

ΚΕΦΑΛΑΙΟ
3^ο
ΟΙ ΓΩΝΙΕΣ

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ

3.2 Άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου

ΦΥΛΛΟ
ΕΡΓΑΣΙΑΣ

2

I. ΣΧΕΔΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

- Ο διδάσκων καθηγητής αναφέρει σύντομα τη βασική θεωρία που είναι
 - Άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου
 - Ορθογώνιο – Οξυγώνιο – Αμβλυγώνιο τρίγωνο.
 - Συμπληρωματικές γωνίες.
- Υπαγορεύει την Μ₁ στους μαθητές κάνει το 1^ο παράδειγμα στον πίνακα
- Υπαγορεύει το προτεινόμενο **Δ1** θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
- Υπαγορεύει την Μ₂ στους μαθητές κάνει το 2^ο παράδειγμα στον πίνακα
- Υπαγορεύει το προτεινόμενο **Δ3** θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
- Υπαγορεύει την Μ₃ στους μαθητές κάνει το 3^ο παράδειγμα στον πίνακα
- Ο διδασκόμενος μαθητής επιβλέπεται από τον καθηγητή και αναπτύσσει στο τετράδιο του τις ερωτήσεις κατανόησης 3 , 4 και σχολιάζει τα αποτελέσματα των μαθητών.
- Γίνεται σύντομη ανακεφαλαίωση του αντικειμένου από τον διδάσκοντα καθηγητή
- Δίνονται στον μαθητή για το σπίτι
 - οι υπόλοιπες ερωτήσεις κατανόησης,
 - τα θέματα: **Δ2, Δ4 και Δ5**

II. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

A. Βασική Θεωρία (επιγραμματικά)-Παρατηρήσεις-Σχόλια

E₁: Ποιο είναι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου; Να γίνει η εξήγησή του.

A₁: Είναι $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$.



Είναι $\chi\hat{A}B = B$, $\chi\hat{A}\Gamma = \Gamma$ ως εντός εναλλάξ οπότε

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = \chi\hat{A}B + A + \chi\hat{A}\Gamma = \chi\hat{A}\chi = 180^\circ .$$

E₂: Ποιο τρίγωνο λέγεται ορθογώνιο ;

A₂: Λέγεται το τρίγωνο που έχει μια γωνία ορθή.

E₃: Ποιο τρίγωνο λέγεται αμβλυγώνιο;

A₃: Λέγεται το τρίγωνο που έχει μια γωνία αμβλεία

E₄: Ποιο τρίγωνο λέγεται οξυγώνιο;

A₄: Λέγεται το τρίγωνο που έχει όλες τις γωνίες του οξείες.

E₅: Τι λέγεται υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου;

A₅: Λέγεται η πλευρά του ορθογωνίου τριγώνου που βρίσκεται απέναντι από την ορθή γωνία του.

E₆: Τι λέγεται εξωτερική γωνία ενός τριγώνου;

A₆: Λέγεται η γωνία που σχηματίζεται από μια πλευρά και την προέκτασή της μιας άλλης.

Παρατηρήσεις:

1^η : Οι οξείες γωνίες ορθογωνίου τριγώνου είναι συμπληρωματικές.

2^η : Οι οξείες γωνίες ορθογωνίου και ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες με 45°.

3^η : Οι γωνίες του ισοπλευρού τριγώνου είναι 60°.

Σχόλιο: 1^ο: Η εξωτερική γωνία ενός τριγώνου ισούται με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών.

2^ο: Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών ενός τριγώνου είναι 360°.

B. Ερωτήσεις κατανόησης τύπου: Σωστού-Λάθους, πολλαπλής επιλογής, αντιστοίχισης, διάταξης και συμπλήρωσης.

1. Απαντήστε με Σ – Λ στις παρακάτω ερωτήσεις:

α) Ένα ορθογώνιο τρίγωνο μπορεί να είναι ταυτόχρονα και ισοσκελές Σ – Λ

β) Ένα ορθογώνιο τρίγωνο μπορεί να είναι ταυτόχρονα και ισόπλευρο. Σ – Λ

γ) Είναι $\hat{A}_{εξ} = \hat{B} + \hat{\Gamma}$ Σ – Λ

2. Βάλτε σε κύκλο τη σωστή απάντηση

α) Σε ισόπλευρο τρίγωνο κάθε γωνία του είναι

A. 45° B. 60° Γ. 90°

Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

β) Το άθροισμα των οξείων γωνιών ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με

A. 45° B. 120° Γ. 90°

Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

3. Να αντιστοιχίσετε τις δύο στήλες:

Στήλη Α Τρίγωνο με	Στήλη Β
A. Όλες τις γωνίες οξείες	1. Αμβλυγώνιο
B. Μία γωνία ορθή	2. Ορθογώνιο
Γ. Μια γωνία αμβλεία	3. Οξυγώνιο

Γ. Αναπτυγμένα παραδείγματα για εμπέδωση με αντίστοιχους αλγόριθμους(μεθοδολογίες)

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

M₁: Για να βρούμε το μέτρο μιας γωνίας τριγώνου ΑΒΓ όταν είναι γνωστές οι άλλες δύο

A) Παίρνουμε τον τύπο $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$.

B) Επιλύουμε ως προς τον άγνωστο.

