



ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

ΘΕΜΑ 1ο

Α.

α. Δίνεται συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο A και χ_0 ένα στοιχείο του A . Να γράψετε πότε η f ονομάζεται συνεχής και πότε παραγωγίσιμη στο χ_0 .

Μονάδες 6

β. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης $f(x)=x$ είναι $f'(x)=1$

Μονάδες 7

γ. Δίνονται οι παραγωγίσιμες συναρτήσεις $f(x)$ και $g(x)$ στο \mathbf{R} . Να γράψετε στο τετράδιό σας τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

$$f(x) + g(x), \quad \frac{f(x)}{g(x)} \text{ με } g(x) \neq 0, \quad f(g(x)).$$

Μονάδες 3

Β. α. Για καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της και, ακριβώς δίπλα, την ένδειξη (Σ), αν η πρόταση είναι σωστή, ή (Λ), αν αυτή είναι λανθασμένη, θεωρώντας ότι υπάρχουν οι $f'(x)$ και $g'(x)$.

$$1. [f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g'(x)$$

$$2. [f(x) - g(x)]' = f'(x) - g'(x)$$

$$3. \left[\frac{1}{g(x)} \right]' = \frac{g'(x)}{[g(x)]^2}, \quad g(x) \neq 0$$

$$4. [(f(x))^2]' = 2 \cdot f'(x)$$

Μονάδες 4

β. Στη Στήλη I του παρακάτω πίνακα δίνονται συναρτήσεις $f(x)$ και στη Στήλη II οι παράγωγοί τους $f'(x)$. Να γράψετε τα γράμματα της Στήλης I και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της Στήλης II που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Στήλη I Συνάρτηση $f(x)$	Στήλη II Παράγωγος $f'(x)$
A. x	1. $-\eta\mu x$
B. \sqrt{x} , $x > 0$	2. $x^{\rho-1}$
Γ. x^ρ , $x > 0$ και ρ ρητός	3. $\sigma\upsilon\nu x$
Δ. $\eta\mu x$	4. 1
E. $\sigma\upsilon\nu x$	5. $2\sqrt{x}$
	6. $\rho x^{\rho-1}$
	7. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$
	8. $\eta\mu x$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο (ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ 2002)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x}{x+1}$.

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

Μονάδες 4

β. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

Μονάδες 4

γ. Να βρεθεί η πρώτη παράγωγος της f .

Μονάδες 7

δ. Να βρεθούν οι εφαπτόμενες της καμπύλης της συνάρτησης f που είναι παράλληλες στην ευθεία $y = 2x + 5$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο (ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 4^{ης} ΔΕΣΜΗΣ 1994)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \mu x^2 - 2x \ln x$, με $x > 0$ και μ σταθερό πραγματικό αριθμό.

α. Να βρείτε την $f'(x)$ και την $f''(x)$.

Μονάδες 7

β. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(1, f(1))$.

Μονάδες 8

γ. Να βρείτε την τιμή $\mu \in \mathbb{R}$ για την οποία η εφαπτομένη του β ερωτήματος διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

Μονάδες 4

δ. Να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή του ρυθμού μεταβολής της f όταν $\mu = 1$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4ο

Μια βιομηχανία x ποσότητα ενός προϊόντος με κόστος που δίνεται από

την συνάρτηση $K(x) = \frac{\alpha}{4} x^3 + \alpha^3$ εκατοντάδες ευρώ, όπου $x > 0$ και η

παράμετρος α παίρνει θετικές πραγματικές τιμές.

Τα έσοδα από την πώληση x ποσότητας του προϊόντος δίνονται από την συνάρτηση

$E(x) = x^2 + 12\alpha - \frac{64}{27\alpha^2}$ εκατοντάδες ευρώ, όπου $x > 0$.

α. Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής του κέρδους,

$f(x) = E(x) - K(x)$, της βιομηχανίας, από την παραγωγή και πώληση x ποσότητας του προϊόντος.

Μονάδες 7

β. Να βρείτε την ποσότητα x_0 για την οποία έχουμε μέγιστο κέρδος και το οποίο να δείξετε ότι είναι ίσο με

$K(\alpha) = -\alpha^3 + 12\alpha$.

Μονάδες 10

γ. Να βρείτε την τιμή του α για την οποία το μέγιστο κέρδος που βρήκατε στο β) ερώτημα παίρνει την μέγιστη τιμή του.

Μονάδες 8

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!