

ΚΕΦΑΛΑΙΟ
3^ο
ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΑ
ΣΧΗΜΑΤΑ

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ

3.1 Ίσα σχήματα
3.2 Ίσα τρίγωνα

ΦΥΛΛΟ
ΕΡΓΑΣΙΑΣ

1

I. ΣΧΕΔΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

- Ο διδάσκων καθηγητής αναφέρει σύντομα τη βασική θεωρία που είναι
 - Ίσα σχήματα - Ίσα τρίγωνα.
 - Αντίστοιχα σημεία.
 - Αντίστοιχες γωνίες – Αντίστοιχες γωνίες.
- Υπαγορεύει την Μ₁ στους μαθητές κάνει το 1^ο παράδειγμα στον πίνακα
- Υπαγορεύει το προτεινόμενο Δ1 θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
- Υπαγορεύει την Μ₂ στους μαθητές κάνει το 2^ο παράδειγμα στον πίνακα
- Υπαγορεύει το προτεινόμενο Δ3 θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
- Υπαγορεύει την Μ₃ στους μαθητές κάνει το 3^ο παράδειγμα στον πίνακα
- Ο διδασκόμενος μαθητής επιβλέπεται από τον καθηγητή και αναπτύσσει στο τετράδιο του τις ερωτήσεις κατανόησης 3 , 4 και σχολιάζει τα αποτελέσματα των μαθητών.
- Γίνεται σύντομη ανακεφαλαίωση του αντικειμένου από τον διδάσκοντα καθηγητή
- Δίνονται στον μαθητή για το σπίτι
 - οι υπόλοιπες ερωτήσεις κατανόησης,
 - τα θέματα: Δ2, Δ4 και Δ5

II. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

A. Βασική Θεωρία (επιγραμματικά)-Παρατηρήσεις-Σχόλια

E₁: Τι λέγονται ίσα σχήματα;
 A₁: Λέγονται δύο σχήματα που όταν το ένα μεταφερθεί πάνω στο άλλο μπορεί να συμπέσει πάνω σε αυτό.
 E₂: Τι λέγονται ίσα τρίγωνα;
 A₂: Λέγονται δύο τρίγωνα που όταν το ένα μεταφερθεί πάνω στο άλλο μπορεί να συμπέσει πάνω σε αυτό.
 E₃: Τι λέγονται αντίστοιχα σημεία;
 A₃: Λέγονται δύο σημεία των δύο σχημάτων που ταυτίζονται όταν το ένα σχήμα συμπέσει πάνω στο άλλο σχήμα.
 E₄: Τι λέγονται αντίστοιχες πλευρές;
 A₄: Λέγονται δύο πλευρές των δύο σχημάτων που ταυτίζονται όταν το ένα σχήμα συμπέσει πάνω στο άλλο σχήμα.
 E₅: Τι λέγονται αντίστοιχες γωνίες;
 A₅: Λέγονται δύο γωνίες των δύο σχημάτων που ταυτίζονται όταν το ένα σχήμα συμπέσει πάνω στο άλλο σχήμα.
 E₆: Τι λέγεται τριγωνική ιδιότητα;
 A₆: Λέγεται η ιδιότητα που ισχύει για τις πλευρές α,β,γ ενός τριγώνου ΑΒΓ δηλαδή $a < b + \gamma$, $b < a + \gamma$ και $\gamma < a + b$.
 E₇: Ποια είναι τα κριτήρια ισότητας δύο τριγώνων;
 A₇: **1^ο κριτήριο**
 Όταν οι πλευρές ενός τριγώνου είναι ίσες μια προς μια με τις πλευρές ενός άλλου τριγώνου , τότε τα δύο τρίγωνα είναι ίσα.
2^ο κριτήριο
 Όταν δύο πλευρές ενός τριγώνου είναι ίσες μια προς μια με δύο πλευρές ενός άλλου τριγώνου και οι περιεχόμενες γωνίες σε αυτές τις πλευρές είναι επίσης ίσες, τότε τα δύο τρίγωνα είναι ίσα.
3^ο κριτήριο
 Όταν μια πλευρά ενός τριγώνου είναι ίση με μια πλευρά ενός άλλου τριγώνου και οι προσκείμενες γωνίες στην ίση πλευρά του ενός τριγώνου είναι ίσες μια προς μία με τις προσκείμενες γωνίες στην αντίστοιχη πλευρά του άλλου τριγώνου , τότε τα δύο τρίγωνα είναι ίσα.

