ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας,
Έρευνας και Θρησκευμάτων
ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΒΟΛΟΥ

2ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Στοιχεία και εμβαδόν πρίσματος και κυλίνδρου

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

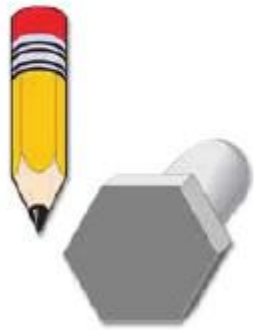
Το

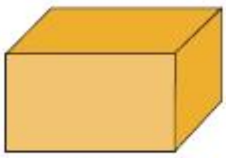
17Ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

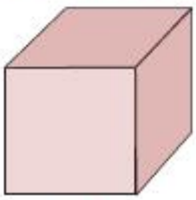
- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

Το ορθό πρίσμα και τα στοιχεία του





ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο



κύβος

Στο φυσικό κόσμο τα αντικείμενα των διπλανών σχημάτων μάς δίνουν την έννοια του ορθού πρίσματος.

Στη Στερεομετρία τα παρακάτω στερεά σώματα ονομάζονται **ορθά πρίσματα**.

Στη συνέχεια, τα ορθά πρίσματα θα τα λέμε απλά **πρίσματα**.

τριγωνικό πρίσμα   πενταγωνικό πρίσμα   εξαγωνικό πρίσμα

Κάθε πρίσμα έχει:

δύο έδρες παράλληλες, που είναι ίσα πολύγωνα και τις άλλες έδρες του που είναι ορθογώνια παραλληλόγραμμα και ονομάζονται **παράπλευρες έδρες**.

Οι δύο παράλληλες έδρες του λέγονται **βάσεις** του πρίσματος.

Οι παράπλευρες έδρες σχηματίζουν την **παράπλευρη επιφάνεια** του πρίσματος.

Οι πλευρές των εδρών του πρίσματος ονομάζονται **ακμές**.

Η απόσταση των δύο βάσεων, που είναι ίση με το ύψος μιας παράπλευρης έδρας, λέγεται **ύψος** του πρίσματος.

Αν οι βάσεις του πρίσματος είναι τρίγωνο, τετράπλευρο, πεντάγωνο κ.ο.κ, τότε αντίστοιχα το πρίσμα λέγεται **τριγωνικό, τετραπλευρικό, πενταγωνικό** κ.ο.κ.

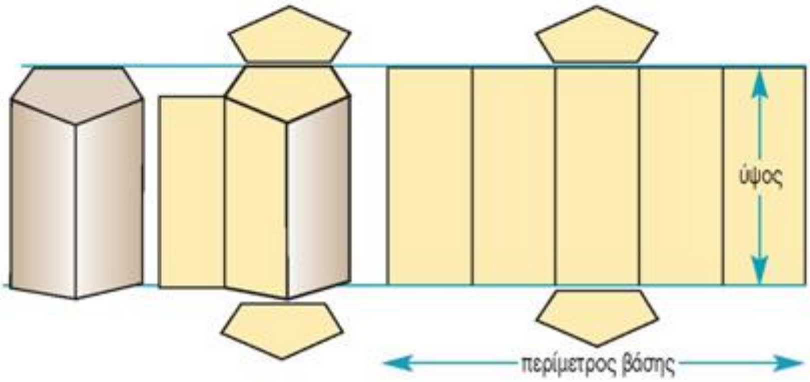
Δύο από τα βασικότερα ορθά πρίσματα είναι ο κύβος και το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.

Εμβαδόν επιφάνειας πρίσματος

Στο παρακάτω σχήμα βλέπουμε τη διαδικασία ανάπτυξης και το τελικό ανάπτυγμα της επιφάνειας ενός πρίσματος.

Ως ανάπτυγμα της επιφάνειας ενός πρίσματος θεωρούμε το επίπεδο σχήμα που προκύπτει αν «ξεδιπλώσουμε» την παράπλευρη επιφάνειά του και τις βάσεις του.

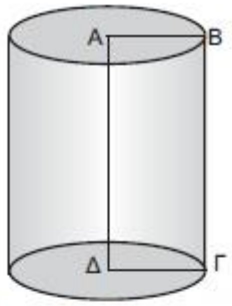
Η παράπλευρη επιφάνεια σχηματίζει ένα ορθογώνιο, που η μία διάστασή του είναι η περίμετρος της βάσης και η άλλη το ύψος του πρίσματος.



Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας ενός πρίσματος ισούται με το γινόμενο της περιμέτρου της βάσης του επί το ύψος του πρίσματος.
Δηλαδή:

$$E_\pi = (\text{περίμετρος βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

Φυσικά, για να βρούμε το **ολικό εμβαδόν**, πρέπει να προσθέσουμε και τα εμβαδά των δύο βάσεων.



Ένας κύλινδρος μπορεί να προκύψει και από την περιστροφή ενός ορθογωνίου ΑΒΓΔ γύρω από μια πλευρά του, π.χ. την ΑΔ, και τότε λέγεται κύλινδρος εκ περιστροφής.
*Η πλευρά ΒΓ λέγεται **γενέτειρα** του κυλίνδρου και ισούται με το ύψος του.*

Το ολικό εμβαδόν ενός πρίσματος ($E_{ολ}$) είναι το άθροισμα του εμβαδού της παράπλευρης επιφάνειας $E_π$ και των εμβαδών $E_β$ των δύο βάσεων. Δηλαδή:

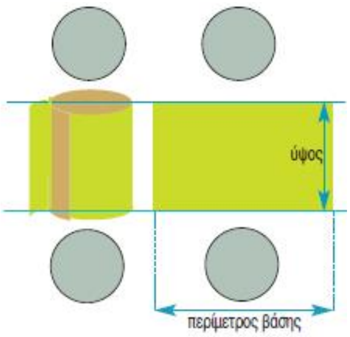
$$E_{ολ} = E_π + 2E_β$$

Κύλινδρος

Τα παρακάτω στερεά δίνουν την έννοια του κυλίνδρου.

Ένας κύλινδρος αποτελείται από δύο ίσους και παράλληλους κυκλικούς δίσκους, που είναι οι βάσεις του, και την παράπλευρη επιφάνεια, που, αν την ξετυλίξουμε, θα δούμε ότι έχει σχήμα ορθογωνίου.

Η απόσταση των δύο βάσεων λέγεται **ύψος** του κυλίνδρου.



Εμβαδόν επιφάνειας κυλίνδρου

Ας θεωρήσουμε το ανάπτυγμα ενός κυλίνδρου. Είναι φανερό ότι το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του κυλίνδρου ισούται με το εμβαδόν του ορθογωνίου που σχηματίζεται, οπότε ισούται με το γινόμενο της περιμέτρου της βάσης επί το ύψος του κυλίνδρου.

Η περίμετρος της βάσης ισούται με το μήκος του κύκλου, δηλαδή 2πρ.

Το εμβαδόν $E_π$ της παράπλευρης επιφάνειας ενός κυλίνδρου ισούται με την περίμετρο της βάσης (που είναι ίση με 2πρ) επί το ύψος του κυλίνδρου. Δηλαδή

E_π = (περίμετρος βάσης) • (ύψος) ή $E_\pi = 2\pi\rho \cdot \upsilon$

Φυσικά, για να βρούμε το ολικό εμβαδόν του κυλίνδρου, πρέπει στο εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας να προσθέσουμε τα εμβαδά των δύο βάσεων.

Το ολικό εμβαδόν $E_{ολ}$ ενός κυλίνδρου ισούται με το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας E_π και τα εμβαδά E_β των δύο βάσεων. Δηλαδή:

$$E_{ολ} = E_\pi + 2E_\beta$$

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1

Να βρείτε πόσο χαρτόνι (σε cm^2) χρειάζεται, για να κατασκευαστεί το πρίσμα του παρακάτω σχήματος, του οποίου οι βάσεις είναι ορθογώνια τρίγωνα με κάθετες πλευρές 3 cm και 4 cm αντίστοιχα και το ύψος είναι 10 cm.

Λύση :

Οι βάσεις του πρίσματος είναι ορθογώνια τρίγωνα με κάθετες πλευρές 3 cm και 4 cm.

