ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας,
Έρευνας και Θρησκευμάτων
ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΒΟΛΟΥ

1ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΟΓΚΟΣ ΠΡΙΣΜΑΤΟΣ

ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ

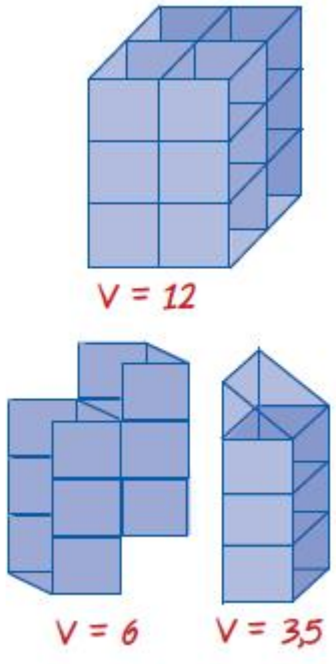
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Το

18Ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ



Η έννοια του όγκου

Ας θεωρήσουμε ένα στερεό σώμα Σ και έναν κύβο με ακμή μήκους μία μονάδα. Ο θετικός αριθμός που δηλώνει με πόσες επαναλήψεις του κύβου ή μέρους του κύβου σχηματίζεται το στερεό σώμα Σ, λέγεται **όγκος** του σώματος.

Μονάδες μέτρησης όγκου

Ως μονάδα μέτρησης όγκου θεωρούμε έναν κύβο με ακμή μήκους 1 μέτρο (m).
Ο όγκος του ισούται με 1 κυβικό μέτρο (m^3).

Οι κυριότερες υποδιαιρέσεις του κυβικού μέτρου είναι:

α) Το κυβικό δεκατόμετρο (dm^3) που είναι όγκος κύβου με ακμή 1 dm.
Αφού 1m =10 dm, θα ισχύει ότι:
$1\ m^3 = 10^3\ dm^3 = 1000\ dm^3$.
Αντίστροφα ισχύει ότι:
$$1\ dm^3 = \frac{1}{1000} m^3 = 0{,}001\ m^3.$$

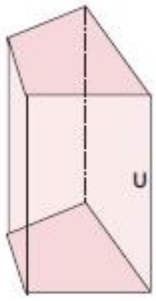
β) Το κυβικό εκατοστόμετρο (cm^3) που είναι όγκος κύβου με ακμή 1cm.
Ισχύει ότι 1 m = 10 dm = 100 cm, οπότε
$1\ m^3 = 10^3\ dm^3 = 100^3\ cm^3$.
Αντίστροφα ισχύει ότι:
$$1\ cm^3 = \frac{1}{1000} dm^3 = \frac{1}{1000000} m^3.$$

γ) Το κυβικό χιλιοστόμετρο (mm^3) που είναι όγκος κύβου με ακμή 1mm.
Ισχύει ότι 1 m = 10 dm = 100 cm= 1000 mm,
οπότε $1\ m^3 = 10^3\ dm^3 = 100^3\ cm^3 = 1000^3\ mm^3$.
Αντίστροφα ισχύει ότι:
$$1 mm^3 = \frac{1}{1000} cm^3 = \frac{1}{1000000} dm^3 = \frac{1}{1000000000} m^3$$

Στον όγκο των υγρών συνηθίζουμε να ονομάζουμε το dm^3 ως λίτρο (ℓ). Τότε, το cm^3 λέγεται χιλιοστόλιτρο (mℓ).

Όγκος πρίσματος και κυλίνδρου

Ας θεωρήσουμε μια σύριγγα γεμάτη χρωματισμένο νερό. Ασκώντας πίεση, το έμβολο διαγράφει το μήκος της σύριγγας έως ότου αδειάσει όλο το νερό.



Είναι φανερό ότι το νερό έχει όγκο ίσο με τον όγκο της κυλινδρικής σύριγγας.
Ο όγκος της σύριγγας διαγράφεται από την κίνηση του εμβαδού του εμβόλου σε όλο το μήκος της.

