ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας,
Έρευνας και Θρησκευμάτων
ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

ΣΤΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ §3.4
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
Τίτλος μαθήματος(ενότητας): Υπερβολή
Ημερομηνία: 09-12-2018
Τάξη: Β΄ Λυκείου Σχολείο: 1ο Γενικό Λύκειο Βόλου
Ώρα: 1η
Τμήμα: B_1 (15 μαθητές)

ΓΕΝΙΚΟΙ ΣΚΟΠΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Να μπορούν οι μαθητές στο τέλος του μαθήματος να

- Διατυπώνουν τον ορισμό της υπερβολής
- γνωρίζουν τους τύπους της υπερβολής και
- Να διατυπώνουν τις ιδιότητες της υπερβολής

Επίσης να είναι ικανοί να βρίσκουν την εξίσωση της υπερβολής καθώς και να την σχεδιάζουν.

ΕΙΔΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Να είναι σε θέση στο τέλος του μαθήματος οι μαθητές να

1) Βρίσκουν την εξίσωση της υπερβολής με κέντρο συμμετρίας το Ο(0,0) και άξονες συμμετρίας τους άξονες χ΄χ και ψ΄ψ.
2) Υπολογίζουν τις εστίες Ε΄, και Ε ,την εστιακή απόσταση, τον μεγάλο άξονα , τον μικρό άξονα, την εκκεντρότητα.

ΜΕΣΑ: Πίνακας, κιμωλίες ή μαρκαδόροι, Η/Υ , φωτοτυπίες.
ΥΛΙΚΑ: CD, σλάιντς, σχολικό βιβλίο και ανακλαστικός πίνακας.
ΥΛΗ: Σχολικό βιβλίο – σελίδες 19- 23.
Κριτήρια Υπουργείου.

ΜΕΘΟΔΟΣ: Διερευνητική καθοδηγούμενη ανακάλυψη.

Α. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ - ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΠΟΡΕΙΑ
ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΗ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ
Με κατάλληλες ερωτήσεις ερευνούμε αν οι μαθητές κατέχουν προηγούμενες γνώσεις από την εμπειρία τους όπως η φωτεινή ακτίνα, κατευθυνόμενη προς την μια εστία της υπερβολής ,

όταν αντανακλάται στην επιφάνεια αυτής, διέρχεται από την άλλη εστία. Η ιδιότητα αυτή της υπερβολής

1) Βρίσκει εφαρμογή στην κατασκευή των ανακλαστικών τηλεσκοπίων, καθώς και
2) Στην ναυσιπλοΐα για τον προσδιορισμό του στίγματος των πλοίων.

Β. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΥΛΙΚΟΥ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ. ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ-ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ (Παράδοση)

Ο διδάσκων γράφει στον πίνακα και ζητά από τους μαθητές του να γράψουν στα τετράδιά τους

1) Παίρνουμε ένα τμήμα ΚΛ μήκους 2α και ένα οποιοδήποτε σημείο Σ της ημιευθείας ΚΛ εκτός του ευθυγράμμου τμήματος ΚΛ.
2) Σχεδιάζουμε το ορθογώνιο σύστημα αξόνων και την κορυφή Ο(0,0).
3) Σημειώνουμε τα σημεία Ε΄(-γ , 0) και Ε(γ , 0) με περιορισμό α < γ.
4) Με κέντρα τα σημεία Ε΄(-γ , 0) και Ε(γ , 0) και ακτίνες ρ΄=(ΚΣ) και ρ=(ΛΣ) γράφουμε κύκλους οι οποίοι τέμνονται στα σημεία Μ΄ και Μ.
5) Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία για ένα άλλο σημείο Τ του τμήματος ΚΛ και προκύπτουν τα σημεία M_1και M_2..
6) Πάνω στο Ε΄Ε παίρνουμε τα σημεία Α΄, Α συμμετρικά ως προς το Ο(0,0) , τέτοια ώστε (Α΄Α) = 2α
7) Ενώνουμε τα παραπάνω σημεία σε δύο καμπύλες γραμμές και σχεδιάστηκε μια υπερβολή με Μ΄, Μ, M_1και M_2 σημεία της υπερβολής γιατί (Μ΄Ε)-(ΜΕ) = ρ΄- ρ = (ΚΣ)-(ΛΣ)=(ΚΛ)=2α.

Σχεδιάζει τα παραπάνω ο διδάσκων και διατυπώνει τον ορισμό της υπερβολής με εστίες τα σημεία Ε΄, Ε ως τον γεωμετρικό τόπο C των σημείων του επιπέδου των οποίων η απόλυτη τιμή της διαφοράς των αποστάσεων από τα Ε΄, Ε είναι σταθερή και μικρότερη του (Ε΄Ε), δηλαδή γιατί $|(Μ΄Ε)-(ΜΕ)|=$ σταθερή =2α.

