



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Υπουργείο Παιδείας,

Έρευνας και Θρησκευμάτων



ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ

ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1^ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΒΟΛΟΥ

A.7.5

Πολλαπλασιασμός

ρητών αριθμών

Το

38^ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

Α.7.5 Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών



1. Όταν ένα διαστημικό λεωφορείο είναι στο πρώτο στάδιο της προσγείωσης κατέρχεται 3,5 μίλια ανά λεπτό. Αυτός ο ρυθμός είναι -3,5 μίλια/λεπτό.

α) Πόσα μίλια θα έχει κατέβει σε 10 λεπτά;

β) Το ύψος που βρίσκεται το διαστημικό λεωφορείο μειώνεται ή αυξάνεται;

γ) Είναι το γινόμενο $(-3,5) \cdot 10$ ίσο με 35 ή -35; Γιατί;

.....

.....

2. Στο πρωτάθλημα ποδοσφαίρου κάποια ομάδα έχασε σε δύο αγωνιστικές τρεις βαθμούς, ως ποινή για τα επεισόδια που διαδραματίστηκαν στον αγώνα που συμμετείχε. Ποια από τις παρακάτω πράξεις δείχνει το αποτέλεσμα των βαθμών που έχασε η ομάδα;

α) $2 \cdot (-3)$

β) $2 \cdot 3$

3. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα γινόμενα

α) $3 \cdot (-4) =$

β) $2 \cdot (-4) =$

γ) $1 \cdot (-4) =$

δ) $0 \cdot (-4) =$

ε) $-1 \cdot (-4) =$

στ) $-2 \cdot (-4) =$

ζ) $-3 \cdot (-4) =$

Τι παρατηρείτε;

.....

.....



Το γινόμενο δύο θετικών ρητών είναι θετικός ρητός.



Το γινόμενο ενός θετικού και ενός αρνητικού ρητού.



Το γινόμενο δύο αρνητικών ρητών είναι θετικός ρητός.



Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «+».

Δηλαδή:

$+ \cdot + = +$ και $- \cdot - = +$

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «-».

Δηλαδή:

$+ \cdot - = -$ και $- \cdot + = -$



Το σύμβολο του πολλαπλασιασμού \cdot μπορεί να παραλείπεται.

Ιδιότητες πολλαπλασιασμού



Μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά δύο παραγόντων ενός γινομένου.

(Αντιμεταθετική ιδιότητα)

$$a \cdot \beta = \beta \cdot a$$



Μπορούμε να αντικαθιστούμε παράγοντες με το γινόμενο τους ή να αναλύουμε ένα παράγοντα σε γινόμενο.

(Προσεταιριστική ιδιότητα)

$$a \cdot (\beta \cdot \gamma) = (a \cdot \beta) \cdot \gamma$$



Όταν ένας ρητός πολλαπλασιάζεται με τον αριθμό 1 δεν μεταβάλλεται.

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$



Όταν ένας ρητός πολλαπλασιάζεται με το 0 μηδενίζεται.

$$0 \cdot a = a \cdot 0 = 0$$

Επιμεριστική ιδιότητα

του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση:

$$a \cdot (\beta + \gamma) = a \cdot \beta + a \cdot \gamma$$

$$a \cdot (\beta - \gamma) = a \cdot \beta - a \cdot \gamma$$



Οι ρητοί αριθμοί a και β λέγονται αντίστροφοι, όταν είναι διάφοροι του μηδενός και το γινόμενό τους είναι ίσο με τη μονάδα:

$$a \cdot \beta = 1$$

4. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα γινόμενα.

α) $(+1,5) \cdot (-2,2) = \dots\dots\dots$

β) $(-2,2) \cdot (+1,5) = \dots\dots\dots$

γ) $(-0,5) \cdot (+2,2 \cdot (-3,5)) = \dots\dots\dots$

δ) $(-0,5 \cdot (+2,2)) \cdot (-3,5) = \dots\dots\dots$

Τι παρατηρείτε;

.....
.....

ε) $1 \cdot (+1,5) = \dots\dots\dots$

στ) $1 \cdot (-2,2) = \dots\dots\dots$

Τι παρατηρείτε;

.....
.....

ζ) $0,15 \cdot (-5) + 1,85 \cdot (-5) = \dots\dots\dots$

η) $(0,15 + 1,85) \cdot (-5) = \dots\dots\dots$

Τι παρατηρείτε;

.....
.....

θ) $(+3) \cdot \left(+\frac{1}{3} \right) = \dots\dots\dots$

ι) $\left(\frac{2}{-3} \right) \cdot \left(\frac{3}{-2} \right) = \dots\dots\dots$

ια) $(-0,25) \cdot (-4) = \dots\dots\dots$

Τι παρατηρείτε;

.....
.....

ιβ) $(-1,3) \cdot 0 = \dots\dots\dots$

ιγ) $0 \cdot \left(\frac{2}{3} \right) = \dots\dots\dots$

Τι παρατηρείτε;

.....
.....

$+++=+$	Αν καλοί αθλητές (+) παίζουν σε μία ομάδα (+), τότε είναι καλό για την ομάδα (+)
$+--=-$	Αν καλοί αθλητές (+) φύγουν από μία ομάδα (-), τότε είναι κακό για την ομάδα (-)
$---=-$	Αν κακοί αθλητές (-) παίζουν σε μία ομάδα (+), τότε είναι κακό για την ομάδα (-)
$---=+$	Αν κακοί αθλητές (-) φύγουν από μία ομάδα (-), τότε είναι καλό για την ομάδα (+)



Γινόμενο πολλών παραγόντων

Γνωρίζουμε ότι το γινόμενο θετικών ρητών είναι πάντα θετικό. Αν υπάρχει ένας παράγοντας που είναι αρνητικός μετατρέπει το γινόμενο σε αρνητικό. Στην περίπτωση που υπάρχει και δεύτερος αρνητικός παράγοντας ξαναμετατρέπει το γινόμενο σε θετικό κ.ο.κ. Άρα:

- Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο **πολλών παραγόντων** (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:
 - Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι **άρτιο** (ζυγό).
 - Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι **περιττό** (μονό).

- Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν.



Σύμφωνα με την επιμεριστική ιδιότητα, έχουμε:
 $(\alpha + \beta)(\gamma + \delta) =$
 $(\alpha + \beta)\gamma + (\alpha + \beta)\delta$
 $= \alpha\gamma + \beta\gamma + \alpha\delta + \beta\delta$

5. Χωρίς να κάνετε τις πράξεις προσπαθήστε να προβλέψετε αν το γινόμενο κάθε έκφρασης είναι θετικό ή αρνητικό.

α) $(-1)(-2)$

β) $(-1)(-2)(-3)$

γ) $(-1)(-2)(-3)(-4)$

δ) $(-1)(-2)(-3)(-4)(-5)$

Να συμπληρώσετε τα κενά.

α) Για άρτιο πλήθος αρνητικών παραγόντων, το γινόμενο θα είναι:

β) Για περιττό πλήθος αρνητικών παραγόντων, το γινόμενο θα είναι:

γ) Σε ένα γινόμενο που περιέχει αρνητικούς και θετικούς παράγοντες επηρεάζουν οι θετικοί παράγοντες το πρόσημο του γινομένου;

6. Να υπολογίσετε τα παρακάτω γινόμενα:

α) $(-1,4) \cdot 5$	β) $\left(+\frac{2}{-3}\right) \cdot (-2,1)$	γ) $(-10) \cdot (-0,7)$
.....
.....
.....

7. Να υπολογίσετε το ακόλουθο γινόμενο:

$(-1)(-20)\left(+\frac{2}{3}\right)(-3)(0,25)$

.....

8. Να υπολογίσετε το γινόμενο $(-1)\alpha$, όταν το α παίρνει τις τιμές: $+3, -1, 2, +\frac{2}{3}, -2$.

.....

9. Να εκτελέσετε τις πράξεις

α) $-6 \cdot (\alpha - 2 - \beta)$	β) $(\alpha - 2)(\beta + 3)$	γ) $2\alpha + 3\beta + 4\alpha - 5\beta$
.....

10. Ισχύει πάντα ότι $|a \cdot \beta| = |a| \cdot |\beta|$; Εξηγήστε.

.....
.....
.....

11. Αν $x = -3$, $y = 2$ και $z = -5$, να γράψετε μία έκφραση που θα έχει κάθε μία από τις ακόλουθες τιμές.

α) 17

β) 0

γ) -1

δ) 1

ε) 7

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

7.1. Συμπληρώστε τα πρόσημα και τους αριθμούς όπου λείπουν:

α) $(\dots) \cdot (-2) \cdot (+7) = -28$
 β) $\left(\dots \right) \cdot \left(\dots \right) \cdot \left(\dots \right) = 1$

γ) $\left(\dots \right) \cdot (-3) \cdot \left(\dots \right) = \dots \frac{3}{5}$

7.2. Συμπληρώστε με κατάλληλο σύμβολο (< ή = ή >) τις παρακάτω προτάσεις:

- α) αν $2x < 0$, τότε $x \dots 0$
- β) αν $3κ > 0$, τότε $κ \dots 0$
- γ) αν $5α = 0$, τότε $α \dots 0$
- δ) αν $(-1)(-λ) < 0$, τότε $λ \dots 0$

7.3. Με τη χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας, να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

- α) $1,2 \cdot 13,4 + 2,8 \cdot 13,4$
- β) $4,1 \cdot 19,3 - 2,1 \cdot 19,3$

7.4. Αν είναι $x + y = -1$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

- α) $3 \cdot (x + 2) + 3y$
- β) $1 + 2(x - 2 + y)$

7.5. Αν $xy = -1$, να υπολογίσετε τα γινόμενα:

- α) $x \cdot (-1) \cdot (-y)$
- β) $3 \cdot (-x) \cdot (-2) \cdot y$

7.6. Να εκτελέσετε τις πράξεις:

α) $3 \cdot (-2) \cdot (-4) - (-1) \cdot (+5) + (-3) \cdot (-4) \cdot (-1)$
 β) $\left(\dots \right) \cdot \left(\dots \right) + \left(\dots \right) \cdot \left(\dots \right) + \left(\dots \right) \cdot \left(\dots \right)$

7.7. Να εξετάσετε στις παρακάτω περιπτώσεις, αν οι αριθμοί x, y είναι αντίστροφοι:

- α) $3 \cdot (-x) \cdot 2 \cdot y = -6$
- β) $\frac{1}{2} \cdot (-x) \cdot (-y) \cdot 2 = 2$
- γ) $\frac{4}{5} \cdot y \cdot \left(-\frac{15}{12} \right) \cdot x = -1$

7.8. Να βρείτε το αποτέλεσμα των παρακάτω πράξεων:

- α) $(-2 - 3) \cdot (-5) - [-(-1) - (-4) + 3 \cdot 6] + (-1) \cdot (-10 + 12)$
- β) $[-3 - 2(-5 + 7)] - [(-2 + 1)(-2) + 3 \cdot (5 - 9)]$
- γ) $-4 + (-2 \cdot 3 + 5) - [4 \cdot (-3) - 2 \cdot (-6 + 8)] - 3 \cdot 5 + 6$