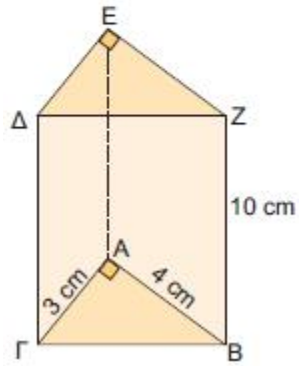
Η υποτείνουσα ΒΓ υπολογίζεται από το Πυθαγόρειο θεώρημα:

$ΒΓ^2 = 3^2 + 4^2$ ή $ΒΓ^2 = 25$ ή $ΒΓ = 5$ (cm). Επομένως:

$E_\beta = \frac{1}{2}\beta \cdot \upsilon = \frac{1}{2} 3 \cdot 4 = 6$ (cm^2).

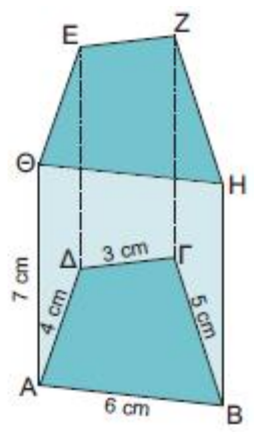
E_π = (περίμετρος βάσης) · (ύψος) = $12 \cdot 10 = 120$ (cm^2).

$E_{ολ} = E_\pi + 2E_\beta = 120 + 2 \cdot 6 = 132$ (cm^2).



2

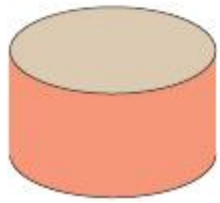
Να υπολογιστεί το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του πρίσματος που δίνεται στο διπλανό σχήμα.



Λύση : Οι βάσεις του πρίσματος είναι τετράπλευρα με περίμετρο:
$3 + 4 + 6 + 5 = 18$ (cm).
Το ύψος του πρίσματος είναι 7 cm. Άρα, το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας είναι:
E_π = (περίμετρος βάσης) • (ύψος) = $18 \bullet 7 = 126$ (cm^2).

3

Κόστος δεξαμενής καυσίμων
Μια κλειστή δεξαμενή αποθήκευσης καυσίμων έχει σχήμα κυλίνδρου με ύψος 20 m και ακτίνα βάσης $\rho = 30$ m. Είναι κατασκευασμένη από ειδική λαμαρίνα που κοστίζει 5 € το τετραγωνικό μέτρο.
Ποιο είναι το κόστος της λαμαρίνας για την κατασκευή της δεξαμενής;



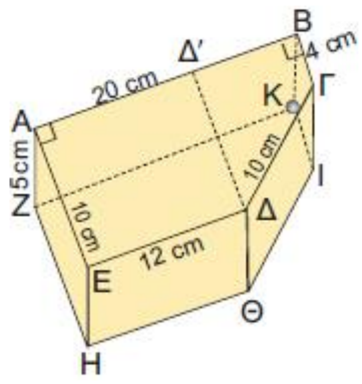
Λύση : Πρέπει να βρούμε πόσα τετραγωνικά μέτρα λαμαρίνας χρησιμοποιήθηκαν (δηλαδή το ολικό εμβαδόν) και να το πολλαπλασιάσουμε με το κόστος 5 € ανά τετραγωνικό μέτρο.Η παράπλευρη επιφάνεια έχει εμβαδόν:
E_π = (περίμετρος βάσης) • (ύψος) = $2\pi\rho \bullet \upsilon = 2 \bullet 3{,}14 \bullet 30 \bullet 20 = 3768$ (m^2).

- Καθεμία από τις βάσεις έχει εμβαδόν: $E_\beta = \pi\rho^2 = 3{,}14 \bullet 30^2 = 2826$ (m^2).
- Το ολικό εμβαδόν του κυλίνδρου είναι:
  $E_{o\lambda} = E_\pi + 2 \bullet E_\beta = 3768 + 2 \bullet 2826 = 9420$ (m^2).

  Επομένως, το κόστος της λαμαρίνας είναι $9420 \bullet 5 = 47100$ €.

4

Η βάση της μηχανής
Το διπλανό κλειστό κουτί κατασκευάζεται από ξύλο και χρησιμεύει ως βάση μιας μηχανής. Να βρείτε την επιφάνεια του ξύλου που θα χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή της βάσης.



