

I. ΣΧΕΔΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

- Ο διδάσκων καθηγητής αναφέρει σύντομα τη βασική θεωρία που είναι
 - Κλάσμα
 - Δεκαδικός αριθμός.
 - Σύνθετο κλάσμα.
- Υπαγορεύει την Μ₁ στους μαθητές κάνει το 1^ο παράδειγμα στον πίνακα
- Υπαγορεύει το προτεινόμενο Δ1 θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
- Υπαγορεύει την Μ₂ στους μαθητές κάνει το 2^ο παράδειγμα στον πίνακα
- Υπαγορεύει το προτεινόμενο Δ2 θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους.
- Ο διδασκόμενος μαθητής επιβλέπεται από τον καθηγητή και αναπτύσσει στο τετράδιο του τις ερωτήσεις κατανόησης 3, 4 και σχολιάζει τα αποτελέσματα των μαθητών. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
- Γίνεται σύντομη ανακεφαλαίωση του αντικειμένου από τον διδάσκοντα καθηγητή
- Δίνονται στον μαθητή για το σπίτι
 - οι υπόλοιπες ερωτήσεις κατανόησης,
 - τα θέματα: Δ3, Δ4 και Δ5

II. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

A. Βασική Θεωρία (επιγραμματικά)-Παρατηρήσεις-Σχόλια

E₁: Τι λέγεται μερισμός του αριθμού μ σε μέρη ανάλογα προς τους αριθμούς α,β,γ ;

A₁: Μερισμός του αριθμού μ σε μέρη ανάλογα προς τους αριθμούς α, β, γ λέγεται λέγεται το μοίρασμα του μ σε τρεις αριθμούς χ, ψ, ω έτσι ώστε να είναι ανάλογοι προς τους α, β, γ και το άθροισμά τους να δίνει μ, δηλαδή

$$\frac{\chi}{\alpha} = \frac{\psi}{\beta} = \frac{\omega}{\gamma} \text{ και } \chi + \psi + \omega = \mu.$$

E₂: Ποια βασική ιδιότητα αναλογιών ισχύει στο μερισμό;

A₂: Ισχύει η ιδιότητα $\frac{\chi}{\alpha} = \frac{\psi}{\beta} = \frac{\omega}{\gamma} = \frac{\chi + \psi + \omega}{\alpha + \beta + \gamma}$.

Παρατήρηση:

Στα προβλήματα μερισμού μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε βοηθητικό άγνωστο δηλαδή κάθε λόγος ίσος με λ.

B. Ερωτήσεις κατανόησης τύπου: Σωστού-Λάθους, πολλαπλής επιλογής, αντιστοιχίσης, διάταξης και συμπλήρωσης.

1. Απαντήστε με Σ – Λ στις παρακάτω ερωτήσεις:

Τα ποσά είναι ανάλογα.

- Ο μερισμός δίνει πάντοτε αναλογία. Σ – Λ
- Σε μερισμό κάθε κλάσμα είναι διαφορετικό από κάθε άλλο. Σ – Λ

2. Βάλτε σε κύκλο τη σωστή απάντηση

α) Ο μερισμός σε αναλογία 1:4 του αριθμού 1000 είναι

A. 250 και 750 B. 750 και 250 Γ. 100 και 400

Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

β) Ο μερισμός του 700 σε τρία άτομα που ο καθένας παίρνει τα μισά του προηγούμενου του είναι

A.200,300,200 B.200,400,100 Γ. 400, 200, 100

Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

3. Να αντιστοιχίσετε τις δύο στήλες:

| Στήλη Α | Στήλη Β |
|--|-------------------|
| A. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}, x+y+z=90$ | 1. x=40,y=20,z=30 |
| B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}, x+y+z=80$ | 2. x=20,y=40,z=20 |
| Γ. $\frac{x}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}, x+y+z=90$ | 3. x=20,y=30,z=40 |

4. Διατάξτε από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο τους

αριθμούς: $\frac{50}{2}, \frac{30}{3}, \frac{20}{1}$

Γ. Αναπτυγμένα παραδείγματα για εμπέδωση με αντίστοιχους αλγόριθμους(μεθοδολογίες)

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

M₁: Για να εξετάσουμε αν το ποσό μ χωρίζεται στους αριθμούς α, β, γ ανάλογους προς τους χ, ψ, ω αρκεί να δείξουμε ότι

$$\frac{\chi}{\alpha} = \frac{\psi}{\beta} = \frac{\omega}{\gamma} \text{ και } \chi + \psi + \omega = \mu .$$

M₂: Για να γίνει ο μερισμός σε μέρη ανάλογα

1^{ος} τρόπος

Παίρνουμε την ιδιότητα $\frac{\chi}{\alpha} = \frac{\psi}{\beta} = \frac{\omega}{\gamma} = \frac{\chi + \psi + \omega}{\alpha + \beta + \gamma}$

αντικαθιστώ το $\chi + \psi + \omega$ με το αριθμό που γίνεται ο μερισμός και το αποτέλεσμα λ που βρίσκω το εξισώνω με τους λόγους της αναλογίας. Επιλύουμε ως προς χ, ψ, ω .