Εστιακή απόσταση είναι η απόσταση των εστιών Ε΄, Ε με (Ε΄Ε)= 2γ

Εξίσωση υπερβολής

Αν Ε΄(-γ , 0) και Ε (γ , 0) οι εστίες της υπερβολής C τότε

$$\mathbf{C:}\ \frac{x^2}{\alpha^2}-\frac{y^2}{\beta^2}=1, \textbf{ όπου } \beta=\sqrt{\gamma^2-\alpha^2}\ .$$

Αν Ε΄(0, -γ) και Ε (0, γ) οι εστίες της έλλειψης C τότε

$$\mathbf{C:}\ \frac{y^2}{\alpha^2}-\frac{x^2}{\beta^2}=1, \textbf{ όπου } \beta=\sqrt{\gamma^2-\alpha^2}\ .$$

Ισοσκελής υπερβολή λέγεται η υπερβολή όταν α = β οπότε έχει τύπο: χ^2-ψ^2=α^2 ή ψ^2- χ^2=α^2

Ιδιότητες υπερβολής.

I_1: Η υπερβολή έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων και άξονες συμμετρίας τους άξονες χ΄χ και ψ΄ψ

I_2: Η υπερβολή τέμνει τους άξονες στα σημεία Α΄(-α, 0) και Α(α,0)

I_3: Τα σημεία Α΄(-α, 0) και Α(α,0) λέγονται κορυφές της υπερβολής.

I_4: Τα σημεία της υπερβολής βρίσκονται από την ταινία των ευθειών χ= -α και χ=α.

I_5: Η υπερβολή αποτελείται από δύο χωριστούς κλάδους.

Εκκεντρότητα της υπερβολής

Εκκεντρότητα της υπερβολής **C:** $\frac{x^2}{\alpha^2}-\frac{y^2}{\beta^2}=1$ **λέγεται ο λόγος** $\frac{\gamma}{\alpha}$ και συμβολίζεται **ε =** $\frac{\gamma}{\alpha}$ **> 1.**

- Η εκκεντρότητα ε της υπερβολής προσδιορίζει το συντελεστή διεύθυνσης της ασύμπτωτου της , δηλαδή χαρακτηρίζει το ορθογώνιο βάσης.
- Όταν το ε τείνει στο 1 η υπερβολή γίνεται πιο κλειστή .

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Χωρίζουμε τους μαθητές σε ομάδες 4 ατόμων (4 ομάδες) και τους ζητάμε να εφαρμόσουν τους παραπάνω ορισμούς και ιδιότητες για να απαντήσουν στις :

Ερώτηση συμπλήρωσης

Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

εξίσωση υπερβολής	**α**	**β**	**γ**	**συν/νες εστιών Ε΄**	**Ε**	**εστιακή απόσταση Ε΄Ε**	**εκκεντρό - τητα**	**συν/νες κορυφών**	
$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$									
$\frac{y^2}{36}-\frac{x^2}{64}=1$									

Ερώτηση αντιστοίχισης

Να αντιστοιχίσετε σε κάθε εξίσωση υπερβολής της στήλη Α την εκκεντρότητά της στη στήλη Β συμπληρώνοντας τον πίνακα Ι.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
1. $\frac{y^2}{36}-\frac{x^2}{64}=1$ **2.** $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$	**α.** $\frac{\sqrt{17}}{4}$ **β.** $\frac{\sqrt{17}}{3}$ **γ.** $\frac{5}{3}$

3. $\frac{y^2}{16} - x^2 = 1$	**δ.** $\frac{\sqrt{13}}{3}$ **ε.** $\frac{3}{5}$

Ι

1	**2**	**3**

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. ***** Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής με εστίες $E'\left(-\sqrt{5},\, 0\right)$, $E'\left(\sqrt{5},\, 0\right)$ και εκκεντρότητα $\varepsilon = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

2. ***** Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής που έχει τις εστίες στον άξονα x΄x και διέρχεται από τα σημεία Κ (3, 1) και Λ (9, 5).

3. ***** Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής, αν η απόσταση των κορυφών της είναι (Α΄Α) = 16 και οι εστίες της είναι Ε΄ (- 10, 0) και Ε (10, 0).

4. ***** Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής με εστίες πάνω στον άξονα y΄y αν η εστιακή απόσταση (Ε΄Ε) = 24 και η απόσταση των κορυφών της (Α΄Α) = 12.

ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΠΙΤΕΥΞΗΣ ΣΤΟΧΩΝ

Ζητείται από κάθε μαθητή χωριστά να

- γράψουν την εξίσωση της υπερβολής που έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων
- να διατυπώσουν γραπτά τον ορισμό της υπερβολής και α

Να βρουν την εξίσωση της υπερβολής, αν η απόσταση των κορυφών της είναι (Α΄Α) = 8 και οι εστίες της είναι Ε΄ (- 5, 0) και Ε (5, 0).

Εδώ είμαστε αμέτοχοι και ελέγχουμε τους μαθητές μας, διορθώνοντας τον καθένα χωριστά σε τυχόντα λάθη του.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ

Σε χρόνο 2-3 λεπτών
Α) λέμε έναν αστείο συνειρμό ή
Β) σχολιάζουμε μια επίκαιρη ευχάριστη είδηση ή
Γ) κάνουμε προβολή ενός βίντεο.

ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

1) Άσκηση 1 σχολικού βιβλίου σελίδες 122.
2) Ασκήσεις 2 σχολικού βιβλίου σελίδες 123.