



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Υπουργείο Παιδείας,

Έρευνας και Θρησκευμάτων



ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ

ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1^ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΒΟΛΟΥ

5^ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Το

15^ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

- | | | |
|---|---|---|
| 1. * Δύο κανονικά οκτάγωνα είναι όμοια. | Σ | Λ |
| 2. * Δύο κανονικά πολύγωνα με τον ίδιο αριθμό πλευρών είναι όμοια. | Σ | Λ |
| 3. * Ένα κυρτό πολύγωνο που έχει όλες του τις γωνίες ίσες είναι κανονικό. | Σ | Λ |
| 4. * Ένα κυρτό πολύγωνο που έχει όλες του τις πλευρές ίσες είναι κανονικό. | Σ | Λ |
| 5. * Η γωνία ενός κανονικού ν-γώνου και η κεντρική του γωνία είναι συμπληρωματικές. | Σ | Λ |
| 6. * Η γωνία ενός κανονικού ν-γώνου και η κεντρική του γωνία είναι ίσες μεταξύ τους. | Σ | Λ |
| 7. * Δύο κυκλικοί τομείς του ίδιου κύκλου ή ίσων κύκλων που αντιστοιχούν σε ίσα τόξα, έχουν ίσα εμβαδά. | Σ | Λ |
| 8. * Το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου είναι αντιστρόφως ανάλογο της ακτίνας του. | Σ | Λ |
| 9. * Ο λόγος των μηκών δύο κύκλων είναι ίσος με το λόγο των ακτίνων τους. | Σ | Λ |
| 10. * Ο λόγος των εμβαδών δύο κύκλων είναι ίσος με το λόγο των ακτίνων τους. | Σ | Λ |
| 11. * Αν $\hat{\varphi}_v$ είναι μία από τις ίσες γωνίες ενός κανονικού ν-γώνου, τότε $\hat{\varphi}_v = 360^\circ - \frac{180^\circ}{v}$. | Σ | Λ |
| 12. * Η κεντρική γωνία ενός κανονικού ν-γώνου δίνεται από τον τύπο $\hat{\omega}_v = \frac{360^\circ}{v}$. | Σ | Λ |
| 13. * Ακτίνα ενός κανονικού πολυγώνου λέγεται κάθε ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου του. | Σ | Λ |
| 14. * Ο περιγεγραμμένος και εγγεγραμμένος κύκλος κάθε κανονικού πολυγώνου είναι ομόκεντροι κύκλοι. | Σ | Λ |

- | | | |
|--|---|---|
| 15. * Η πλευρά ενός τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο, ισούται με την ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου. | Σ | Λ |
| 16. * Το απόστημα ενός κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ισούται με την πλευρά του εξαγώνου. | Σ | Λ |
| 17. * Το απόστημα ενός ισοπλεύρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ισούται με το μισό της ακτίνας του περιγε-γραμμένου κύκλου. | Σ | Λ |
| 18. * Η κεντρική γωνία ενός κανονικού πολυγώνου είναι ίση με τη γωνία που σχηματίζουν τα αποστήματα δύο διαδοχικών πλευρών του. | Σ | Λ |
| 19. * Η γωνία ενός κανονικού πολυγώνου και η κεντρική του γωνία είναι παραπληρωματικές. | Σ | Λ |
| 20. * Δύο πολύγωνα με τον ίδιο αριθμό πλευρών είναι όμοια. | Σ | Λ |
| 21. * Σε δύο όμοια κανονικά πολύγωνα, ο λόγος ομοιότητάς τους ισούται με το τετράγωνο του λόγου των ακτίνων τους. | Σ | Λ |
| 22. * Ένα περιγεγραμμένο σε κύκλο πολύγωνο με όλες τις πλευρές ίσες είναι κανονικό. | Σ | Λ |
| 23. * Δύο κυκλικοί τομείς του ίδιου κύκλου έχουν ίσα εμβαδά. | Σ | Λ |
| 24. * Ο τύπος $4a_n^2 = 4R^2 - \lambda_n^2$ συνδέει την πλευρά λ_n , το απόστημα a_n και την ακτίνα R του περιγεγραμμένου κύκλου κανονικού n -γώνου. | Σ | Λ |
| 25. * Ο λόγος του μήκους κύκλου προς το μήκος της διαμέτρου του ισούται με π . | Σ | Λ |
| 26. * Το μήκος κύκλου ακτίνας 1 είναι π . | Σ | Λ |

