

I. ΣΧΕΔΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

1. Ο διδάσκων καθηγητής αναφέρει σύντομα τη βασική θεωρία που είναι
 - i. Γωνίες εντός εναλλάξ.
 - ii. Γωνίες εντός εκτός και επί τα΄αυτά
 - iii. Γωνίες εντός και επί τα΄αυτά .
2. Υπαγορεύει την Μ₁ στους μαθητές κάνει το 1^ο παράδειγμα στον πίνακα
3. Υπαγορεύει το προτεινόμενο Δ1 θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
4. Υπαγορεύει την Μ₂ στους μαθητές κάνει το 2^ο παράδειγμα στον πίνακα
5. Υπαγορεύει το προτεινόμενο Δ3 θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
6. Υπαγορεύει την Μ₃ στους μαθητές κάνει το 3^ο παράδειγμα στον πίνακα
7. Ο διδασκόμενος μαθητής επιβλέπεται από τον καθηγητή και αναπτύσσει στο τετράδιο του τις ερωτήσεις κατανόησης 3 , 4 και σχολιάζει τα αποτελέσματα των μαθητών.
8. Γίνεται σύντομη ανακεφαλαίωση του αντικειμένου από τον διδάσκοντα καθηγητή
9. Δίνονται στον μαθητή για το σπίτι
 - α) οι υπόλοιπες ερωτήσεις κατανόησης,
 - β) τα θέματα: Δ2, Δ4 και Δ5

II. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

A. Βασική Θεωρία (επιγραμματικά)-Παρατηρήσεις-Σχόλια

- E₁: Τι λέγονται γωνίες εντός ;
A₁: Λέγονται οι δύο γωνίες που βρίσκονται μεταξύ των παραλλήλων.
E₂: Τι λέγονται γωνίες εκτός ;
A₂: Λέγονται οι δύο γωνίες που βρίσκονται έξω από τις παράλληλες.
E₂: Τι λέγονται γωνίες εντός , εκτός ;
A₂: Λέγονται οι δύο γωνίες που βρίσκονται η μια μεταξύ των παραλλήλων και η άλλη έξω από τις παράλληλες.
E₂: Τι λέγονται γωνίες επί τα αυτά ;
A₂: Λέγονται οι γωνίες που βρίσκονται από το ίδιο μέρος της τέμνουσας ευθείας.
E₂: Τι λέγονται γωνίες εναλλάξ ;
A₂: Λέγονται οι γωνίες που βρίσκονται εκατέρωθεν της τέμνουσας ευθείας.
E₃: Τι λέγονται γωνίες εντός εναλλάξ;
A₃: Λέγονται οι γωνίες που βρίσκονται εκατέρωθεν της τέμνουσας ευθείας και μεταξύ των παραλλήλων.
E₄: Τι λέγονται γωνίες εντός εκτός και επί τα΄αυτά;
A₄: Λέγονται οι δύο γωνίες που βρίσκονται η μια μεταξύ των παραλλήλων και η άλλη έξω από τις παράλληλες και είναι από το ίδιο μέρος της τέμνουσας ευθείας.
E₅: Τι λέγονται γωνίες εντός και επί τα΄αυτά;
A₅: Λέγονται οι δύο γωνίες που βρίσκονται μεταξύ των παραλλήλων και από το ίδιο μέρος της τέμνουσας ευθείας.

Παρατηρήσεις:

- 1^η Όταν δύο παράλληλες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία, τότε οι εντός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες.
- 2^η Όταν δύο παράλληλες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία, τότε οι εντός , εκτός και επί τα αυτά γωνίες είναι ίσες.
- 3^η Όταν δύο παράλληλες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία, τότε οι εντός και επί τα αυτά γωνίες είναι παραπληρωματικές..

Σχόλιο: 1^ο: Όταν δύο ευθείες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία και οι εντός εναλλάξ γωνίες που σχηματίζονται είναι ίσες τότε οι ευθείες είναι παράλληλες.

2^ο: Όταν δύο ευθείες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία και οι εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες που σχηματίζονται είναι ίσες τότε οι ευθείες είναι παράλληλες.

3^ο : Όταν δύο ευθείες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία και οι εντός και επί τα αυτά γωνίες που σχηματίζονται είναι παραπληρωματικές τότε οι ευθείες είναι παράλληλες.

B. Ερωτήσεις κατανόησης τύπου: Σωστού-Λάθους, πολλαπλής επιλογής, αντιστοίχισης, διάταξης και συμπλήρωσης.

1. Απαντήστε με Σ – Λ στις παρακάτω ερωτήσεις:

- α) Οι εντός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες. Σ – Λ
- β) Οι εντός και επί τα αυτά γωνίες είναι ίσες. Σ – Λ
- γ) Οι εντός , εκτός και επί τα αυτά γωνίες είναι παραπληρωματικές. Σ – Λ

2. Βάλτε σε κύκλο τη σωστή απάντηση

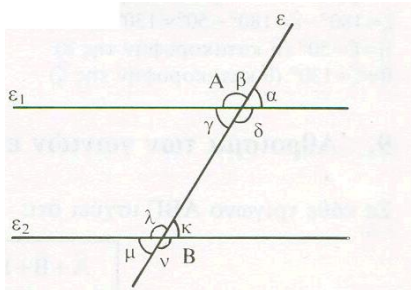
- α) Δυο ευθείες παράλληλες τεμνόμενες από τρίτη σχηματίζουν εντός εναλλάξ γωνίες που είναι
Α. 4ζεύγη Β. 6 ζεύγη Γ. 8 ζεύγη
Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