Λύση : Παρατηρούμε ότι το κουτί είναι ένα πενταγωνικό πρίσμα με βάσεις τα πεντάγωνα ΑΒΓΔΕ και ΖΗΘΙΚ.
Η περίμετρος της κάθε βάσης είναι: ΑΒ + ΒΓ + ΓΔ + ΔΕ + ΕΑ = 20 + 4 + 10

+ 12 + 10 = 56 (cm).
Το ύψος του πρίσματος είναι υ = ΑΖ = 5 (cm).
Επομένως, το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας είναι:
E_π = (περίμετρος βάσης) • (ύψος) = 56 • 5 = 280 (cm^2).
Για να βρούμε το εμβαδόν της βάσης ΑΒΓΔΕ, τη χωρίζουμε σε δύο μέρη: σε ένα ορθογώνιο ΑΕΔΔ' και σε ένα τραπέζιο ΒΓΔΔ'.
Το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΕΔΔ' είναι ίσο με 10 • 12 = 120 (cm^2). Το εμβαδόν του τραπεζίου ΒΓΔΔ' είναι ίσο με:

$$E_{\tau\rho} = \frac{1}{2}(\beta + B) \cdot \upsilon = \frac{1}{2}(4 + 10) \cdot 8 = 56\ (cm^2).$$

Άρα, το εμβαδόν της βάσης είναι: E_β = 120 + 56 = 176 (cm^2). Τ
ο ολικό εμβαδόν του πρίσματος είναι: $E_{o\lambda} = E_\pi + 2E_\beta$ = 280 + 2 • 176 = 280 + 352 = 632 (cm^2).

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Να κυκλώσετε τη σωστή απάντηση σε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις.

1. Ένα πρίσμα με βάση πεντάγωνο έχει:
α) Α: 5 έδρες Β: 6 έδρες Γ: 7 έδρες.
β) Α: 8 κορυφές Β: 10 κορυφές Γ: 12 κορυφές.
γ) Α: 10 ακμές Β: 15 ακμές Γ: 12 ακμές.

2. Δίνεται πρίσμα με βάση τετράγωνο πλευράς 10cm και ύψους 8cm.
α) Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειάς του είναι:
Α: 400 cm^2 Β: 320 cm^2 Γ: 800 cm^2.

β) Το ολικό εμβαδόν του είναι:
Α: 600 cm^2 Β: 520 cm^2 Γ: 800 cm^2.

3. Ένας κύλινδρος έχει διάμετρο βάσης 10cm και ύψος 8cm.
α) Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειάς του είναι:
Α: 40π cm^2 Β: 60π cm^2 Γ: 80π cm^2.

β) Το ολικό εμβαδόν του είναι:
Α: 100π cm^2 Β: 110π cm^2 Γ: 130π cm^2.

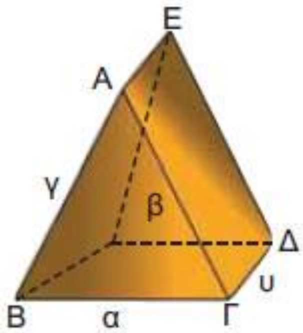
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗ

1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, όπου φαίνεται η περίμετρος της βάσης, το ύψος και το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας πρίσματος.

περίμετρος βάσης	8	7		5	
ύψος υ	5		6		10
Εμβαδόν Επ		70	24	14	5

2. Να βρείτε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας τριγωνικού πρίσματος του οποίου η βάση είναι τρίγωνο με πλευρές α = 3 dm, β = 5 dm, γ = 6 dm και το ύψος 0,8 cm.

3. :ω α, β, γ τα μήκη των πλευρών της βάσης ενός τριγωνικού πρίσματος, υ το ύψος υ και Επ το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας.



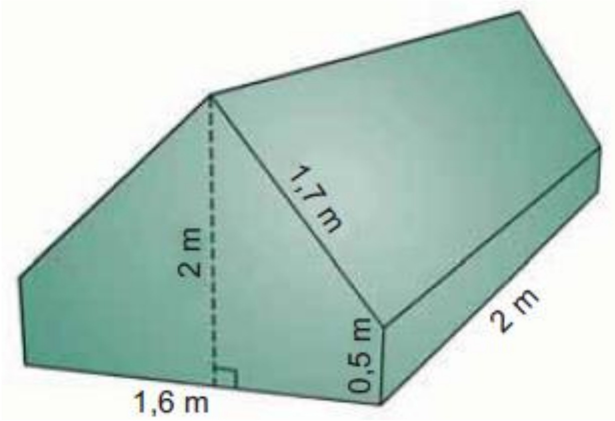
Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