Ο όγκος ενός κυλίνδρου ισούται με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος, δηλαδή:
Όγκος = (Εμβαδόν βάσης) • (ύψος)

Είναι φανερό ότι το ίδιο θα ισχύει, αν στη θέση της κυλινδρικής σύριγγας έχουμε ένα οποιοδήποτε πρίσμα.

Ο όγκος ενός πρίσματος ισούται με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος, δηλαδή:
Όγκος = (Εμβαδόν βάσης) • (ύψος)

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

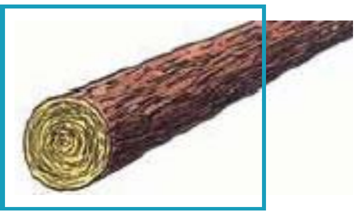
1

Να βρείτε τον όγκο του κυλίνδρου στις παρακάτω περιπτώσεις:
α) με ακτίνα βάσης 3 cm και ύψος 5 cm,
β) με διάμετρο βάσης 4 cm και ύψος 4 cm,
γ) με περίμετρο βάσης 31,4 cm και ύψος 3 cm.

Λύση: α) Εφαρμόζουμε τον τύπο του όγκου V του κυλίνδρου και έχουμε:
$V = \pi\rho^2 \cdot \upsilon = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi = 141{,}3\ (cm^3)$.
β) Αφού η διάμετρος είναι δ = 4 cm, η ακτίνα είναι ρ = 2 cm.
Εφαρμόζουμε τον τύπο του όγκου κυλίνδρου και έχουμε:
$V = \pi\rho^2 \cdot \upsilon = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi = 50{,}24\ (cm^3)$.
γ) Πρώτα υπολογίζουμε την ακτίνα του κύκλου της βάσης:
$L = 2\pi\rho$ ή
$31{,}4 = 2\pi \cdot \rho$ ή
$31{,}4 = 6{,}28 \cdot \rho$ ή
$\rho = 5\ (cm)$.
Στη συνέχεια, εφαρμόζουμε τον τύπο του όγκου κυλίνδρου και έχουμε:
$V = \pi\rho^2 \cdot \upsilon = \pi \cdot 5^2 \cdot 3 = 75\pi = 235{,}5\ (cm^3)$.

2

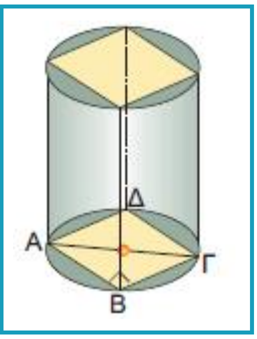
Ο διπλανός κορμός δέντρου θεωρούμενος ως κύλινδρος έχει μήκος 8 m και διάμετρο βάσης 0,6 m. Η τιμή του συγκεκριμένου είδους ξυλείας είναι 100 € ανά κυβικό μέτρο. Πόσο αξίζει ο κορμός;



Λύση: Αφού η διάμετρος του κορμού είναι δ = 0,6 m, τότε η ακτίνα του κύκλου της βάσης του κυλίνδρου είναι ρ = 0,3 (m).
Επομένως, ο όγκος του κυλίνδρου είναι:
$V_K = \pi\rho^2 \cdot \upsilon = 3{,}14 \cdot (0{,}3)^2 \cdot 8 = 2{,}26\ (m^3)$.
Αφού η αξία του συγκεκριμένου είδους ξυλείας είναι 100 € το κυβικό μέτρο, η αξία του κορμού είναι: Α = 2,26 • 100 = 226 €.

3

Ένα πρίσμα έχει βάση τετράγωνο πλευράς α (cm) και είναι εγγεγραμμένο σε κύλινδρο με ύψος 10 cm και ακτίνα βάσης ρ = 3 cm.
α) Να υπολογίσετε τη πλευρά α του τετραγώνου.
β) Να υπολογίσετε τον όγκο του κυλίνδρου και τον όγκο του πρίσματος.