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Εάν το απόστημα κανονικού πολυγώνου, εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R , είναι $\frac{R\sqrt{2}}{2}$, η πλευρά του είναι
 Α. $R^2\sqrt{2}$ Β. $R\sqrt{2}$ Γ. $2R$ Δ. $2R^2$ Ε. \sqrt{R}
2. * Εάν η πλευρά κανονικού πολυγώνου, εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R , είναι $R\sqrt{3}$, το απόστημά του είναι
 Α. R Β. $\frac{R}{3}$ Γ. $\frac{R}{2}$ Δ. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ Ε. $3R$
3. * Εάν το απόστημα κανονικού πολυγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R , είναι $\frac{R\sqrt{3}}{2}$, η πλευρά του είναι
 Α. $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ Β. $2R$ Γ. $R\sqrt{2}$ Δ. R Ε. $\frac{R}{2}$
4. * Η σχέση, που συνδέει τα στοιχεία α_n και λ_n (αποστήματος και πλευράς) κανονικού n -γώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R είναι
 Α. $\frac{\alpha_n^2}{2} + \lambda_n^2 = R^2$ Β. $\alpha_n^2 + \frac{\lambda_n^2}{2} = \frac{R^2}{2}$
 Γ. $\alpha_n^2 + \frac{\lambda_n^2}{4} = R^2$ Δ. $\alpha_n^2 + \lambda_n^2 = R^2$
 Ε. $\alpha_n^2 + \lambda_n^2 = \frac{R^2}{4}$
5. * Το κανονικό πολύγωνο, που η εξωτερική του γωνία είναι ορθή, είναι
 Α. ισόπλευρο τρίγωνο Β. τετράγωνο
 Γ. κανονικό πεντάγωνο Δ. κανονικό εξάγωνο
 Ε. κανονικό δεκάγωνο
6. * Το κανονικό πολύγωνο, που η εξωτερική του γωνία είναι αμβλεία, είναι
 Α. ισόπλευρο τρίγωνο Β. τετράγωνο
 Γ. πεντάγωνο Δ. εξάγωνο Ε. οκτάγωνο
7. * Εάν η κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R , είναι 60° , τότε η πλευρά του (συναρτήσει του R) είναι

A. $\frac{R}{2}$ B. $R\sqrt{3}$ Γ. $2R$ Δ. $R\sqrt{2}$ E. R

8. * Αν $\hat{\phi}_v$ είναι μία από τις ίσες γωνίες ενός κανονικού ν-γώνου τότε $\hat{\phi}_v$ ισούται με

A. $180^\circ + \frac{360^\circ}{v}$ B. $180^\circ - \frac{360^\circ}{v}$ Γ. $360^\circ - \frac{180^\circ}{v}$
 Δ. $360^\circ + \frac{180^\circ}{v}$ E. $\frac{360^\circ}{v}$

9. * Αν P_v η περίμετρος ενός κανονικού ν-γώνου, τότε το εμβαδό του E_v είναι

A. $\frac{1}{2} \lambda_v \cdot \alpha_v$ B. $\frac{1}{2} P_v \cdot \alpha_v$ Γ. $\frac{1}{2} P_v \cdot \lambda_v$
 Δ. $\frac{1}{2} P_v \cdot \lambda_v^2$ E. $\frac{1}{2} v P_v \cdot \lambda_v$

10. * Η πλευρά λ_6 κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R είναι

A. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ B. $R\sqrt{2}$ Γ. R Δ. $\frac{R}{2}$ E. $\frac{R}{3}$

11. * Η πλευρά λ_4 τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R είναι

A. $\frac{1}{2} R\sqrt{2}$ B. R Γ. $R\sqrt{2}$ Δ. $R^2\sqrt{2}$ E. $\frac{1}{3} R\sqrt{2}$

12. * Η πλευρά λ_3 ισοπλεύρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R είναι

A. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ B. R Γ. $R\sqrt{3}$ Δ. $\frac{1}{2} R$ E. $\frac{R\sqrt{3}}{3}$

13. * Το κανονικό πολύγωνο του οποίου η πλευρά λ_n ισούται με την ακτίνα R του περιγεγραμμένου κύκλου είναι

A. τρίγωνο B. τετράγωνο Γ. πεντάγωνο
 Δ. εξάγωνο E. δεκάγωνο

14. * Το κανονικό πολύγωνο του οποίου το απόστημα α_n ισούται με το μισό της πλευράς λ_n είναι:

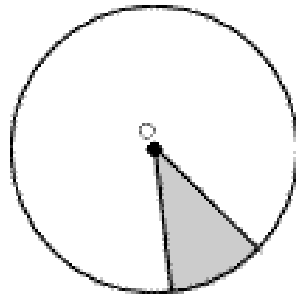
A. τρίγωνο B. τετράγωνο Γ. πεντάγωνο
 Δ. εξάγωνο E. δεκάγωνο

15. * Το μήκος S τόξου μ μοιρών που ανήκει σε κύκλο ακτίνας R είναι

A. $\frac{2\pi R\mu}{180}$ B. $\frac{\pi R^2 \mu}{180}$ Γ. $\frac{\pi R\mu}{360}$ Δ. $\frac{\pi R\mu}{180}$ E. $\frac{\pi R^2 \mu}{360}$