α	2	3	2	3	
β	3	5	5		2
γ	4	2		5	2
υ	5		4	8	5
E_π		40	80	80	45

4. Θέλουμε να βάψουμε τους τοίχους ενός δωματίου που έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις: πλάτος 4 m, μήκος 5 m και ύψος 3 m. Πόσα κιλά χρώμα πρέπει να αγοράσουμε, αν είναι γνωστό ότι ένα κιλό χρώματος καλύπτει περίπου 9 m²;

5. Να υπολογίσετε το ολικό εμβαδόν πρίσματος με ύψος υ = 20 cm και βάσεις ισόπλευρα τρίγωνα πλευράς 4 cm.

6. Η σκηνή ενός κάμπινγκ είναι κατασκευασμένη από ύφασμα (μαζί με το δάπεδό της) και έχει διαστάσεις που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Πόσα τετραγωνικά μέτρα ύφασμα χρειάστηκαν για την κατασκευή της;



8. Να βρεθεί το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας και το ολικό εμβαδόν ενός κυλίνδρου, όταν:
α) Έχει ακτίνα βάσης 3 cm και ύψος 5 cm.
β) Έχει διάμετρο βάσης 4 cm και ύψος 6 cm.
γ) Έχει περίμετρο βάσης 15,7 cm και ύψος 32 cm.
δ) Έχει εμβαδόν βάσης 50,24 cm² και ύψος 2 dm.

9. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα που συνδέει την ακτίνα της βάσης και το ύψος ενός κυλίνδρου με το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας και το ολικό εμβαδόν του.

ακτίνα βάσης (cm)	3	2			1
ύψος κυλίνδρου (cm)	5		1		
εμβαδόν E_{π} (cm^2)		50,4	62,8	125,6	
ολικό εμβαδόν (cm^2)				753,6	62,8

10. Το κυλινδρικό κουτί μιας κονσέρβας έχει ύψος 12 cm και ακτίνα βάσης 3 cm. Το υλικό των βάσεων κοστίζει 0,5 € το τετραγωνικό μέτρο, ενώ το υλικό της παράπλευρης επιφάνειας κοστίζει 0,3 € το τετραγωνικό μέτρο. Πόσο θα κοστίζει το υλικό όταν πρόκειται να κατασκευάσουμε 1000

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

Να κυκλώσετε τη σωστή απάντηση σε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις.

1. Ένα πρίσμα με βάση πεντάγωνο έχει:

α) Α: 5 έδρες Β: 6 έδρες Γ: 7 έδρες.

β) Α: 8 κορυφές Β: 10 κορυφές Γ: 12 κορυφές.
γ) Α: 10 ακμές Β: 15 ακμές Γ: 12 ακμές.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Ένα πρίσμα με βάση πεντάγωνο έχει 7 έδρες ,δηλαδή **το Γ**

β) και γ) Επίσης έχει 10 κορυφές και 15 ακμές, **δηλαδή το Β** και στις δύο περιπτώσεις.

2. Δίνεται πρίσμα με βάση τετράγωνο πλευράς 10cm και ύψους 8cm.

α) Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του είναι:
Α: $400cm^2$ Β: $320cm^2$ Γ: $800cm^2$.

β) Το ολικό εμβαδόν του είναι:

Α: $600cm^2$ Β: $520cm^2$ Γ: 1λίτρο.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)=(4.10).8=40.8=320 cm^2 ,**δηλαδή το Β**

β) Εολ = Επ + 2 · Εβ=320+2.10^2=320+200=520 cm^2 , **δηλαδή το Β.**

3. Ένας κύλινδρος έχει διάμετρο βάσης 10cm και ύψος 8cm.

α) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του είναι:
Α: 40π cm^2 Β: 60π cm^2 Γ: 80π cm^2.

β) Το ολικό εμβαδόν του είναι:

Α: 100π cm^2 Β: 110π cm^2 Γ: 120π cm^2.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του είναι:

Επ = (περίμετρος βάσης) · (ύψος) ή Επ =2πρ · υ=2π.5.8=80π.**δηλαδή το Γ.**

β) Το ολικό εμβαδόν του είναι: Εολ = Επ + 2Εβ= 80π+2.π5^2=

=80π+50π=130π cm^2.