Παρατήρηση:

Δύο ίσα σχήματα έχουν το ίδιο εμβαδόν.

Σχόλιο: 1^ο: Δύο σχήματα που έχουν ίσα εμβαδά δεν είναι και ίσα.

2^ο: Απέναντι από ίσες πλευρές σε τρίγωνα βρίσκονται ίσες γωνίες.

3^ο : Απέναντι από ίσες γωνίες σε τρίγωνα βρίσκονται ίσες πλευρές.

B. Ερωτήσεις κατανόησης τύπου: Σωστού-Λάθους, πολλαπλής επιλογής, αντιστοίχισης, διάταξης και συμπλήρωσης.

1. Απαντήστε με Σ – Λ στις παρακάτω ερωτήσεις:

- Τα ίσα τρίγωνα έχουν ίσα εμβαδά. Σ – Λ
- Δύο τρίγωνα με ίσα εμβαδά είναι ίσα Σ – Λ
- Δύο ισόπλευρα τρίγωνα με ίσα εμβαδά είναι ίσα Σ – Λ
- Η διάμεσος σε ισοσκελές τρίγωνο χωρίζει το τρίγωνο σε δύο τρίγωνα ίσα και ισεμβαδικά, Σ - Λ

2. Βάλτε σε κύκλο τη σωστή απάντηση

α) Τα ίσα τρίγωνα που χωρίζουν το τετράγωνο οι διαγώνιες του είναι

A. 6 B. 4 Γ. 4

Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

β) Ενώνουμε τα μέσα των πλευρών ισοπλευρού τριγώνου.

Σχηματίζονται ίσα τρίγωνα

A. 4 B. 2 Γ. 5

Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

Γ. Αναπτυγμένα παραδείγματα για εμπέδωση με αντίστοιχους αλγόριθμους(μεθοδολογίες)

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

M₁: Για να συγκρίνουμε δύο γεωμετρικά σχήματα

1^{ος} τρόπος

Χρησιμοποιούμε διαφανές χαρτί για να μεταφέρουμε ένα γεωμετρικό σχήμα πάνω στο άλλο και να δούμε αν είναι συμπτώσιμα .

2^{ος} τρόπος

Χρησιμοποιούμε υποδεκάμετρο, διαβήτη και μοιρογνωμόνιο

M₂: Για να είναι δυνατή η κατασκευή ενός τριγώνου πρέπει να ισχύει η τριγωνική ιδιότητα δηλαδή να ισχύουν ταυτόχρονα όλες οι ανισότητες $a < b + c$, $b < a + c$ και $c < a + b$.

M₃: Για να αποδείξουμε ότι δύο τρίγωνα είναι ίσα

αρκεί να δείξουμε ότι

1^{ος} τρόπος

Χρησιμοποιούμε διαφανές χαρτί για να μεταφέρουμε ένα τρίγωνο πάνω στο άλλο και να δούμε αν όλες οι πλευρές και όλες οι γωνίες συμπίπτουν.

2^{ος} τρόπος

Χρησιμοποιούμε ένα από τα τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων.

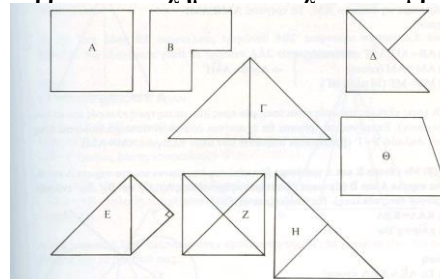
M₄: Για να αποδείξουμε ότι δύο γωνίες είναι ίσες ή δύο ευθύγραμμα τμήματα είναι ίσα αρκεί να δείξουμε ότι ανήκουν σε δύο ίσα τρίγωνα.

