

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας,
Έρευνας και Θρησκευμάτων
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ ΔΥΤΗΣ ΑΙΘΙΑΣ & ΒΙΘΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΒΙΘΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1^ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΒΟΛΟΥ

4^ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΜΑΘΗΜΑ 3.5-3.6

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Το

12^ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

Μάθημα: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄
Τίτλος μαθήματος(ενότητας): Εμβαδό κυκλικού δίσκου
Εμβαδόν κυκλικού τομέα
Εμβαδό κυκλικού τμήματος

Ημερομηνία: 25-02-2019

Τάξη: Β΄

Σχολείο: ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΚΑΝΑΛΙΩΝ

Ωρα: 1^η

Τμήμα: Β₁ (13 μαθητές)

ΓΕΝΙΚΟΙ ΣΚΟΠΟΙ

Να μπορούν οι μαθητές στο τέλος του μαθήματος να

- Γνωρίζουν τους τύπους του εμβαδού κύκλου, κυκλικού τομέα, κυκλικού τμήματος
-

Να είναι ικανοί να επιλύουν προβλήματα με την βοήθεια των παραπάνω τύπων.

ΕΙΔΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

Να είναι σε θέση στο τέλος του μαθήματος οι μαθητές να

- 1) Υπολογίζουν το εμβαδόν κύκλου
- 2) Υπολογίζουν κυκλικού τομέα
- 3) Υπολογίζουν κυκλικού τμήματος
- 4) Υπολογίζουν μηνίσκου
- 5) Υπολογίζουν εμβαδά μεικτόγραμμων τριγώνων

ΜΕΣΑ: Πίνακας, κιμωλίες ή μαρκαδόροι, Η/Υ , φωτοτυπίες.

ΥΛΙΚΑ: CD, σλάιντς, σχολικό βιβλίο .

ΥΛΗ: Σχολικό βιβλίο – σελίδες 246-251.
Κριτήρια Υπουργείου.

ΜΕΘΟΔΟΣ: Διερευνητική καθοδηγούμενη ανακάλυψη.

Α. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ - ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΠΟΡΕΙΑ

Με κατάλληλες ερωτήσεις ερευνούμε αν οι μαθητές κατέχουν την ύλη του προηγούμενου φύλλου εργασίας.

Ζητείται από τους μαθητές η θεωρία με ερωτήσεις από τον διδάσκοντα, ελέγχεται αν έγινε η εργασία για το σπίτι στα τετράδια τους (ανάπτυξη των θεμάτων του προηγούμενου φύλλου εργασίας) και ελέγχεται αξιολογούνται ανάλογα.

Β. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΥΛΙΚΟΥ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ. ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ-ΑΝΑΛΥΣΗ
ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ (Παράδοση)

Εμβαδόν κυκλικού δίσκου

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

α) Βασικές ερωτήσεις θεωρίας

Ερώτηση 1^η: Τι λέγεται εμβαδόν κυκλικού δίσκου;

Ερώτηση 2^η: Τι λέγεται κυκλικός τομέας;

Ερώτηση 3^η: Τι λέγεται κυκλικό τμήμα;

Ερώτηση 4^η: Τι λέγεται υπερβατικός αριθμός;

Ερώτηση 5^η: Τι λέγεται αλγεβρικός αριθμός;

β) Ερωτήσεις θεωρίας για τα κριτήρια αξιολόγησης

Ερώτηση 1^η: Τι λέγεται μηνίσκος;

Ερώτηση 2^η: Τι λέγεται κυκλικός δακτύλιος;

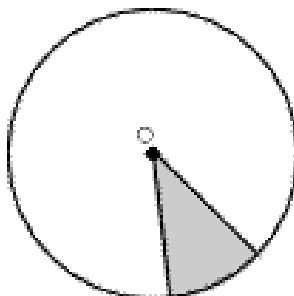
Ερώτηση 3^η: Με διαμέτρους τις πλευρές ορθογωνίου τριγώνου γράφουμε ημικύκλια στο επίπεδο (ΒΓ,Α). Να δειχθεί ότι το άθροισμα των εμβαδών των σχηματιζόμενων μηνίσκων είναι ίσο με το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