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα όπου φαίνεται η περίμετρος της βάσης, το ύψος και το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας ορθού πρίσματος.

περίμετρος βάσης	8	7	**4**	5	**0,5**
ύψος υ	5	**10**	6	2,8	10
Εμβαδόν Επ	**40**	70	24	14	5

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)=8.5=40

Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)$\rightarrow$70=7.υ$\rightarrow$υ=10.

Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)$\rightarrow$24=$Π_B$.6$\rightarrow$Πβ=4

Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)$\rightarrow$24=$Π_β$.6$\rightarrow$ $Π_β$=4. Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)$\rightarrow$14=5.υ$\rightarrow$υ=2,8.

Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)$\rightarrow$5=$Π_β$.10 $Π_β$=0,5

Χρησιμοποιήσαμε κατά κύριο λόγο τον τύπο:
Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)

ΑΣΚΗΣΗ 2

Να βρείτε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας τριγωνικού πρίσματος του οποίου η βάση είναι τρίγωνο με πλευρές α=3dm, β=5dm, γ=6dm και ύψος 0,8cm.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)=
=(30+50+60).0,8=112 cm^2

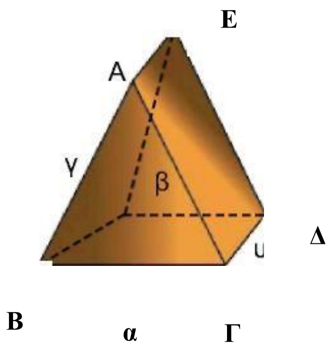
Αφού μετατρέψουμε τα dm σε cm.
Χρησιμοποιούμε τον τύπο:
Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)

ΑΣΚΗΣΗ 3

Έστω α, β, γ τα μήκη των πλευρών της βάσης ενός ορθού τριγωνικού πρίσματος,υ το ύψος του και Επ το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας.

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

α	2	3	2	3	**5**
β	3	5	5	**2**	2
γ	4	2	**13**	5	2
υ	5	**4**	4	8	5
$Ε_π$	**45**	40	80	80	45



Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)=(2+3+4).5=45.
Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)
40=(3+5+2).υ→10υ=40→υ=4
Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)
80=(2+5+γ).4→7+γ=20→γ=13.
Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)
80=(3+β+5).8→8+β=10→β=2.
Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)
45=(α+2+2).5→α+4=9→α=5.

Χρησιμοποιούμε τον τύπο: Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)
Και αντικαθιστώντας κάθε φορά τα δεδομένα επιλύουμε τις εξιςσώσεις που προκύπτουν.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Θέλουμε να βάψουμε τους τοίχους ενός δωματίου που έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις: πλάτος 4m, μήκος 5m και ύψος 3m. Πόσα κιλά χρώμα πρέπει να αγοράσουμε, αν είναι γνωστό ότι ένα κιλό χρώματος καλύπτει περίπου $9m^2$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Επ =(περίμετρος βάσης)· (ύψος)=
=(4+4+5+5).3=54 m^2.
Οπότε θα χρειαστούν $\frac{54}{9} = 6$ kg .

Χρησιμοποιούμε τον τύπο: Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)

ΑΣΚΗΣΗ 5

Να υπολογίσετε το ολικό εμβαδόν ορθού πρίσματος με ύψος υ = 20 cm και βάσεις ισόπλευρα τρίγωνα πλευράς 4 cm.

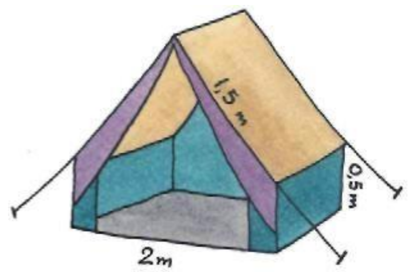
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Εολ = Επ + 2 · Εβ
Εολ==(περίμετρος βάσης)· (ύψος) + 2Εβ=
$= (4+4+4).20 + 2.\frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 240 + 8\sqrt{3} =$
$= 240 + 13{,}86 = 253{,}86 \text{ cm}^2$

Χρησιμοποιούμε τους τύπους ,
Εολ = Επ + 2 · Εβ
Και το εμβαδόν ισοπλεύρου τριγώ- νου πλευράς α.
$E = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{4}$