16. * Το εμβαδό E κυκλικού δίσκου $(0, R)$ είναι
 Α. $2\pi R$ Β. πR^2 Γ. $\pi^2 R$ Δ. $2\pi^2 R$ Ε. 2π
17. * Η κεντρική γωνία κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο είναι
 Α. 30° Β. 45° Γ. 60° Δ. 90° Ε. 120°
18. * Η κεντρική γωνία ισοπλεύρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο είναι
 Α. 30° Β. 45° Γ. 60° Δ. 90° Ε. 120°
19. * Η γωνία κανονικού πενταγώνου είναι
 Α. 30° Β. 45° Γ. 60° Δ. 108° Ε. 120°
20. * Η γωνία κανονικού δεκαγώνου είναι
 Α. 30° Β. 45° Γ. 120° Δ. 144° Ε. 150°
21. * Το κανονικό πολύγωνο με γωνία 108° είναι
 Α. τετράγωνο Β. πεντάγωνο Γ. εξάγωνο
 Δ. οκτάγωνο Ε. δεκάγωνο
22. * Το κανονικό πολύγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R με κεντρική γωνία 24° είναι
 Α. εξάγωνο Β. οκτάγωνο Γ. δεκάγωνο
 Δ. δωδεκάγωνο Ε. 15γωνο
23. * Το απόστημα a_3 ισοπλεύρου τριγώνου, εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R είναι
 Α. $\frac{1}{2} R\sqrt{3}$ Β. $\frac{R\sqrt{3}}{3}$ Γ. $\frac{1}{2} R$ Δ. $R\sqrt{3}$ Ε. $\frac{R\sqrt{3}}{4}$
24. * Το απόστημα a_4 τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R είναι
 Α. $R\sqrt{2}$ Β. $\frac{1}{2} R\sqrt{2}$ Γ. $\frac{1}{3} R\sqrt{2}$ Δ. $\frac{1}{4} R\sqrt{2}$ Ε. $R\sqrt{3}$
25. * Το εμβαδόν E_μ ενός κυκλικού τομέα μ μοιρών είναι
 Α. $\frac{\pi R\mu}{360}$ Β. $\frac{\pi R^2 \mu}{360}$ Γ. $\frac{\pi R^2 \mu}{180}$ Δ. $\frac{\pi R\mu}{180}$ Ε. $\frac{\pi R\mu^2}{360}$
26. * Το γραμμοσκιασμένο τμήμα του σχήματος είναι

- Α. ημικόκλιο
- Β. μηνίσκος,
- Γ. τεταρτοκύκλιο
- Δ. κυκλικός τομέας
- Ε. κυκλικό τμήμα



27. * Το μήκος κύκλου ακτίνας R είναι

- Α. πR Β. πR^2 Γ. $2\pi R$ Δ. $\frac{\pi R^2}{2}$ Ε. $2\pi R^2$

28. * Δύο πολύγωνα είναι όμοια όταν

- Α. έχουν το ίδιο αριθμό πλευρών
- Β. είναι εγγεγραμμένα στον ίδιο κύκλο
- Γ. είναι κανονικά και έχουν τον ίδιο αριθμό πλευρών
- Δ. είναι περιγεγραμμένα σε ομόκεντρους κύκλους
- Ε. έχουν τον ίδιο αριθμό γωνιών

29. * Ένα πολύγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο

- Α. είναι κανονικό.
- Β. είναι όχι απαραίτητα κανονικό.
- Γ. έχει όλες τις πλευρές του ίσες.
- Δ. έχει όλες τις κεντρικές γωνίες του ίσες.
- Ε. έχει όλες τις γωνίες του ίσες.

30. * Αν ένα κανονικό πολύγωνο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο $(0, R)$ και το απόστημά του a_n

ισούται με το $\frac{R}{2}$, τότε το πολύγωνο είναι

- Α. τρίγωνο Β. τετράγωνο Γ. εξάγωνο
 Δ. οκτάγωνο Ε. δεκάγωνο

31. * Ένα πολύγωνο το οποίο είναι εγγεγραμμένο και ταυτόχρονα περιγεγραμμένο σε δύο ομόκεντρους κύκλους είναι

- Α. ισοσκελές τρίγωνο.
- Β. ισοσκελές τραπέζιο.
- Γ. τυχόν τετράπλευρο.
- Δ. κανονικό.
- Ε. κανένα από τα παραπάνω.

32. * Σε ένα κανονικό πολύγωνο με άρτιο (2μ) πλήθος πλευρών η κεντρική του γωνία ω είναι

- Α. $\frac{360^\circ}{2}$ Β. $\frac{360^\circ}{\mu + 2}$ Γ. $\frac{360^\circ}{2\mu + 2}$
 Δ. $\frac{180^\circ}{\mu}$ Ε. κανένα από τα παραπάνω.