Λύση: α) Το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχει υποτείνουσα ΑΓ = 2 • ρ = 2• 3 = 6 (cm).
Από το Πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε:
$α^2 + α^2 = 6^2$ ή $2α^2 = 36$ ή $α^2 = 18$.
Άρα: $α = \sqrt{18} = 4{,}24$ (cm).
β) Ο όγκος του κυλίνδρου είναι: $V_{κυλ} = πρ^2υ = 3{,}14 • 3^2 • 10 = 282{,}6$ (cm^2).
Ο όγκος του πρίσματος είναι: $V_{πρ} = E_β • υ = α^2 • υ = 18 • 10 = 180$ (cm^2).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗ

1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, όπου φαίνεται το εμβαδόν της βάσης, το ύψος και ο όγκος πρίσματος.

εμβαδόν βάσης (cm^2)	12	8	
ύψος (cm)	3		6
όγκος (cm^3)		56	30

2. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, όπου φαίνεται το εμβαδόν της βάσης, το ύψος και ο όγκος κυλίνδρου.

εμβαδόν βάσης (cm^2)	22	9	
ύψος (cm)	4		6
όγκος (cm^3)		72	120

3. Δίνονται τέσσερις κύλινδροι που έχουν όλοι ακτίνα βάσης ρ=4 cm. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

	1ος Κύλινδρος	2ος Κύλινδρος	3ος Κύλινδρος	4ος Κύλινδρος
ύψος κυλίνδρου υ	2 cm	4 cm	6 cm	8 cm
εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας $Ε_π$				
ολικό εμβαδόν $Ε_{ολ}$				
όγκος V				

1. Τριγωνικό πρίσμα με βάση ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με κάθετες πλευρές ΑΒ = 3 cm και ΑΓ = 4 cm έχει ύψος ίσο με την υποτείνουσα ΒΓ του τριγώνου ΑΒΓ.
Να υπολογίσετε:
α) το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του πρίσματος,
β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του,
γ) τον όγκο του πρίσματος.

2. Δίνεται πρίσμα με βάση ισόπλευρο τρίγωνο. Αν γνωρίζετε ότι το ύψος του είναι τετραπλάσιο από την πλευρά του ισόπλευρου τριγώνου της βάσης του και η παράπλευρη επιφάνειά του έχει εμβαδόν 432 cm^2, να υπολογίσετε τον όγκο του.

3. Ένα τετραγωνικό πρίσμα έχει ολικό εμβαδόν που είναι τριπλάσιο του εμβαδού της παράπλευρης επιφάνειάς του. Να αποδείξετε ότι η πλευρά του τετραγώνου της βάσης του είναι τετραπλάσια από το ύψος του πρίσματος.

4. Ένα πρίσμα έχει βάση ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ, με ίσες πλευρές ΑΔ = ΒΓ = 5 cm. Το ύψος του τραπεζίου είναι 3 cm και το ύψος του πρίσματος είναι 10 cm. Αν ο όγκος του πρίσματος είναι 180 cm^3 και το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας είναι 220 cm^2,
να βρείτε:
α) το εμβαδόν και την περίμετρο του τραπεζίου ΑΒΓΔ,
β) τα μήκη των βάσεων ΑΒ και ΓΔ του τραπεζίου ΑΒΓΔ.

5. Λυγίζουμε ένα φύλλο χαρτιού μεγέθους Α4 (21x29cm) και κατασκευάζουμε έναν κύλινδρο ύψους 21cm. Να βρείτε την ακτίνα βάσης και τον όγκο του κυλίνδρου.

6. Να βρείτε τον όγκο κυλίνδρου ο οποίος έχει:
α) ακτίνα βάσης 10 cm και ύψος 1,2 cm.
β) εμβαδόν βάσης 100 mm^2 και ύψος 0,2 m.

7. Ένα τσιγάρο έχει μήκος 8,5 cm από τα οποία τα 2,5 cm καταλαμβάνει το φίλτρο. Η διάμετρος μιας βάσης του είναι 0,8 cm. Οι αναλύσεις του Υπουργείου Υγείας κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι περιέχει 0,5 mg πίσσας ανά κυβικό εκατοστό καπνού και ότι το τσιγαρόχαρτο περιέχει 0,05 mg πίσσας ανά τετραγωνικό εκατοστό χαρτιού.
Πόσα mg πίσσας εισπνέει ημερησίως ένας καπνιστής που καπνίζει 15 τσιγάρα την ημέρα; (Να θεωρήσετε ότι ο καπνιστής πετάει το τσιγάρο έχοντας καπνίσει τα 5 από τα 6 cm του τσιγάρου).