ΑΣΚΗΣΗ 6

Η σκηνή ενός κάμπινγκ είναι κατα- σκευασμένη από ύφασμα (μαζί με το δάπεδό της) και έχει διαστάσεις που φαίνονται στο σχήμα. Πόσα τετραγωνικά μέτρα ύφασμα χρειάστηκαν για την κατασκευή της;



ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$1,6 + 0,5 + 1,7 + 1,7 + 0,5 = 6\ m$

$E_\pi = (\text{περίμετρος βάσης}).(\text{ύψος}) = 6.2 = 12 m^2$

$E_\beta = 2.\left(\frac{(\beta + B).\upsilon}{2}\right) = 2.\left(\frac{(0,5 + 2).0,8}{2}\right) =$

$= 2\left(2,5.\frac{0,8}{2}\right) = 2\ m^2$

$E_{\text{ολ}} = E_\pi + 2E_\beta = 12 + 2.2 = 16\ m^2$

Παρατηρούμε ότι η σκηνή είναι πρί- σμα με βάσεις πεντάγωνα και βρί- σκουμε τη περίμετρο κάθε βάσης Το ύψος του πρίσματος είναι 2m
Βρίσκουμε το εμβαδόν της παράπλευ- ρης επιφάνειας με τον τύπο
Επ = (περίμετρος βάσης)· (ύψος)
Η βάση του πρίσματος χωρίζεται σε δύο τραπέζια και βρίσκουμε το εμβαδόν της.
Βρίσκουμε το ολικό εμβαδό με τον τύπο Εολ = Επ + 2 · Εβ

ΑΣΚΗΣΗ 7

Να βρεθεί το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας και το ολικό εμβαδόν ενός κυλίνδρου, όταν:

α) Έχει ακτίνα βάσης 3 cm και ύψος 5 cm.

β) Έχει διάμετρο βάσης 4 cm και ύψος 6 cm.

γ) Έχει περίμετρο βάσης 15,7 cm και ύψος 32 cm.

δ) Έχει εμβαδόν βάσης 50,24 cm^2 και ύψος 2 dm.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Επ =2πρ · υ=2π.3.5=30π cm^2.
Εολ =2πρ.υ+2πρ^2=30π+2π.3^2=48π cm^2.
β) Επ =2πρ · υ=2π.2.6=24π cm^2.
Εολ =2πρ.υ+2πρ^2=24π+2π.2^2=
=24π+8π=32π cm^2.
γ) Επ =2πρ · υ=15,7.32=502,4 cm^2.
Εολ=2πρ.υ+2πρ^2=502,4+2.3,14.2,5^2=
=502,4+39,25=541,65 cm^2.
δ) Επ =2πρ · υ=2π.4.20=160π cm^2.
Εολ=2πρ.υ+2πρ^2=160π+2.π.4^2=192πcm^2

α) Χρησιμοποιούμε τους τύπους ,
Επ =2πρ · υ, Εολ =2πρ.υ+2πρ^2.
β)Χρησιμοποιούμε τους τύπους ,Επ=2πρ· υ, Εολ =2πρ.υ+2πρ^2.
γ) Χρησιμοποιούμε τους τύπους ,Επ =2πρ · υ,
Εολ =2πρ.υ+2πρ^2. αλλά και για να βρούμε την ακτίνα ρ από την περίμετρο βάσης έχουμε 2πρ=15,7→6,28ρ=15,7→ρ=2,5 cm.
δ) Από το εμβαδόν της βάσης που είναι πρ^2=50,24→3,14ρ^2=50,24→ρ^2=16→ρ=4cm.
Χρησιμοποιούμε τους τύπους ,
Επ =2πρ · υ, Εολ =2πρ.υ+2πρ^2

ΑΣΚΗΣΗ 8

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα που συνδέει την ακτίνα της βάσης και το ύψος ενός κυλίνδρου με το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας και το ολικό εμβαδόν.

ακτίνα βάσης (cm)	3	2	**10**	**10**	1
ύψος κυλίνδρου (cm)	5	**4**	1	**2**	**9**
εμβαδόνE_π(cm^2)	**94,2**	50,4	62,8	125,6	**56,52**
Ολικό εμβαδόν(cm^2)	**150,72**	**75,52**	**690,8**	753,6	62,8

Επ =2πρ · υ=2π.3.5=94,2 cm^2

Εολ =2πρ.υ+2π$ρ^2$=30π+2π.3^2=150,72 cm^2.