33. * Κάθε κανονικό πολύγωνο που μπορεί να χωριστεί σε διαδοχικά ισόπλευρα και ίσα τρίγωνα με κοινή κορυφή το κέντρο του πολυγώνου είναι

- Α. τετράγωνο Β. πεντάγωνο Γ. εξάγωνο
 Δ. δεκάγωνο Ε. κανένα από τα παραπάνω

Ερωτήσεις συμπλήρωσης

- * Εάν το απόστημα a_n κανονικού πολυγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο, ακτίνας R ισούται με $\frac{R}{2}$, η πλευρά l_n ισούται με και το πλήθος των πλευρών του πολυγώνου είναι....
- * Εάν το απόστημα a_n κανονικού πολυγώνου, εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R ισούται με $\frac{R\sqrt{3}}{2}$, η πλευρά του l_n ισούται μεκαι το πλήθος των πλευρών του πολυγώνου είναι....
- * Εάν το απόστημα a_n κανονικού πολυγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R ισούται με $\frac{R\sqrt{2}}{2}$, η πλευρά του l_n ισούται με..... και το πλήθος των πλευρών του πολυγώνου είναι....
- * Εάν η πλευρά l_n κανονικού πολυγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R ισούται με R το απόστημά του a_n ισούται με..... και το πλήθος των πλευρών του πολυγώνου είναι....
- * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Κανονικό πολύγωνο	Κεντρική γωνία (ω_n) σε μοίρες	Γωνία πολυγώνου (φ_n) σε μοίρες
τρίγωνο		
τετράγωνο		
οκτάγωνο		

δεκάγωνο		
εικοσάγωνο		

6. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Κεντρική γωνία (ω_n) κανονικού πολυγώνου σε μοίρες	Πλήθος πλευρών (n) κανονικού πολυγώνου
6	
10	
15	
72	

7. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

n : πλήθος πλευρών κανονικού πολυγώνου	l_n : πλευρά κανονικού n -γώνου	a_n : απόστημα κανονικού n -γώνου	E_n : εμβαδόν κανονικού n -γώνου
3			
4			
6			

8. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Γωνία (ϕ_n) κανονικού πολυγώνου σε μοίρες	Είδος κανονικού πολυγώνου
60	
108	
135	
150	

9. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

n : πλήθος πλευρών κανονικού πολυγώνου	a_n : απόστημα κανονικού πολυγώνου	l_n : πλευρά κανονικού πολυγώνου	E_n : εμβαδόν κανονικού πολυγώνου
$n = 3$	5cm		
$n = 4$			144cm ²
$n = 6$		10cm	

10. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Ακτίνα R κύκλου	Μήκος L κύκλου	Εμβαδόν E κύκλου
	30π	
	20πα	
$2a\sqrt{3}$		
		15πα ²
		7π
$\frac{a}{\sqrt{3}}$		

11. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Ακτίνα R κύκλου	Γωνία μ μοιρών κυκλ. τομέα	Μήκος τόξου S	Εμβαδόν E κυκλ. τομέα
8			$\frac{16\pi}{3}$
9		$\frac{9\pi}{5}$	
5α	60		
	150		$\frac{\pi\alpha^2}{12}$
$2a\sqrt{5}$	300		

12. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Τόξο μ μοιρών	Μήκος τόξου
10	
	$\frac{\pi R}{4}$
	$\frac{3\pi R}{4}$
180	

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. * Αντιστοιχίστε κάθε ένα κανονικό πολύγωνο της στήλης (Α) με το εμβαδό του στη στήλη (Β).

Στήλη Α	Στήλη Β
Κανονικά πολύγωνα εγγεγραμμένα σε κύκλο ακτίνας R	Εμβαδά καν. πολυγώνων συναρτήσει του R
τρίγωνο	$4R^2$
τετράγωνο	$\frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$
εξάγωνο	$\frac{3}{2}R^2\sqrt{3}$
	$2R^2$
	$3R^2\sqrt{3}$

2. * Αντιστοιχίστε κάθε πλευρά κανονικού πολυγώνου της στήλης (Α) με το αντίστοιχο απόστημά του, στη στήλη (Β).

Στήλη Α	Στήλη Β
Πλευρά λ_n κανονικού πολυγώνου συναρτήσει του R	Απόστημα a_n καν. πολυγώνου συναρτήσει του R
R	R
$R\sqrt{3}$	$\frac{R\sqrt{3}}{2}$
$R\sqrt{2}$	$\frac{R}{2}$
	$\frac{R\sqrt{2}}{2}$
	$\frac{R}{3}$

3. * Αντιστοιχίστε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με το αντίστοιχο στοιχείο της στήλης (Β).

Στήλη Α	Στήλη Β
Κεντρική γωνία ω_n κανονικού πολυγώνου	Πλευρά λ_n κανονικού πολυγώνου (συναρτήσει του R)
60°	$R\sqrt{2}$
	2R

90°	R
	$R\sqrt{3}$
120°	$\frac{R\sqrt{3}}{2}$

4. * Αντιστοιχίστε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με το αντίστοιχο στοιχείο της στήλης (Β).

