

I. ΣΧΕΔΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

1. Ο διδάσκων καθηγητής αναφέρει σύντομα τη βασική θεωρία που είναι
 - i. Τραπεζίο και Ισοσκελές τραπέζιο.
 - ii. Παραλληλόγραμμο – Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο - Ρόμβος-Τετράγωνο.
 - iii. Ιδιότητες παραλληλογράμμου.
2. Υπαγορεύει την Μ₁ στους μαθητές κάνει το 1^ο παράδειγμα στον πίνακα
3. Υπαγορεύει το προτεινόμενο **Δ1** θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
4. Υπαγορεύει την Μ₂ στους μαθητές κάνει το 2^ο παράδειγμα στον πίνακα
5. Υπαγορεύει το προτεινόμενο **Δ3** θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
6. Υπαγορεύει την Μ₃ στους μαθητές κάνει το 3^ο παράδειγμα στον πίνακα
7. Ο διδασκόμενος μαθητής επιβλέπεται από τον καθηγητή και αναπτύσσει στο τετράδιο του τις ερωτήσεις κατανόησης 3 , 4 και σχολιάζει τα αποτελέσματα των μαθητών.
8. Γίνεται σύντομη ανακεφαλαίωση του αντικειμένου από τον διδάσκοντα καθηγητή
9. Δίνονται στον μαθητή για το σπίτι
 - α) οι υπόλοιπες ερωτήσεις κατανόησης,
 - β) τα θέματα: **Δ2, Δ4 και Δ5**

II. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

A. Βασική Θεωρία (επιγραμματικά)-Παρατηρήσεις-Σχόλια

- E₁: Τι λέγεται **τραπέζιο**;
- A₁: Λέγεται το τετράπλευρο που έχει μόνο δύο πλευρές παράλληλες.
- E₂: Τι λέγεται **ισοσκελές τραπέζιο** ;
- A₂: Λέγεται το τραπέζιο που οι μη παράλληλες πλευρές είναι ίσες.
- E₃: Τι λέγονται **βάσεις του τραpezίου**;
- A₃: Λέγονται οι παράλληλες πλευρές του.
- E₄: Τι λέγεται **ύψος του τραpezίου**;
- A₄: Λέγεται η απόσταση των βάσεων του.
- E₅: Τι λέγεται **παραλληλόγραμμο**;
- A₅: Λέγεται το τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές παράλληλες.
- E₆: Τι λέγεται **βάση του παραλληλογράμμου**;
- A₆: Λέγεται κάθε πλευρά του.
- E₇: Τι λέγεται **ύψος του παραλληλογράμμου**;
- A₇: Λέγεται η απόσταση μιας κορυφής του από την πλευρά που δεν ανήκει η κορυφή αυτή.
- E₈: Τι λέγεται **ορθογώνιο**;
- A₈: Λέγεται το παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές.
- E₉: Τι λέγεται **ρόμβος**;
- A₉: Λέγεται το παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες.
- E₁₀: Τι λέγεται **τετράγωνο**;
- A₁₀: Λέγεται το παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές και όλες τις πλευρές του ίσες.
- E₁₁: Ποιες είναι οι **ιδιότητες του παραλληλογράμμου**;
- A₁₁: 1. Κάθε διαγώνιος το χωρίζει σε δύο ίσα τρίγωνα.
 2. Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες.
 3. Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες.
 4. Οι διαγώνιες του διχοτομούνται.
- E₁₂: Ποια είναι τα **κριτήρια ώστε ένα τετράπλευρο να είναι παραλληλόγραμμο**;
- A₁₂: 1. Οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες.
 2. Οι απέναντι γωνίες του είναι ίσες.
 3. Δύο απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες και ίσες.

4. Οι διαγώνιες του διχοτομούνται

Παρατήρηση: Οι διαγώνιες του ρόμβου

- A) τέμνονται κάθετα**
B) είναι διχοτόμοι των γωνιών του
Γ) είναι άξονες συμμετρίας.

Σχόλιο: Το τετράγωνο έχει τις ιδιότητες του ρόμβου και επιπλέον οι διαγώνιες είναι ίσες.

B. Ερωτήσεις κατανόησης τύπου: Σωστού-Λάθους, πολλαπλής επιλογής, αντιστοίχισης, διάταξης και συμπλήρωσης.

- 1. Απαντήστε με Σ – Λ στις παρακάτω ερωτήσεις:**
- α) Παραλληλόγραμμο είναι το σχήμα που έχει 2 απέναντι πλευρές παράλληλες Σ – Λ
- β) Το ύψος του τραpezίου ενώνει τα μέσα των μη παραλλήλων πλευρών Σ – Λ
- γ) Σε ισοσκελές τραπέζιο οι βάσεις είναι ίσες Σ – Λ
- δ) Το τετράγωνο είναι ρόμβος. Σ – Λ
- 2. Βάλτε σε κύκλο τη σωστή απάντηση**
- α) Οι διαγώνιες του ορθογώνιου είναι Α. 4 Β. 2 Γ. 3
- Δ. Καμία από τις προηγούμενες.
- β) Μια διαγώνιος χωρίζει το τετράπλευρο σε δύο ίσα τρίγωνα όταν είναι Α. παραλληλόγραμμο Β. Ισοσκελές τραπέζιο
 Γ. Τραπεζίο Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

M₁: Για να δείξουμε ότι ένα τετράπλευρο ABΓΔ είναι τραπέζιο αρκεί να δείξουμε ότι οι δύο απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες και οι άλλες δύο δεν είναι παράλληλες.