$E_\pi = 2\pi\rho.\upsilon \rightarrow \upsilon = \frac{E_\pi}{2\pi\rho} = \frac{50,4}{2.3,14.2} \cong 4cm$

$E_{o\lambda} = E_\pi + 2E_\beta = 2\pi\rho.\upsilon + 2\pi\rho^2 =$

$= 50,4 + 2.3,14.2^2 = 50,4 + 25,12 = 75,52\ cm^2$

$E_\pi = 2\pi\rho.\upsilon \rightarrow \rho = \frac{E_\pi}{2\pi\upsilon} = \frac{62,8}{2.3,14.1} \cong 10cm$

$E_{o\lambda} = E_\pi + 2E_\beta = 2\pi\rho.\upsilon + 2\pi\rho^2 =$

$= 62,8 + 2.3,14.1^2 = 62,8 + 6,28 = 69,08\ cm^2$

$E_{o\lambda} = E_\pi + 2E_\beta = 2\pi\rho.\upsilon + 2\pi\rho^2$

$753,6 = 125,6 + 2.3,14.\rho^2$

$6,28\rho^2 = 628 \rightarrow \rho^2 = 100 \rightarrow \rho = 10\ cm$

$E_\pi = 2\pi\rho.\upsilon \rightarrow \upsilon = \frac{E_\pi}{2\pi\rho} = \frac{125,6}{2.3,14.10} \cong 2cm$

$E_{o\lambda} = E_\pi + 2E_\beta = 2\pi\rho.\upsilon + 2\pi\rho^2$

$62,8 = 2.3,14.1.\upsilon + 2.3,14.1^2 \rightarrow 62,8 = 6,28\upsilon + 6,28$

$6,28\upsilon = 62,8 - 6,28 \rightarrow \frac{6,28\upsilon}{} = \frac{56,52}{} \rightarrow \upsilon = 9\ cm$

$E_\pi = 2\pi\rho.\upsilon \rightarrow E_\pi = 2.3,14.1.9 = 56,52\ cm^2$

Στην πρώτη στήλη Χρησιμοποιούμε τους τύπους Επ =2πρ · υ, Εολ =2πρ.υ+2π$ρ^2$. Στην δεύτερη στήλη επιλύουμε πρώτα τον τύπο Επ =2πρ · υ ως προς υ για να το υπολογίσουμε και κατόπιν βρίσκουμε το Εολ.Στην τρίτη σήλη επιλύουμε πρώτα τον τύπο Επ =2πρ · υ ως προς ρ για να το υπολογίσουμε και κατόπιν βρίσκουμε το Εολ.Στην τέταρτη στήλη επιλύουμε πρώτα τον τύπο Εολ =2πρ.υ+2π$ρ^2$. ως προς ρ για να το υπολογίσουμε και κατόπιν επιλύοντας τον τύπο Επ =2πρ · υ ως προς υ και αντικαθιστώντας το ρ το υπολογίζουμε. Στην πέμπτη στήλη επιλύουμε πρώτα τον τύπο Εολ =2πρ.υ+2π$ρ^2$. ως προς υ για να το υπολογίσουμε και κατόπιν αντικαθιστώντας στον Επ =2πρ·υ το υ υπολογίζουμε το Επ.

ΑΣΚΗΣΗ 9

Το κυλινδρικό κουτί μιας κονσέρβας έχει ύψος 12 cm και ακτίνα βάσης 3 cm. Το υλικό των βάσεων κοστίζει 0,5 € το τετραγωνικό μέτρο, ενώ το υλικό της κυρτής επιφάνειας κοστίζει 0,3 € το τετραγωνικό μέτρο. Πόσο κοστίζει το υλικό για να κατασκευάσουμε 1000 κουτιά;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Επ =2πρ · υ=2.3,14.3= 226,08 cm^2.

E_β=2π$ρ^2$=2.3,14.3^2=56,52 cm^2 E_π=1000.226,08=226.080 cm^2

Το E_β(1000 κουτιά)=1000.56,52=56.520 cm^2 ή 5,652 m^2 Το συνολικό κόστος του υλικού θα είναι:0.3.22,608+0,5.5,6520= =6,7824+2,826=9,6084 ή 9,61 €

Χρησιμοποιούμε τους τύπους , Επ =2πρ · υ, Εολ=2πρ.υ+2π$ρ^2$.