Στήλη Α	Στήλη Β
Ακτίνα κύκλου	Εμβαδόν κύκλου
2α	$\frac{\pi\alpha^2}{4}$
$a\sqrt{3}$	$4\pi\alpha^2$
$\frac{a}{\sqrt{2}}$	$\frac{3\pi\alpha^2}{2}$
	$3\pi\alpha^2$
	$\frac{\pi\alpha^2}{2}$

5. * Στη στήλη (Α) αναγράφονται το μέτρο μ μοιρών τόξου και η ακτίνα του κύκλου του, R. Στη στήλη (Β) αναγράφεται το μήκος του S. Αντιστοιχίστε κάθε τόξο της στήλης (Α) με το μήκος του στη στήλη (Β).

Στήλη Α	Στήλη Β
$\mu = 60^\circ \quad R = 1$	$S = \pi$
$\mu = 30^\circ \quad R = \sqrt{2}$	$S = \frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$
$\mu = 90^\circ \quad R = 2$	$S = 2\sqrt{3}\pi$
$\mu = 120^\circ \quad R = \sqrt{3}$	$S = \frac{\pi}{3}$
	$S = \frac{\pi\sqrt{2}}{6}$
	$S = \frac{\pi\sqrt{2}}{2}$

Ερωτήσεις ανάπτυξης

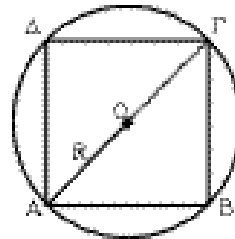
1. ** Σε κύκλο ακτίνας $R = 3 \text{ cm}$ είναι περιγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο.

Να υπολογίσετε:

- α) Την πλευρά του.
- β) Το εμβαδόν του.

2. ** Υπάρχει κανονικό πολύγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R του οποίου η κεντρική γωνία είναι 16° ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

3. ** Τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο $(0, R)$ και η ημιπερίμετρός του είναι 80 cm .
Να υπολογιστούν:



- α) Η ακτίνα R του κύκλου.
- β) Ο λόγος $\frac{\text{εμβαδό τετραγώνου}}{\text{εμβαδό κύκλου}}$.

4. ** Τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο $(0, R)$.
Γνωρίζοντας (βλέπε το σχήμα της άσκησης 3), ότι $A\Gamma - AB = 12 \text{ cm}$,
να υπολογιστούν:

- α) Η ακτίνα του κύκλου.
- β) Το εμβαδόν του κύκλου.

5. ** Αν είναι $\lambda_4 + \lambda_3 = 96 \text{ cm}$ όπου λ_4 και λ_3 πλευρές των εγγεγραμμένων σε κύκλο $(0, R)$ τετραγώνου και ισοπλεύρου τριγώνου, να υπολογιστούν:

- α) Η ακτίνα R του κύκλου.
- β) Τα αποστήματα α_4 και α_3 των ανωτέρω κανονικών πολυγώνων.

6. ** Να αποδείξετε ότι τα μέσα των πλευρών ενός κανονικού εξαγώνου είναι κορυφές επίσης κανονικού εξαγώνου.

7. ** Ο λόγος των αποστημάτων δύο κανονικών οκταγώνων είναι $\frac{3}{4}$.

Να υπολογιστούν:

- α) Ο λόγος των περιμέτρων τους.
- β) Ο λόγος των εμβαδών τους.

8. ** Κανονικού πολυγώνου, η ακτίνα R είναι 8 cm και το απόστημά του a είναι $4\sqrt{3}\text{ cm}$. Να υπολογιστούν:

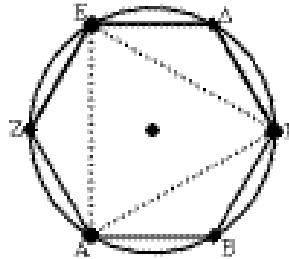
- α) Η πλευρά του λ .
- β) Η κεντρική του γωνία ω σε μοίρες.
- γ) Το πλήθος n των πλευρών του.

9. ** Δίνεται κανονικό εξάγωνο $ΑΒΓΔΕΖ$ και ισόπλευρο τρίγωνο $ΑΓΕ$.

Να υπολογιστούν:

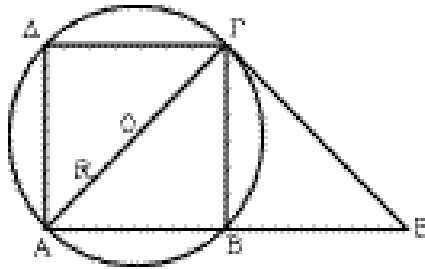
α) Η πλευρά $ΑΓ$, αν γνωρίζουμε ότι $ΑΒ = 6\text{ cm}$.