- β) Δυο ευθείες παράλληλες τεμνόμενες από τρίτη σχηματίζουν εντός και επί τα αυτά γωνίες που είναι
Α. 4ζεύγη Β. 6 ζεύγη Γ. 8 ζεύγη
Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

Γ. Αναπτυγμένα παραδείγματα για εμπέδωση με αντίστοιχους αλγόριθμους(μεθοδολογίες)

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

M₁: Για να δείξουμε την θέση των ζευγαριών των σχηματιζόμενων γωνιών από δύο παράλληλες τεμνόμενες από μια τρίτη διακρίνουμε τις περιπτώσεις:



1^η περίπτωση:

Τα ζεύγη (κ, γ), (λ, δ) είναι εντός εναλλάξ και είναι ίσες .

2^η περίπτωση:

Τα ζεύγη (κ, α), (λ, β), (γ, μ), (δ, ν) είναι εντός εκτός και επί τα αυτά και είναι ίσες.

3^η περίπτωση:

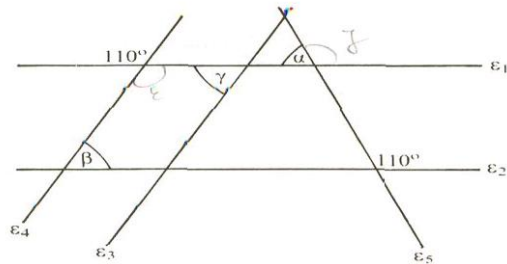
Τα ζεύγη (κ, δ), (λ, γ) είναι εντός και επί τα αυτά και είναι παραπληρωματικές.

M₂: Για να δείξουμε ότι δύο γωνίες εντός και επί τα αυτά μέρη είναι παραπληρωματικές αρκεί να δείξουμε ότι το άθροισμα των μέτρων των γωνιών τους είναι 180°.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 1ο

Να υπολογιστούν οι γωνίες α,β,γ,ε και ζ.



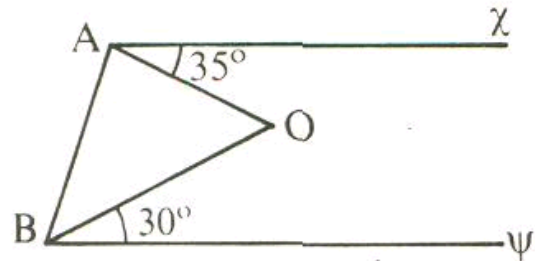
Επίλυση

Είναι ζ = 110° οπότε α = 70°

Είναι ε = 110° οπότε β = 70° και γ = 70°

Παράδειγμα 2ο

Να υπολογιστεί η γωνία ΑΟΒ.



Επίλυση

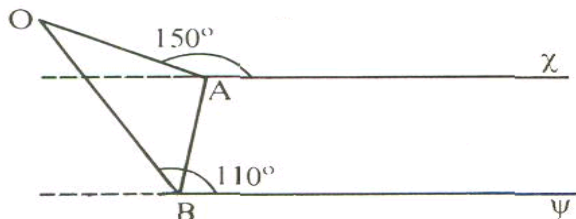
Είναι $\chi AB + AB\psi = 180$ και $BAO + ABO + AOB = 180$ οπότε
 $\chi AO + OAB + ABO + OB\psi = BAO + ABO + AOB$
 Δηλαδή $AOB = \chi AO + OB\psi$ οπότε $AOB = 35 + 30 = 65$.

Δ. Προτεινόμενα θέματα για ανάπτυξη για τους διδασκόμενους

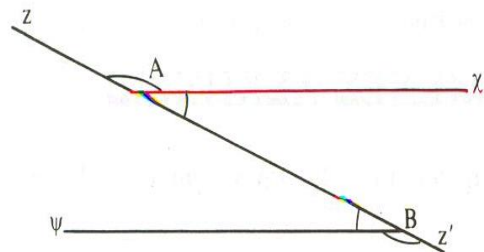
Δ1. Δύο ευθείες ε₁ και ε₂ τέμνονται από τρίτη ευθεία ε..

- α) Να βρείτε τα ζεύγη των εντός εναλλάξ γωνιών
- β) Να βρείτε τα ζεύγη των εντός και επί τα αυτά γωνιών
- γ) Να βρείτε τα ζεύγη των εντός εκτός και επί τα αυτά γωνιών
- δ) Αν μια απ' τις σχηματιζόμενες γωνίες είναι 41°, να υπολογιστούν οι άλλες γωνίες.

Δ2. Να υπολογιστεί η γωνία ΑΟΒ



Δ3. Αν $\chi A\chi = 30^\circ$ να υπολογιστούν οι υπόλοιπες γωνίες του σχήματος:



Δ4. Αν $\epsilon_1 // \epsilon_2$, $\epsilon_3 // \epsilon_4$ και μια γωνία από τις σχηματιζόμενες είναι 80°, να υπολογιστούν οι άλλες γωνίες.