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ
Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 214- 215

Ερωτήσεις κατανόησης

1.

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα , όπου φαίνεται το εμβαδόν της βάσης , το ύψος και ο όγκος πρίσματος

Εμβαδόν βάσης σε cm^2	12	8	5
Ύψος σε cm	3	7	6
Όγκος σε cm^3	36	56	30

Προτεινόμενη λύση

Με τη βοήθεια του τύπου Όγκος = (Εμβαδόν βάσης)·(ύψος) υπολογίζουμε για κάθε γραμμή το άγνωστο στοιχείο και συμπληρώνουμε τον πίνακα όπως παραπάνω.

2.

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα , όπου φαίνεται το εμβαδόν της βάσης , το ύψος και ο όγκος πρίσματος

Εμβαδόν βάσης σε cm^2	22	9	20
Ύψος σε cm	4	8	6
Όγκος σε cm^3	88	72	120

Προτεινόμενη λύση

Ομοίως με την (1)

3.

Δίνονται τέσσερις κύλινδροι που έχουν όλοι ακτίνα βάσης ρ = 4 cm . Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

	$1^{ος}$ κύλινδρος	$2^{ος}$ κύλινδρος	$3^{ος}$ κύλινδρος	$4^{ος}$ κύλινδρος
Ύψος κυλίνδρου υ	2cm	4cm	6cm	8cm
Εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας $E_π$	50,24 cm^2	100,48 cm^2	150,72 cm^2	200,96 cm^2
Ολικό εμβαδόν $E_{ολ}$	150,72 cm^2	200,96 cm^2	251,2 cm^2	301,44 cm^2
Όγκος V	100,48cm^3	200,96 cm^3	301,44 cm^3	401,92 cm^3

Προτεινόμενη λύση
Με τη βοήθεια των τύπων : $E_\pi = 2\pi\rho\upsilon$, $E_{o\lambda} = 2\pi\rho\upsilon + 2\pi\rho^2$ και $V = \pi\rho^2\upsilon$
ο πίνακας συμπληρώνεται (κόκκινα στοιχεία) όπως φαίνεται παραπάνω.

Ασκήσεις

1.

Τριγωνικό πρίσμα έχει βάση ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με κάθετες πλευρές ΑΒ = 3 cm και ΑΓ = 4 cm , και ύψος ίσο με την υποτείνουσα ΒΓ του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ. Να υπολογίσετε :
α) Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του πρίσματος
β) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του πρίσματος
γ) Τον όγκο του πρίσματος

Προτεινόμενη λύση
α)
Με το Πυθαγόρειο θεώρημα υπολογίζουμε την υποτείνουσα ΒΓ της βάσης του πρίσματος
$B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2 = 9 + 16 = 25$ άρα $B\Gamma = 5$
Οπότε και το ύψος υ του πρίσματος είναι $\upsilon = 5$
E_π = (περίμετρος βάσης)·υ = (3 + 4 + 5) ·5 = 60cm²
β)
Το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου της βάσης του πρίσματος είναι
$$E_\beta = \frac{AB\cdot A\Gamma}{2} = \frac{3\cdot 4}{2} = 6\text{cm}^2$$
Οπότε $E_{o\lambda} = E_\pi + 2E_\beta = 60 + 12 = 72\ \text{cm}^2$
γ)
$V = E_\beta\cdot \upsilon = 6\cdot 5 = 30\text{cm}^3$

2.

Δίνεται πρίσμα με βάση ισόπλευρο τρίγωνο. Αν γνωρίζετε ότι το ύψος του είναι τετραπλάσιο από την πλευρά του ισοπλεύρου τριγώνου της βάσης του και η παράπλευρη επιφάνεια έχει εμβαδόν 432cm² , να υπολογίσετε τον όγκο του πρίσματος.