2^{ος} τρόπος

Θέτων λ τους λόγους $\frac{\chi}{\alpha} = \frac{\psi}{\beta} = \frac{\omega}{\gamma}$ δηλαδή

$$\frac{\chi}{\alpha} = \frac{\psi}{\beta} = \frac{\omega}{\gamma} = \lambda \text{ και από τις ισότητες } \frac{\chi}{\alpha} = \lambda, \frac{\psi}{\beta} = \lambda \text{ και}$$

$\frac{\omega}{\gamma} = \lambda$ (1), επιλύουμε ως προς χ, ψ, ω . Αντικαθιστούμε στην

ισότητα $\chi + \psi + \omega = \mu$ και βρίσκουμε το λ , το οποίο το αντικαθιστώ στις σχέσεις (1) για τον υπολογισμό των χ, ψ, ω .

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 1ο

Να εξετάσετε αν το ποσό των € 1680 χωριζόμενο σε μέρη ανάλογα σε παιδιά ηλικίας 3, 5 και 6 ετών είναι 360, 600 και 720.

Επίλυση

$$\text{Είναι } \frac{360}{3} = \frac{600}{5} = \frac{720}{6} = 120 \text{ και } 360+600+720 = 1680$$

Παράδειγμα 2ο

Να βρεθούν οι διαστάσεις του ορθογωνίου που είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 4 και 9 και η περίμετρος είναι 78cm.

Επίλυση

Έστω α, β οι διαστάσεις του ορθογωνίου οπότε

$$P = 2\alpha + 2\beta = 78 \text{ δηλαδή } \alpha + \beta = 39.$$

$$\text{Είναι } \frac{\alpha}{4} = \frac{\beta}{9} = \frac{\alpha + \beta}{4 + 9} = \frac{39}{13} = 3 \text{ οπότε } \frac{\alpha}{4} = 3, \frac{\beta}{9} = 3$$

Δηλαδή $\alpha = 12\text{cm}$ και $\beta = 27\text{cm}$.

Παράδειγμα 3ο

Για την κατασκευή ενός δρόμου συμμετέχουν 3 δήμοι που έχουν αντίστοιχα 5, 7 και 8 χιλιάδες πληθυσμό. Το έργο είναι προϋπολογισμού € 60.000. Να βρεθούν τα χρήματα που πλήρωσε ο κάθε Δήμος.

Επίλυση

Αν α, β, γ τα ποσά που πλήρωσαν οι τρεις Δήμοι τότε

$$\frac{\alpha}{5} = \frac{\beta}{7} = \frac{\gamma}{8} = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{5 + 7 + 8} = \frac{60.000}{20} = 3.000 \text{ οπότε}$$

$$\frac{\alpha}{5} = 3.000, \frac{\beta}{7} = 3.000, \frac{\gamma}{8} = 3.000 \text{ δηλαδή}$$

$\alpha = 15000, \beta = 21000$ και $\gamma = 24000$

Δ. Προτεινόμενα θέματα για ανάπτυξη για τους διδασκόμενους

Δ1. Να εξετάσετε αν το ποσό των € 280 χωριζόμενο σε μέρη ανάλογα σε παιδιά ηλικίας 2, 4 και 8 ετών είναι 40, 80 και 160.

Δ2. Να βρεθούν οι διαστάσεις του ορθογωνίου που είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 5 και 7 και η περίμετρος είναι 120cm.

Δ3. Να βρεθεί ο όγκος του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου του οποίου οι διαστάσεις είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 2,3,4 και το συνολικό μήκος όλων των ακμών του είναι 72cm.

Δ4. Αν $\frac{\chi}{3} = \frac{\psi}{4} = \frac{\omega}{5} = \lambda$, όπου λ φυσικός αριθμός και $\chi + \psi + \omega < 20$, να βρεθούν οι αριθμοί χ, ψ, ω ($\lambda \neq 0$).

Δ5. Να χωριστεί ο αριθμός 840 σε μέρη ανάλογα προς τους αριθμούς 6, 10, 12.

Δ6. Αν οι φυσικοί αριθμοί χ, ψ, z είναι ανάλογοι προς τους φυσικούς αριθμούς ψ, z, ω , οι αριθμοί χ, z έχουν γινόμενο 144 και οι ψ, ω έχουν γινόμενο 324, να βρεθούν οι αριθμοί χ, ψ, z, ω .

Δ7. Οι διαστάσεις χ, ψ ενός ορθογωνίου είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 2 και 3, ενώ το εμβαδόν του είναι 150 cm^2 .

α) Να βρεθούν οι διαστάσεις του a και β .
β) Να βρεθεί η περίμετρος του ορθογωνίου.