M₂: Για να δείξουμε ότι ένα τετράπλευρο ABΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο αρκεί να δείξουμε ότι είναι τραπέζιο και οι μη παράλληλες πλευρές του είναι ίσες.

M₃: Για να δείξουμε ότι ένα τετράπλευρο ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο αρκεί να δείξουμε ότι

1^{ος} τρόπος

Οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες.

2^{ος} τρόπος

Οι απέναντι γωνίες του είναι ίσες.

3^{ος} τρόπος

Δύο απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες και ίσες.

4^{ος} τρόπος

Οι διαγώνιές του διχοτομούνται

M₄: Για να δείξουμε ότι ένα παραλληλόγραμμο ABΓΔ είναι ορθογώνιο αρκεί να δείξουμε ότι μια γωνία του είναι ορθή.

Παράδειγμα 1ο

Τα μήκη των πλευρών ενός παραλληλογράμμου είναι $AB=19-x$, $BΓ=\psi+5$, $ΓΔ=2x+10$, $ΔΑ=x+7$.
Να υπολογισθούν οι x και ψ .

Επίλυση

Επειδή οι απέναντι πλευρές είναι ίσες ανά δύο πρέπει $AB=ΓΔ$ και $BΓ=ΔΑ$ δηλαδή $19-x=2x+10$ ή $2x+x=19-10$ ή $3x=9$ δηλαδή $x=3$ και $\psi+5=x+7$ ή $\psi=3+7-5$ δηλαδή $\psi=5$.

Παράδειγμα 2ο

Δίνονται οι προτάσεις:

α) Σε κάθε παραλληλόγραμμο οι απέναντι γωνίες του είναι παραπληρωματικές.

β) Ένα κυρτό τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο αν οι δύο πλευρές του είναι ίσες.

γ) Σε κάθε παραλληλόγραμμο οι διαγώνιοί του διχοτομούνται.

Από αυτές μία μόνο είναι σωστή. Επιλέξτε τη σωστή και αποδείξτε τη.

Επίλυση

Σωστή είναι η γ)

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα AOB και ΓΟΔ. Έχουν:

1. $AB=ΓΔ$ (απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου)
2. γωνία A = γωνία Γ (εντός εναλλάξ)
3. γωνία B = γωνία Δ (εντός εναλλάξ)

Άρα τα τρίγωνα AOB και ΓΟΔ είναι ίσα οπότε $OA=OG$ και $OB=OD$.

Δ. Προτεινόμενα θέματα για ανάπτυξη για τους διδασκόμενους

Δ1. Σε παραλληλόγραμμο ABΓΔ είναι $A=58^\circ$. Να υπολογιστούν οι άλλες γωνίες του.

Δ2. Να κατασκευαστεί ορθογώνιο ABΓΔ με πλευρά $AB=5\text{cm}$ και γωνία $BAΓ=30^\circ$.

Δ3. Να υπολογιστεί η πλευρά ενός ρόμβου που έχει περίμετρο 48cm.

Δ4. Να κατασκευαστεί παραλληλόγραμμο ABΓΔ, αν γνωρίζουμε ότι, $A=60^\circ$. $AB=6\text{cm}$ και $AD=4\text{cm}$.

Δ5 Να κατασκευαστεί ρόμβος ABΓΔ με διαγώνιες $AG=6\text{cm}$ και $BD=8\text{cm}$

Δ6. Σε ρόμβο ABΓΔ, η διαγώνιος ΒΔ, σχηματίζει με την πλευρά AB γωνία 50° . Να υπολογιστούν οι γωνίες του ρόμβου.

Δ7. Σε ευθεία ε δίνονται στη σειρά τα σημεία A,B,Γ ώστε $AB=BF$. Προς το ίδιο μέρος της ε κατασκευάζουμε το ισόπλευρο τρίγωνα ABΔ,ΒΓΕ.
Α) Εξηγήστε γιατί το ABED είναι παραλληλόγραμμο.
Β) Τι παραλληλόγραμμο είναι το ABED;

Δ8. Σε παραλληλόγραμμο ABΓΔ η διαγώνιος AG είναι διχοτόμος της A και ίση με τη ΒΔ. Να αποδείξετε ότι το ABΓΔ είναι τετράγωνο.