β) Ο λόγος $\frac{(ΑΒΓΔΕΖ)}{(ΑΓΕ)}$ των εμβαδών τους.



10. ** Δίνεται κύκλος (O, R) και το εγγεγραμμένο τετράγωνο $ΑΒΓΔ$. Προεκτείνουμε την πλευρά $ΑΒ$ και πάνω στην προέκταση παίρνουμε τμήμα $ΒΕ = ΒΑ$. Να δείξετε ότι:

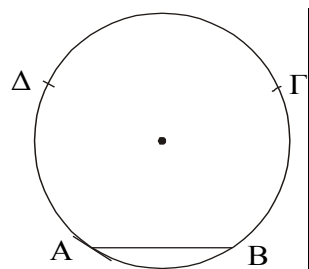
- α) $ΑΓ = ΓΕ$
- β) Το ευθύγραμμο τμήμα $ΕΓ$ είναι εφαπτόμενο του κύκλου (O, R) στο σημείο $Γ$.



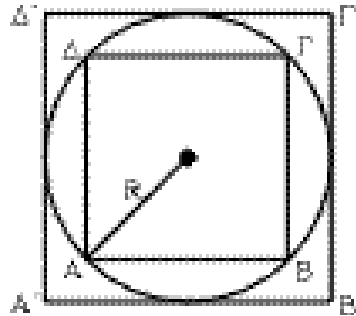
γ) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΓΕ$ (συναρτήσει του R).

11. ** Σε κύκλο ακτίνας R παίρνουμε τα διαδοχικά τόξα $\widehat{ΑΒ} = 60^\circ$, $\widehat{ΒΓ} = 90^\circ$, $\widehat{ΓΔ} = 120^\circ$.

- α) Να αποδείξετε ότι το $ΑΒΓΔ$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.
- β) Να υπολογίσετε τις πλευρές του.
- γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.



12. ** Σε κύκλο ακτίνας R το ΑΒΓΔ είναι εγγεγραμμένο τετράγωνο και το Α'Β'Γ'Δ' περιγεγραμμένο τετράγωνο.

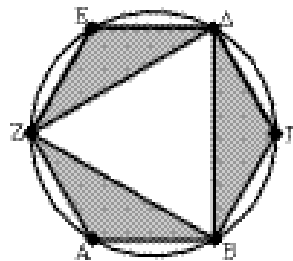


- α) Να εκφραστούν οι πλευρές λ_4 και λ'_4 των δύο τετραγώνων συναρτήσει της ακτίνας R.
β) Να βρεθεί ο λόγος των εμβαδών τους

$$\frac{E}{E'}$$

13. ** Δύο ίσα κανονικά εξάγωνα έχουν μία πλευρά κοινή μήκους λ (τα εξάγωνα δεν ταυτίζονται). Να υπολογίσετε την απόσταση των κέντρων τους συναρτήσει του λ.

14. ** Σε κύκλο ακτίνας $R = 3$ cm εγγράφονται ισόπλευρο τρίγωνο και κανονικό εξάγωνο. Να υπολογιστούν:



- α) Το εμβαδόν του κανονικού εξάγωνου ΑΒΓΔΕΖ.
β) Το εμβαδόν των τριών γραμμοσκιασμένων μερών.

15. ** Σε κύκλο ακτίνας R εγγράφουμε κανονικό πολύγωνο, με κεντρική γωνία ίση με τα $\frac{4}{3}$ μιας ορθής.

- α) Ποιο είναι το πλήθος των πλευρών του κανονικού αυτού πολυγώνου;
β) Να βρείτε το εμβαδόν του πολυγώνου αυτού (συναρτήσει του R).

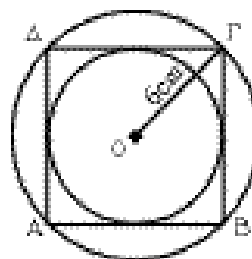
16. ** Σε κύκλο ακτίνας R είναι εγγεγραμμένο κανονικό εξάγωνο. Να βρεθούν:

- α) Το εμβαδόν του εξάγωνου (συναρτήσει του R).
β) Το εμβαδόν του μέρους του κύκλου που βρίσκεται έξω από το εξάγωνο.

17. ** Κύκλος είναι εγγεγραμμένος σε τετράγωνο πλευράς a. Να υπολογίσετε:

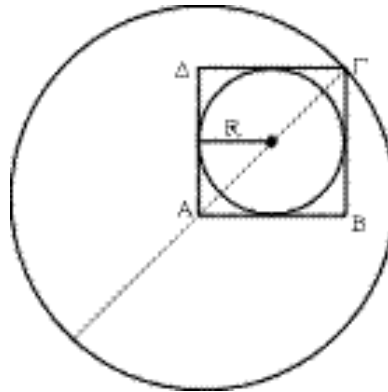
- α) Το εμβαδόν του κύκλου (συναρτήσει του a).
β) Το εμβαδόν του μέρους του τετραγώνου, που βρίσκεται εκτός του κύκλου.