Προτεινόμενη λύση
Έστω x η πλευρά του ισοπλεύρου τριγώνου της βάσης του πρίσματος.
Τότε το ύψος υ του πρίσματος είναι 4x
Ο τύπος E_π = (περίμετρος βάσης)·υ δίνει $432 = 3x\cdot 4x$ άρα
$432 = 12x^2$
$x^2 = 36$
$x = 6$
Με την γνωστή πλέον διαδικασία βρίσκουμε ότι το ύψος του ισοπλεύρου τριγώνου της βάσης που η πλευρά του είναι 4 cm είναι υ = 5,19 cm.
Οπότε το εμβαδόν της βάσης του πρίσματος είναι $E_\beta = \frac{6\cdot 5{,}19}{2} = 15{,}57\ \text{cm}^2$ και επομένως ο όγκος του πρίσματος $V = 15{,}57\cdot 24 = 373{,}68\ \text{cm}^3$.

3.

Ένα τετραγωνικό πρίσμα έχει ολικό εμβαδόν που είναι τριπλάσιο του εμβαδού της παράπλευρης επιφάνειάς του . Να αποδείξετε ότι η πλευρά του τετραγώνου της βάσης είναι τετραπλάσια από το ύψος του πρίσματος .

Προτεινόμενη λύση

Έστω α η πλευρά της βάσης και υ το ύψος του πρίσματος.

Τότε $Ε_π$ = (περίμετρος βάσης)·υ = 4α· υ και

$Ε_{ολ} = Ε_π + 2Ε_β = 4α· υ + 2α^2$

Όμως $Ε_{ολ} = 3Ε_π$ άρα $4α· υ + 2α^2 = 3·4α· υ$

$α^2 = 4α· υ$

$α = 4υ$

4.

Ένα πρίσμα έχει βάση ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ με ίσες πλευρές ΑΔ = ΒΓ = 5cm. Το ύψος του τραπεζίου είναι 3cm και το ύψος του πρίσματος είναι 10 cm . Αν ο όγκος του πρίσματος είναι 180 cm^3 και το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας 220 cm^2 να βρείτε :

α) Το εμβαδόν και την περίμετρο του τραπεζίου ΑΒΓΔ .

β) Τα μήκη των βάσεων ΑΒ και ΓΔ του τραπεζίου ΑΒΓΔ

Προτεινόμενη λύση

α)

Ο τύπος $Ε_π$ = (περίμετρος βάσης)·υ δίνει

220 = (περίμετρος βάσης)·10 άρα

περίμετρος βάσης = 22 cm

Και ο τύπος $V = Ε_β·υ$ δίνει $180 = 10Ε_β$ άρα $Ε_β = 18cm^2$

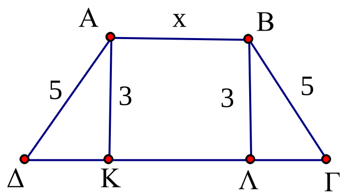
β)

Έστω x και y τα μήκη των βάσεων του τραπεζίου.

Αφού η περίμετρός του είναι 22, ισχύει x + y + 5 + 5 = 22 άρα x + y = 12 ,

οπότε οι βάσεις του τραπεζίου είναι x και 12 − x .

Έστω ότι ΑΒ = x και ΓΔ = 12 − x



Στο διπλανό σχήμα σχεδιάζουμε το τραπέζιο ΑΒΓΔ και φέρνουμε τα ύψη του ΑΚ και ΒΛ.

Από το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΚ έχουμε ότι $ΔΚ^2 = ΑΔ^2 − ΑΚ^2 =$

$= 25 − 9 = 16$

Άρα ΔΚ = 4 , όπως επίσης και ΛΓ = 4.

Από το ορθογώνιο ΑΚΛΒ έχουμε ΚΛ = x

Παρατηρούμε ότι ΔΓ = ΔΚ + ΚΛ + ΛΓ άρα

12 − x = 4 + x + 4

x = 2 και επομένως η άλλη βάση είναι y = 10

5.