Γ) Αντικαθιστούμε τις γνωστές γωνίες και κάνουμε τις πράξεις.

M₂: Για να βρούμε τα μέτρα των γωνιών ενός ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) όταν είναι γνωστή μια γωνία του

A) Παίρνουμε τους τύπους $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$ και $\hat{B} = \hat{\Gamma}$.

B) Επιλύουμε ως προς τον άγνωστο.

Γ) Αντικαθιστούμε τις γνωστές γωνίες και κάνουμε τις πράξεις.

M₃: Για να βρούμε το μέτρο της οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ όταν είναι γνωστή η άλλη οξεία γωνία

A) Παίρνουμε τον τύπο $\hat{B} + \hat{\Gamma} = 90^\circ$.

B) Επιλύουμε ως προς τον άγνωστο.

Γ) Αντικαθιστούμε τη γνωστή γωνία και κάνουμε τις πράξεις.

M₄: Για να βρούμε το μέτρο της εξωτερικής γωνίας ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ

αρκεί να γνωρίζουμε την εσωτερική της οπότε η μια είναι παραπληρωματική της άλλης

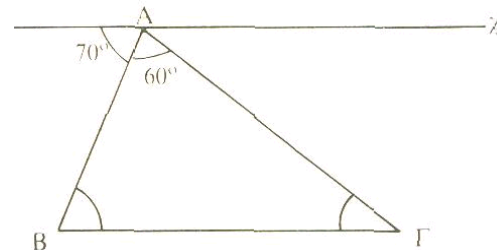
Η

Παίρνουμε τον τύπο $\hat{B} + \hat{\Gamma} = \hat{A}$ εξ όταν είναι γνωστές οι απέναντι εσωτερικές γωνίες.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 1ο

Να υπολογιστούν οι γωνίες Β και Γ του τριγώνου ΑΒΓ όταν $A\chi \parallel B\Gamma$.



Επίλυση

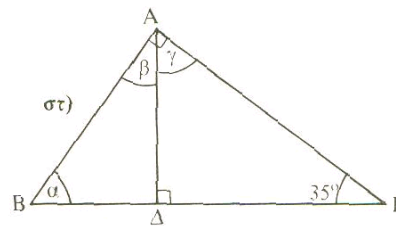
Είναι $B = 70^\circ$ (ως εντός εναλλάξ) και από τον τύπο

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$ έχουμε $\hat{\Gamma} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B}$ οπότε

$\hat{\Gamma} = 180^\circ - 60^\circ - 70^\circ$ δηλαδή $\hat{\Gamma} = 50^\circ$

Παράδειγμα 2ο

Να υπολογιστούν οι γωνίες α, β, γ στο σχήμα που ακολουθεί:



Επίλυση

Είναι $\gamma + 35 = 90$ οπότε $\gamma = 55$

Επίσης $\beta + \gamma = 90$ οπότε $\beta = 90 - \gamma = 90 - 55 = 35$

και $\alpha + \beta = 90$ οπότε $\alpha = 90 - \beta = 90 - 35 = 55$.

Δ. Προτεινόμενα θέματα για ανάπτυξη για τους διδασκόμενους

Δ1. Σε τρίγωνο ΑΒΓ, $\hat{B} = 70^\circ$, $\hat{A} = 80^\circ$, φέρνουμε το ύψος ΑΔ και τη διχοτόμο ΑΕ. Να υπολογίσετε τη γωνία ΔΑΕ.

Δ2. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, η γωνία της

βάσης $\hat{B} = 72^\circ$. Φέρνουμε τη διχοτόμο ΒΔ της Β. Να βρείτε τις γωνίες των τριγώνων ΑΒΓ, ΒΔΓ και να τις συγκρίνετε μία προς μία.

Δ3. Σε τρίγωνο ΑΒΓ φέρνουμε τα ύψη ΒΕ, ΓΖ, που

τέμνονται στο Η. Αν $\hat{B} = 70^\circ$, $\hat{\Gamma} = 50^\circ$, να υπολογιστούν οι γωνίες του ΒΗΓ.

Δ4. Σε τρίγωνο ΑΒΓ, $\hat{B} = 70^\circ$. Η διχοτόμος της Β και το ύψος ΓΔ τέμνονται στο Ο. Να υπολογιστούν οι γωνίες του ΒΟΓ.

Δ5. Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\hat{A} = 60^\circ$ και $\hat{B} = 75^\circ$. Πάνω στην πλευρά ΑΓ παίρνουμε το σημείο Δ ώστε $\Gamma\Delta = B\Delta$. Να αποδείξετε ότι το ισοσκελές τρίγωνο ΒΓΔ είναι και ορθογώνιο.

Δ6. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία της κορυφής $\hat{B} = 70^\circ$. Αν τα ύψη ΒΔ, ΑΕ τέμνονται στο Ο, να υπολογιστούν οι γωνίες του ΑΟΒ.

Δ7. Να κατασκευάσετε τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρά ΒΓ=6,5cm, γωνία Β=40° και ύψος ΒΑ=4cm.

Δ8. Αν οι $\hat{A}, \hat{B}, \hat{\Gamma}$, τριγώνου ΑΒΓ είναι ανάλογες των αριθμών 2,3,4 να υπολογιστούν οι γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.