M₅: Για να αποδείξουμε μια ανισότητα μεταξύ ευθυγράμμων τμημάτων εκλέγουμε κατάλληλα τρίγωνα και εφαρμόζουμε την τριγωνική ιδιότητα .

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 1ο

Να βρεθούν τα σχήματα που έχουν ίσα εμβαδά.



Επίλυση

Ίσα σχήματα: α) Α και Ζ β) Γ και Η.

Ισοεμβαδικά τα α) Α, Ζ, Γ και Η β) Β, Δ και Ε

Παράδειγμα 2ο

Αν α, β, γ είναι πλευρές τριγώνου ΑΒΓ (σε cm), να βρείτε πότε κατασκευάζεται τρίγωνο.

α) $a = 5\text{cm}$, $b = 6\text{cm}$, $c = 3\text{cm}$

β) $a = 3\text{cm}$, $b = 3\text{cm}$, $c = 3\text{cm}$

γ) $a = 11\text{cm}$, $b = 5\text{cm}$, $c = 4\text{cm}$

Επίλυση

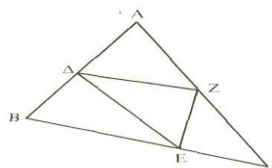
Α) Είναι $6 < 5+3$ και $5 < 6+3$ και $3 < 6+5$ οπότε το τρίγωνο κατασκευάζεται

Β) Είναι $3 < 3+3$ οπότε το τρίγωνο κατασκευάζεται

Γ) Δεν ισχύει $11 < 5+4$ οπότε το τρίγωνο δεν κατασκευάζεται.

Παράδειγμα 3ο

Στο διπλανό σχήμα να δείξετε ότι



$$\Delta E + EZ + ZA < AB + BG + GA$$

Επίλυση

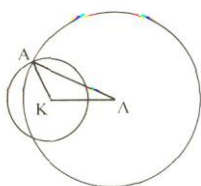
Είναι $\Delta Z < \Delta A + AZ$, $\Delta E < \Delta B + BE$, $EZ < EG + GZ$. Προσθέτοντας τις παραπάνω σχέσεις καταλήγουμε στην αποδεκτέα.

Δ. Προτεινόμενα θέματα για ανάπτυξη για τους διδασκόμενους

Δ1. α) Σε τετράπλευρο ΑΒΓΔ, να αποδείξετε ότι κάθε πλευρά του είναι μικρότερη απ' το άθροισμα των τριών άλλων πλευρών του.

β) Μπορείς να κατασκευάσεις τετράπλευρο με πλευρές 2,3,4 και 10cm;

Δ2. Δίνονται κύκλοι (Κ,6cm) (Λ,10cm). Να βρείτε σε ποιες περιπτώσεις οι κύκλοι τέμνονται:



Α) ΚΛ = 5 cm Β) ΚΛ = 16 cm Γ) ΚΛ = 3 cm

Δ3 Να αποδείξετε ότι οι γωνίες στη βάση ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες.

Δ4 Σε κύκλο (Ο,ρ) παίρνουμε δύο χορδές ίσες ΑΒ=ΓΔ. Να δείξετε ότι $\hat{A}\hat{O}\hat{B} = \hat{G}\hat{O}\hat{D}$.

Δ5. Στη βάση ΒΓ ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ παίρνουμε τα σημεία Δ,Ε έτσι ώστε ΒΔ = ΓΕ. Να δείξετε ότι Το ΑΔΕ τρίγωνο είναι επίσης ισοσκελές.

Δ6. Να δείξετε ότι τα μέσα ισοπλευρού τριγώνου είναι κορυφές επίσης ισοπλευρού τριγώνου