

Το

1^ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

A.7.9. Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο



Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός με εκθέτη το μηδέν είναι ίση με μονάδα.

$$a^0 = 1$$



Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός, με εκθέτη αρνητικό είναι ίση με κλάσμα που έχει αριθμητή τη μονάδα και παρονομαστή τη δύναμη του αριθμού αυτού με αντίθετο εκθέτη.

$$a^{-v} = \frac{1}{a^v} = \left(\frac{1}{a}\right)^v$$



Επειδή τα κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και

$\frac{\beta}{\alpha}$ είναι αντίστροφα όπως

και τα α και στην προηγούμενη σχέση, εξάγουμε το συμπέρασμα ότι ισχύει:

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-v} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^v$$



Οι ιδιότητες των δυνάμεων με εκθέτη φυσικό, που μάθαμε στην προηγούμενη παράγραφο, ισχύουν και για τις δυνάμεις με εκθέτη ακέραιο.

16. Να εκτελέσετε την πράξη:

$$\frac{5^7}{5^7} = \dots\dots\dots$$

17. Να εκτελέσετε (αναλυτικά) τις πράξεις:

α) $\frac{2^7}{2^5} = \dots\dots\dots$

β) $\frac{2^7}{2^6} = \dots\dots\dots$

γ) $\frac{2^7}{2^7} = \dots\dots\dots$

δ) $\frac{2^7}{2^8} = \dots\dots\dots$

ε) $\frac{2^7}{2^9} = \dots\dots\dots$

18. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

| | | | | |
|-------------|--------------|------------------|----------------|--------------|
| α) 2^{-5} | β) -3^{-3} | γ) $(-234567)^0$ | δ) $(-4)^{-2}$ | ε) -4^{-2} |
|-------------|--------------|------------------|----------------|--------------|

19. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

| | | | | |
|----------------|----------------|-----------------------------|----------------|------------------------------------|
| α) $(-2)^{-5}$ | β) $(-3)^{-3}$ | γ) $(\alpha \cdot \beta)^0$ | δ) $(-4)^{-2}$ | ε) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$ |
|----------------|----------------|-----------------------------|----------------|------------------------------------|

20. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

| | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| α) $-\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$ | β) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}$ | γ) $-\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}$ | δ) $-\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3}$ | ε) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3}$ |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|

21. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

| | | | |
|-----------------|-------------------|--------------------------|-----------------------------|
| α) $[(-3)^3]^2$ | β) $3^3 : 3^{-2}$ | γ) $(-2)^4 \cdot (-2)^6$ | δ) $\frac{12^{-3}}{3^{-3}}$ |
|-----------------|-------------------|--------------------------|-----------------------------|

22. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

| | | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|--------------|
| α) 10^{-1} | β) 10^{-2} | γ) 10^{-3} | δ) 10^{-4} | ε) 10^{-5} | στ) 10^{-6} | ζ) 10^{-7} |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|--------------|

23. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

| | | | | |
|-----------------|-------------------|--------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| α) $[(-3)^3]^2$ | β) $3^3 : 3^{-2}$ | γ) $(-2)^4 \cdot (-2)^6$ | δ) $\frac{12^{-3}}{3^{-3}}$ | ε) $(-2)^3 \cdot (-2)^{-5}$ |
|-----------------|-------------------|--------------------------|-----------------------------|-----------------------------|

24. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

| | | | | |
|-----------------------|----------------------------|--------------------|---------------------------|---|
| α) $5^3 \cdot 5^{-2}$ | β) $\frac{(-4)^5}{(-4)^7}$ | γ) $[(-2)^3]^{-2}$ | δ) $(5^2)^{-3} \cdot 5^7$ | ε) $\left(\frac{1}{3}\right)^{10} \left(\frac{1}{3}\right)^{-13}$ |
|-----------------------|----------------------------|--------------------|---------------------------|---|

25. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

| | | |
|------------------------------|-------------------------------------|--|
| $A = (2^{-2} + 4^{-1})^{-2}$ | $B = \frac{2 - 2^{-2}}{1 - 2^{-3}}$ | $E = \frac{2^{-2} \cdot 2^{-2}}{81^4}$ |
|------------------------------|-------------------------------------|--|

26. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

| | |
|--------------------------------------|--|
| $\Delta = \frac{2^4 \cdot 4^2}{8^3}$ | $\Gamma = \frac{3^{-1} \cdot 3^{-1}}{3^{-1}} + \left(\frac{2}{3}\right)^0$ |
|--------------------------------------|--|

27. Να απλοποιήσετε την παράσταση $Z = \frac{(\alpha^{-2})^3 \cdot \alpha^{-2}}{(\alpha^3)^{-3}} \cdot \alpha^{-1}$ για $\alpha \neq 0$.

.....

.....

.....

.....

.....



Όταν έχουμε διαφορετικές βάσεις, είναι βολικό για την εφαρμογή των ιδιοτήτων να εκφράζουμε τους αριθμούς ως δυνάμεις με βάση το 2 ή το 3 π.χ. $32 = 2^5$ ή $81 = 3^4$

30. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $H = (-3)^3 - 2^2 + [(-1)^{1000} + 4^2 : (-8)] + (-2)^3 : 4$

.....

.....

.....

.....

31. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\Theta = \binom{-1}{2}^{x-1} + \binom{1}{3}^{x-2} - \binom{1}{2}^{1-x} - x^x$ για $x = 2$

.....

.....

.....

.....

32. Αν $x = \left\{ \left[\left(\frac{-1}{3} \right)^{-2} \right]^0 \right\}^{100}$ να υπολογίστε την παράσταση $K = \frac{(-6)^5}{3} - \frac{8^4}{(-4)^4} - \frac{10^3}{(-5)^3} - (x)^{2013}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

7.1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $9 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$

β) $(-16)^3 : (4^{-2})^{-3}$

γ) $\frac{3 \cdot 3^4 \cdot 3^{-2} \cdot 3^{-5}}{3^0 \cdot 3^{-8}}$

7.2. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{3^{-2} \cdot (-2)^{-3} \cdot 8^{-1} \cdot (-10)^2}{4^{-2} \cdot 5^3 \cdot (-3)^{-2}}$

7.3. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{(0,2)^{-1} - 3(0,9)^0}{(0,1) \cdot (10) - (-1)}$

7.4. Αν $a = -1$ και $\beta = -1$, να υπολογίσετε την παράσταση: $(a^2 \cdot \beta^5)^3 \cdot (a^{-3} \cdot \beta^2)^{-2} \cdot \beta$

7.5. Να λύσετε τις εξισώσεις.

α) $3^{-4} \cdot \gamma = 3$

β) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} : k = 3^0$

γ) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \cdot x = 32$

7.6. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{\left(\frac{2}{x}\right)^{-x+1}}{\left(\frac{1}{x}\right)^{-x}} + \frac{\left(\frac{1}{x-1}\right)^{x-2}}{(x-1)}$ αν $x = 2$.

7.7. Αν $x = -|-4| + |-2|$ και $y = |-10| - |11|$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{y^x - (-2)^x}{3y^2 + (-x)^y}$.

7.8. Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις ως δύναμη ενός αριθμού:

α) $\left(\frac{6}{7}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^7$

β) $64^{-2} \cdot \left[32^{-1} : \left(\frac{1}{8}\right)^{-3}\right]^2$

7.9. Να υπολογίσετε την παράσταση $\frac{(-5x^3)^{-2} \cdot (27y^4)^{-3}}{-3y^6} \cdot \frac{1}{10x^2}$

$$\left(\quad \right) \left(\quad \right)$$

7.10. Ποιος είναι ο μικρότερος από τους παρακάτω αριθμούς;

$$- 0,01^{-3^3} \quad 10,1^4 \quad 100^{-1}$$

7.11. Να βρείτε την τιμή του y στις παρακάτω περιπτώσεις:

— α) $\frac{2^{y-2}}{2^6} = 2^0$

— β) $\frac{11^6}{11^{2y-3}} = 11$