Λυγίζουμε ένα φύλλο χαρτιού μεγέθους A_4 (21 x 29cm) και κατασκευάζουμε έναν κύλινδρο ύψους 21 cm . Να βρείτε την ακτίνα της βάσης και τον όγκο του κυλίνδρου

Προτεινόμενη λύση

Είναι φανερό ότι το εμβαδόν της σελίδας A_4 ισούται με την παράπλευρη επιφάνεια του κυλίνδρου .

Αν ρ είναι η ακτίνα της βάσης του κυλίνδρου τότε $21\cdot 29 = 2\pi\rho\cdot 21$ άρα

$29 = 6{,}28\ \rho$

$\rho = 4{,}62$

Ο όγκος είναι ίσος με $V = \pi\rho^2\cdot \upsilon = 3{,}14 \cdot 4{,}62^2\cdot 21 = 1407{,}45\ cm^3$.

6.

Να βρείτε τον όγκο κυλίνδρου ο οποίος έχει

α) ακτίνα βάσης 10cm και ύψος 1,2 cm

β) εμβαδόν βάσης $100 mm^2$ και ύψος 0,2 m

Προτεινόμενη λύση

α)

$V = \pi\rho^2\ \upsilon = 3{,}14 \cdot 10^2\cdot 1{,}2 = 376{,}8\ cm^3$

β)

0,2 m = 200mm οπότε $V = 200\cdot 100 = 20000 mm^3$

7.

Ένα τσιγάρο έχει μήκος 8,5 cm από τα οποία τα 2,5 cm καταλαμβάνει το φίλτρο. Η διάμετρος της βάσης του είναι 0,8 cm . Οι αναλύσεις του υπουργείου υγείας κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι περιέχει 0,5 mg πίσσας ανά κυβικό εκατοστό καπνού και ότι το τσιγαρόχαρτο περιέχει 0,05 mg πίσσας ανά τετραγωνικό εκατοστό χαρτιού. Πόσα mg πίσσας εισπνέει ημερησίως ένας καπνιστής που καπνίζει 15 τσιγάρα την ημέρα ;

(Να θεωρήσετε ότι ο καπνιστής πετάει το τσιγάρο έχοντας καπνίσει τα 5 από τα 6 cm του τσιγάρου)

Προτεινόμενη λύση

Το μήκος του τσιγάρου που καπνίζει ο καπνιστής είναι 5 cm.

Ο όγκος του καπνού που περιέχεται σε αυτό είναι $V = \pi\ \rho^2 \cdot \upsilon =$

$= 3{,}14 \cdot 0{,}4^2 \cdot 5 =$

$= 2{,}512\ cm^3$

Το τσιγαρόχαρτο έχει εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του τσιγάρου του οποίου το ύψος είναι 5 cm. Το εμβαδόν αυτό είναι

$E_\pi = 2\pi\rho\upsilon = 2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}4\cdot 5 = 12{,}56\ cm^2$

Η πίσσα που περιέχεται στον καπνό του ενός τσιγάρου είναι $2{,}512 \cdot 0{,}5 = 1{,}256$ mg

και στο τσιγαρόχαρτο $12{,}56\cdot 0{,}05 = 0{,}628$mg

Άρα η πίσσα του ενός τσιγάρου είναι $1{,}256 + 0{,}628 = 1{,}884$

και των 15 τσιγάρων $15\cdot 1{,}884 = 28{,}26$ mg

Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Να αποδείξετε ότι το ύψος πλάγιου πρίσματος είναι μικρότερο από την ακμή του.

2. Να αποδείξετε ότι οι κάθετες τομές ορθού πρίσματος είναι ίσες με τις βάσεις του και τα ύψη ίσα με τις ακμές του.

3. Να αποδείξετε ότι όλες οι ακμές πλάγιου πρίσματος σχηματίζουν ίσες γωνίες με τα επίπεδα των βάσεων.

4. Κανονικό τριγωνικό πρίσμα έχει ύψος α και βάση ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς α. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του πρίσματος.

5. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κανονικού πρίσματος ύψους υ με βάση κανονικό πολύγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας ρ, αν η βάση είναι τρίγωνο, τετράγωνο ή εξάγωνο.