18. ** Σ' ένα κύκλο με ακτίνα $R = 6$ cm εγγράφουμε τετράγωνο και στο τετράγωνο εγγράφουμε νέο κύκλο. Να υπολογιστούν:



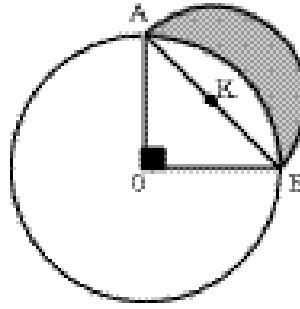
- α) Το εμβαδόν του τετραγώνου.
β) Ο λόγος των εμβαδών των δύο κύκλων.

19. ** Κύκλος ακτίνας R διαιρείται σε δύο κυκλικά τμήματα από την πλευρά AB ισοπλεύρου τριγώνου που είναι εγγεγραμμένο σ' αυτόν. Να υπολογιστούν:
- Το μήκος του μικρότερου τόξου AB .
 - Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα AOB .
20. ** Δύο ίσοι τεμνόμενοι κύκλοι (O, R) και (O', R) έχουν διάκεντρο ίση με $R\sqrt{2}$ και κοινή χορδή AB . Να βρεθούν:
- Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα AOB .
 - Το εμβαδόν του κοινού μέρους των δύο κύκλων.
21. ** Σε κύκλο ακτίνας R η χορδή AB αντιστοιχεί στην πλευρά λ_4 εγγεγραμμένου τετραγώνου και χωρίζει τον κύκλο σε δύο κυκλικά τμήματα. Να βρεθούν:
- Το εμβαδόν του μικρότερου κυκλικού τμήματος του κύκλου.
 - Το εμβαδόν του μεγαλύτερου κυκλικού τμήματος.
22. ** Κύκλος με ακτίνα R είναι εγγεγραμμένος σε τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$. Με κέντρο την κορυφή A του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ και ακτίνα την διαγώνιό του $A\Gamma$ γράφουμε κύκλο. Να υπολογιστούν:
- Το εμβαδόν του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ αν είναι γνωστή η ακτίνα R .
 - Ο λόγος των εμβαδών των δύο κύκλων.

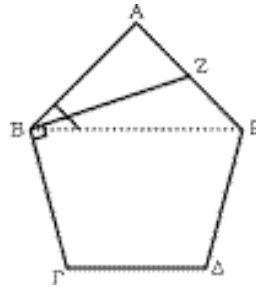


23. ** Σε τετράγωνο πλευράς $2a$ εγγράφουμε και περιγράφουμε δύο κύκλους. Να υπολογιστούν:
- Το εμβαδόν του εσωτερικού κύκλου.
 - Ο λόγος των εμβαδών των δύο κύκλων.
24. ** Ναδειχθεί ότι το εμβαδόν κύκλου, που έχει διάμετρο την υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των δύο άλλων κύκλων, που έχουν διαμέτρους τις κάθετες πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου.

25. ** Σε κύκλο (O, R) θεωρούμε δύο κάθετες ακτίνες του OA και OB . Με διάμετρο την AB γράφουμε εκτός του κύκλου ημικύκλιο. Να υπολογιστούν:
- Το εμβαδόν του τριγώνου AOB .
 - Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μηνί-σκου OAB .

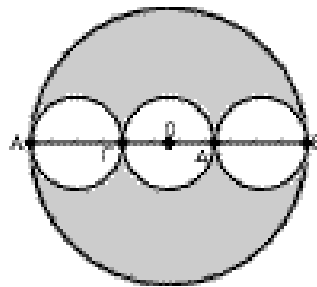


26. ** Να δείξετε ότι η διχοτόμος της γωνίας ABE ενός κανονικού πενταγώνου $ABΓΔΕ$ είναι κάθετη στη πλευρά $BΓ$.

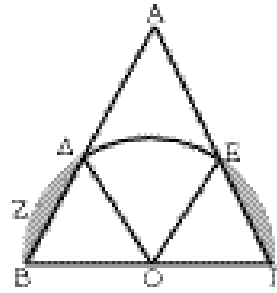


27. ** Να δείξετε ότι κάθε διαγώνιος κανονικού πενταγώνου είναι παράλληλη προς μία πλευρά του.
28. ** Δίνεται κανονικό εξάγωνο περιγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας 3cm. Να υπολογίσετε:
- την πλευρά του
 - το απόστημά του
 - το εμβαδόν του.
29. ** Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $ABΓ$ πλευράς $\lambda_3 = 9$ cm εγγεγραμμένο σε κύκλο, ακτίνας R . Να υπολογιστούν:
- Το μήκος του κύκλου.
 - Το εμβαδόν των τριών κυκλικών τμημάτων που βρίσκονται έξω από το τρίγωνο.