Ερώτηση 4^η: Τι λέγεται καμπυλόγραμμο τρίγωνο;

Ερώτηση 5^η: Το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου είναι ίσο με το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου που έχει κάθετες πλευρές το ανάπτυγμα και την ακτίνα του κύκλου.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

- * Δύο κυκλικοί τομείς του ίδιου κύκλου έχουν ίσα Σ Λ εμβαδά.
- * Το γραμμοσκιασμένο τμήμα του σχήματος είναι
 - ημικύκλιο
 - μηνίσκος,
 - τεταρτοκύκλιο
 - κυκλικός τομέας
 - κυκλικό τμήμα



3. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

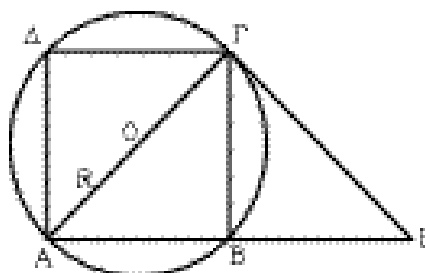
Ακτίνα R κύκλου	Μήκος L κύκλου	Εμβαδόν E κύκλου
	30π	
	$20\pi a$	
$2a\sqrt{3}$		
		$15\pi a^2$
		7π
$\frac{a}{\sqrt{3}}$		

4. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Ακτίνα R κύκλου	Γωνία μ μοιρών κυκλ. τομέα	Μήκος τόξου S	Εμβαδόν E κυκλ. τομέα
8			$\frac{16\pi}{3}$
9		$\frac{9\pi}{5}$	
$5a$	60		
	150		$\frac{\pi a^2}{12}$
$2a\sqrt{5}$	300		

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. ** Δίνεται κύκλος (O, R) και το εγγεγραμμένο τετράγωνο ΑΒΓΔ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΑΒ και πάνω στην προέκταση παίρνουμε τμήμα ΒΕ = ΒΑ. Να δείξετε ότι:
- α) $ΑΓ = ΓΕ$
 - β) Το ευθύγραμμο τμήμα ΕΓ είναι εφαπτόμενο του κύκλου (O, R) στο σημείο Γ.

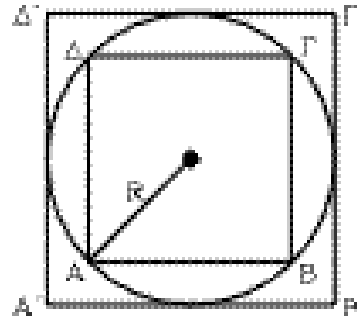


γ) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΓΕ (συναρτήσει του R).

2. ** Σε κύκλο ακτίνας R το ΑΒΓΔ είναι εγγεγραμμένο τετράγωνο και το Α'Β'Γ'Δ' περιγεγραμμένο τετράγωνο.

α) Να εκφραστούν οι πλευρές λ₄ και λ'₄ των δύο τετραγώνων συναρτήσει της ακτίνας R.

β) Να βρεθεί ο λόγος των εμβαδών τους $\frac{E}{E'}$.

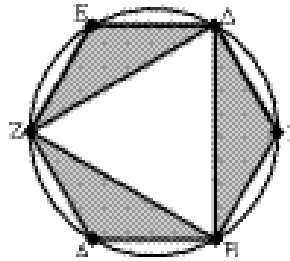


3. ** Δύο ίσα κανονικά εξάγωνα έχουν μία πλευρά κοινή μήκους λ (τα εξάγωνα δεν ταυτίζονται). Να υπολογίσετε την απόσταση των κέντρων τους συναρτήσει του λ.

4. ** Σε κύκλο ακτίνας R = 3 cm εγγράφονται ισόπλευρο τρίγωνο και κανονικό εξάγωνο. Να υπολογιστούν:

α) Το εμβαδόν του κανονικού εξαγώνου ΑΒΓΔΕΖ.

β) Το εμβαδόν των τριών γραμμοσκιασμένων μερών.



