ευχάριστη είδηση ή
- κάνουμε προβολή ενός βίντεο.

#### ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

- 1) Άσκηση 12,3,4,5 σχολικού βιβλίου σελίδες 129.
- 2) Οι ασκήσεις του φύλλου εργασίας που δεν αναπτύχθηκαν.