30. ** Δίνεται κύκλος με διάμετρο $AB = 6a$. Διαιρούμε την διάμετρο AB σε τρία ίσα τμήματα $ΑΓ = ΓΔ = ΔΒ$. Με διαμέτρους τις $ΑΓ$, $ΓΔ$ και $ΔΒ$ γράφουμε τρεις ίσους κύκλους. Να υπολογισθούν:
- Το εμβαδόν του κύκλου με διάμετρο την AB .
 - Το εμβαδόν καθενός των τριών ίσων κύκλων.
 - Το λόγο του αθροίσματος των εμβαδών των τριών ίσων κύκλων προς το εμβαδό του κύκλου (O,OA) .
 - Το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου χωρίου που βρίσκεται έξω από τους τρεις κύκλους.



31. ** Με διάμετρο την πλευρά $B\Gamma = a$ ισοπλεύρου τριγώνου $AB\Gamma$ γράφουμε ημικύκλιο που τέμνει τις πλευρές του τριγώνου στα σημεία Δ και E .



α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $OB\Delta$ και $OE\Gamma$ είναι ισόπλευρα.

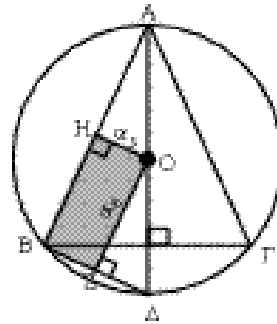
β) Να υπολογιστεί το εμβαδό του κυκλικού τομέα $O\Delta ZB$.

γ) Να υπολογισθούν τα εμβαδά των δύο γραμμοσκιασμένων κυκλικών τμημάτων.

32. ** Δείξτε ότι ο λόγος των εμβαδών του περιγεγραμμένου και του εγγεγραμμένου ισοπλεύρου τριγώνου στον κύκλο (O, R) είναι $\frac{1}{4}$.

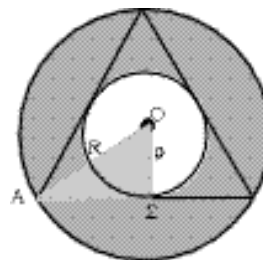
33. ** Να αποδειχθεί:

α) ότι τα συγκεκριμένα αποστήματα α_3 και α_6 κανονικού τριγώνου και εξαγώνου που είναι εγγεγραμμένα στον ίδιο κύκλο ακτίνας R είναι μεταξύ τους κάθετα (βλ. διπλανό σχήμα) και



β) ότι τα τρίγωνα AOB και $OB\Delta$ είναι ισοεμβαδικά.

34. ** Να αποδειχτεί ότι το εμβαδόν E κυκλικής στεφάνης που σχηματίζεται μεταξύ των δύο κύκλων ακτίνων R και ρ (με $R > \rho$), ισούται με $\pi \frac{4(OA\Sigma)^2}{\rho^2}$.



35. ** Κανονικού εξαγώνου $AB\Gamma\Delta E Z$ οι πλευρές $AB, \Gamma\Delta$ τέμνονται στο O . Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου $O\Delta\Delta$ συναρτήσει της ακτίνας R του περιγεγραμμένου στο εξάγωνο κύκλου.

36. ** Το εμβαδόν ισοπλεύρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο είναι $12\sqrt{3}cm^2$. Αν στον ίδιο κύκλο εγγράψουμε τετράγωνο, να βρεθούν:

α) Η πλευρά του λ_4

- β) Το απόστημα του a_4
- γ) Το εμβαδόν του E_4

- 37. **** Μέσα σ' ένα χωράφι σχήματος τετραγώνου κατασκευάσαμε το μεγαλύτερο κυκλικό αλώνι που ήταν δυνατό ακτίνας 40 m.
- α) Ποιο ήταν το μήκος της πλευράς του τετραγωνικού χωραφιού;
 - β) Ποια είναι η αξία του χωραφιού αν στην περιοχή αυτή η γη κοστίζει 10.000 δρχ./m²;
 - γ) Πόσο είναι το εμβαδόν του χωραφιού που είναι έξω από το κυκλικό αλώνι;
- 38. **** Η διάμετρος τροχού ποδηλάτου είναι 0.50 m. Πόσες στροφές θα κάνει σε μία διαδρομή 1 Km;
- 39. **** Στο εσωτερικό κυκλικού πάρκου ακτίνας 6 m θέλουμε να κάνουμε μια διακοσμητική πλακόστρωση σχήματος τετραγώνου με το μεγαλύτερο δυνατό εμβαδό.
- α) Αν τα διακοσμητικά πλακάκια έχουν εμβαδό 0.09 m², πόσα θα χρειαστούν για τη διακόσμηση αυτή;
 - β) Στο μέρος του πάρκου που δεν θα πλακοστρωθεί θέλουμε να φυτέψουμε γκαζόν του οποίου το κόστος είναι 3.000 δρχ. ανά m². Πόσο θα κοστίσει το γκαζόν;