6. Να αποδείξετε ότι κάθε ευθύγραμμο τμήμα που διέρχεται από το κέντρο παραλληλεπιπέδου και έχει τα άκρα του στην επιφάνειά του διχοτομείται από το κέντρο.

7. Για την κατασκευή μιας κυβικής δεξαμενής, κλειστής από παντού, χρησιμοποιήθηκαν 216 m2 λαμαρίνας. Να υπολογίσετε την ακμή του κύβου.

8. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει διαστάσεις 8, 12, 16. Να υπολογίσετε την διαγώνιο, το εμβαδόν της επιφάνειας και τον όγκο του.

9. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο ενός κύβου αν γνωρίζετε: (i) την ακμή του, (ii) τη διαγώνιο μιας έδρας του, (iii) τη διαγώνιό του.

10. Κύβος έχει όγκο 125. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του.

Επιμέλεια αρχείου: **Ηλίας Ράιδος** Καθηγητής Μαθηματικών. E-mails:**raidosi@yahoo.gr**
http://blogs.sch.gr/iraidos/ **iraidos@gmail.com**

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. *Να αποδείξετε ότι ο όγκος ενός τριγωνικού πρίσματος ισούται με το ημιγινόμενο μιας παράπλευρης έδρας επί την απόστασή της από την απέναντι ακμή.*

2. *Να αποδείξετε ότι ο όγκος ενός πρίσματος που η κάθετη τομή του είναι πολύγωνο περιγεγραμμένο σε έναν κύκλο, ισούται με το γινόμενο της παράπλευρης επιφάνειας επί το μισό της ακτίνας του κύκλου.*

3.Δίνονται τρεις παράλληλες ευθείες που δεν ανήκουν στο ίδιο επίπεδο και τρία ίσα ευθύγραμμα τμήματα ΑΑ', ΒΒ' και ΓΓ' που ολισθαίνουν πάνω σε αυτές. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας και ο όγκος του πρίσματος ΑΒΓ-Α'Β'Γ' είναι σταθερά.

4.Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των τετραγώνων των προβολών ενός ευθύγραμμου τμήματος σε τρεις ευθείες, ανά δύο ορθογώνιες μεταξύ τους, ισούται με το τετράγωνο του τμήματος.

5. *Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των τετραγώνων των προβολών ενός ευθύγραμμου τμήματος σε τρία επίπεδα, ανά δύο κάθετα μεταξύ τους, ισούται με το διπλάσιο του τετραγώνου του τμήματος.*

6. *Σε έναν κύβο, να αποδείξετε ότι: (i) οι διαγώνιοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με τις ακμές και (ii) η προβολή μιας ακμής σε μία διαγώνιο ισούται με το ένα τρίτο της διαγωνίου.*

Σύνθετα Θέματα

1. *Να αποδείξετε ότι η τομή κύβου με επίπεδο που ορίζεται από τα άκρα τριών ακμών που διέρχονται από την ίδια κορυφή είναι ισόπλευρο τρίγωνο.*

2. *Να αποδείξετε ότι τα τρία επίπεδα που ορίζονται από μία διαγώνιο κύβου και από τις τρεις ακμές που διέρχονται από το ένα άκρο της διαγωνίου σχηματίζουν ίσες δίεδρες.*

3. *Εάν τμηθεί κύβος ΑΒΓΔ-Α'Β'Γ'Δ' με επίπεδο που διέρχεται από τα μέσα των ακμών ΑΒ, ΒΓ και ΓΓ', να αποδείξετε ότι η τομή είναι κανονικό εξάγωνο.*

4. *Το άθροισμα των τετραγώνων των ακμών ενός παραλληλεπιπέδου ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των τεσσάρων διαγωνίων του.αι παραλληλεπίπεδο ΑΒΓΔ-Α'Β'Γ'Δ'. Να αποδείξετε ότι τα επίπεδα (Α, Γ, Δ') και (Α', Γ', Β) τριχοτομούν τη διαγώνιο ΔΒ'.*