5. ** Σε κύκλο ακτίνας R εγγράφουμε κανονικό πολύγωνο, με κεντρική γωνία ίση με τα $\frac{2}{3}$ μιας ορθής.

α) Ποιο είναι το πλήθος των πλευρών του κανονικού αυτού πολυγώνου;

β) Να βρείτε το εμβαδόν του πολυγώνου αυτού (συναρτήσει του R).

6. ** Σε κύκλο ακτίνας R είναι εγγεγραμμένο κανονικό εξάγωνο. Να βρεθούν:

α) Το εμβαδόν του εξαγώνου (συναρτήσει του R).

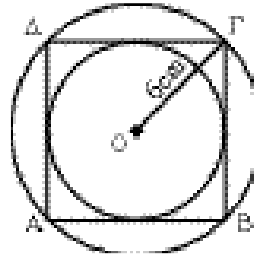
β) Το εμβαδόν του μέρους του κύκλου που βρίσκεται έξω από το εξάγωνο.

7. ** Κύκλος είναι εγγεγραμμένος σε τετράγωνο πλευράς α. Να υπολογίσετε:

α) Το εμβαδόν του κύκλου (συναρτήσει του α).

β) Το εμβαδόν του μέρους του τετραγώνου, που βρίσκεται εκτός του κύκλου.

8. ** Σ' ένα κύκλο με ακτίνα $R = 6$ cm εγγράφουμε τετράγωνο και στο τετράγωνο εγγράφουμε νέο κύκλο. Να υπολογιστούν:
- Το εμβαδό του τετραγώνου.
 - Ο λόγος των εμβαδών των δύο κύκλων.



ΕΠΙΠΕΔΟ 2^ο

ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

1.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 1η

Είναι σωστό ή λάθος ότι
Το εμβαδόν ενός κυκλικού
δίσκου είναι ανάλογο του
τετραγώνου της ακτίνας του.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2η

Αληθεύει ότι
Ο λόγος των εμβαδών δύο
κυκλικών δίσκων είναι ίσος με
τον λόγο των διαμέτρων του.

ΕΡΩΤΗΣΗ 3η

Το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου
είναι μεγαλύτερος του μήκους
του κύκλου αυτού;

ΕΡΩΤΗΣΗ 4η

Ο μηνίσκος είναι η διαφορά
δύο κυκλικών τομέων;

ΕΡΩΤΗΣΗ 5η

Πως γίνεται ο υπολογισμός
ενός κυκλικού τμήματος;

2.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ – ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ- ΔΙΑΤΑΞΗ

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β). Συνδέστε με μια γραμμή τα στοιχεία των δυο στηλών.

Στήλη Α	Στήλη Β
Ακτίνα κύκλου	Εμβαδόν κύκλου
2α	$\frac{\pi \alpha^2}{4}$
$\alpha\sqrt{3}$	$4\pi\alpha^2$
$\frac{\alpha}{\sqrt{2}}$	$\frac{3\pi\alpha^2}{2}$
	$3\pi\alpha^2$
	$\frac{\pi\alpha^2}{2}$

Συμπλήρωση κενού :

Ακτίνα R κύκλου	Γωνία μ μοιρών κυκλικού τομέα	Μήκος τόξου S	Εμβαδόν E κυκλικού τομέα
8			
9			
5α			

Διατάξτε τους αριθμούς της στήλης (Α) στη στήλη (Β) από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
Α. Εμβαδόν κυκλικού δίσκου (O, ρ) Β. Εμβαδόν ημικυκλίου ακτίνας 2ρ Γ. Εμβαδόν κυκλικού τομέα σε τόξο 60⁰, ακτίνας 4ρ Δ. Εμβαδόν κυκλικού τμήματος τόξου 120⁰, ακτίνας 7ρ	

3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

Το εμβαδόν E_μ ενός κυκλικού τομέα μ μοιρών είναι

A $\frac{\pi R \mu}{360}$

B $\frac{\pi R^2 \mu}{360}$

Γ $\frac{\pi R^2 \mu}{180}$

ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Το εμβαδόν E κυκλικού δίσκου $(0,2R)$ είναι

A $2\pi R$

B $\pi^2 R$

Γ $4\pi R^2$

ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Δίνεται κύκλος $(0,R)$ και ημικύκλιο διαμέτρου $4R$. Το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου σε σύγκριση με το εμβαδόν του ημικύκλιου είναι

A μικρότερο

B ίσο

Γ μεγαλύτερο

ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Ο κυκλικός δακτύλιος περιέχεται μεταξύ

A Δυο ομόκεντρων κύκλων

B Δυο τόξων

Γ Μιας χορδής και ενός τόξου

ΕΡΩΤΗΣΗ 5Η

Ο μηνίσκος περιέχεται μεταξύ

A Χορδής και τόξου

B Δυο τόξων

Γ Χορδής και διαμέτρου

4. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ : ΠΟΤΕΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: ΟΤΑΝ...

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε..... με όταν.....

Ερώτηση α)

..... το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου προσεγγίζει το εμβαδόν του κανονικού πολυγώνου του εγγεγραμμένου στον κυκλικό δίσκο;

Ερώτηση β)

..... το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου είναι ίσο με το εμβαδό ενός ορθογωνίου τριγώνου;

Ερώτηση γ)

..... ένας κυκλικός τομέας έχει

εμβαδόν $E_{\tau} = \frac{\pi R^2}{360}$;

Ερώτηση δ)

..... χρησιμοποιούμε τον

τύπο $E_{\tau} = \frac{1}{2} \alpha R^2$;

Ερώτηση ε)

..... χρησιμοποιούμε τον

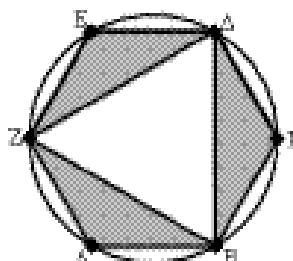
τύπο $E_{\tau} - E_{OAB}$;

5.ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

1. Σε κύκλο ακτίνας $R = 3 \text{ cm}$ εγγράφονται ισόπλευρο τρίγωνο και κανονικό εξάγωνο. Να υπολογιστούν:

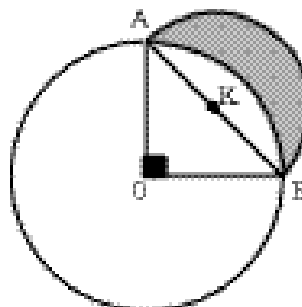
α) Το εμβαδόν του κανονικού εξαγώνου ΑΒΓΔΕΖ.

β) Το εμβαδόν των τριών γραμμοσκιασμένων μερών.



2. Σε κύκλο ακτίνας R εγγράφουμε κανονικό πολύγωνο, με κεντρική γωνία ίση με τα $\frac{4}{3}$ μιας ορθής.
- α) Ποιο είναι το πλήθος των πλευρών του κανονικού αυτού πολυγώνου;
 β) Να βρείτε το εμβαδόν του πολυγώνου αυτού (συναρτήσει του R).
3. Σε κύκλο ακτίνας R είναι εγγεγραμμένο κανονικό εξάγωνο. Να βρεθούν:
- α) Το εμβαδόν του εξαγώνου (συναρτήσει του R).
 β) Το εμβαδόν του μέρους του κύκλου που βρίσκεται έξω από το εξάγωνο.
4. Κύκλος είναι εγγεγραμμένος σε τετράγωνο πλευράς a . Να υπολογίσετε:
- α) Το εμβαδόν του κύκλου (συναρτήσει του a).
 β) Το εμβαδόν του μέρους του τετραγώνου, που βρίσκεται εκτός του κύκλου.

5. Σε κύκλο (O, R) θεωρούμε δύο κάθετες ακτίνες του OA και OB . Με διάμετρο την AB γράφουμε εκτός του κύκλου ημικύκλιο. Να υπολογιστούν:
- α) Το εμβαδόν του τριγώνου AOB .
 β) Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μηνίσκου OAB .



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ

Σε χρόνο 2-3 λεπτών λέμε έναν αστείο συνειρμό ή σχολιάζουμε μια επίκαιρη ευχάριστη είδηση.

ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

- 1) Ασκήσεις 1,2,3,4, σχολικού βιβλίου.