



1.1-1.2

Εισαγωγή στην

Ευκλείδεια Γεωμετρία

Το

Εισαγωγικό

1ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

• ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΜΕ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

εισαγωγή

στην

ευκλείδεια

γεωμετρία

«Τα Μαθηματικά

είναι η βασίλισσα

όλων των επιστημών»

C.F.GAUSS

.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΜΕ ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥΣ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1η: Τι είναι η Γεωμετρία;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 1η: Η Γεωμετρία είναι ένας κλάδος των Μαθηματικών που ασχολείται με τον καθορισμό και τη μελέτη γεωμετρικών σχημάτων.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2η: Τι σημαίνει Γεωμετρία κατά τον Ηρόδοτο;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 2η: Η λέξη Γεωμετρία γράφει ο Ηρόδοτος σημαίνει μέτρηση της γής (γέα+μετρώ).

ΕΡΩΤΗΣΗ 3η: Πως γεννήθηκε η Πρακτική Γεωμετρία;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 3η: Οι Αρχαίοι Βαβυλώνιοι, Αιγύπτιοι, Ινδοί και Κινέζοι είναι από τους πρώτους που ανέπτυξαν την Γεωμετρία. Ο Τίγρης, ο Ευφράτης, ο Ινδός και ο Γάγγης με τις συγχέτουσας πλημμύρες μετέβαλλαν το γύρω χώρο τους σ'ένα απέραντο λασπότοπο. Ετσι οι κάτοικοι αντιμετώπιζαν την επιτακτική ανάγκη να μετρούν τη γη, να επανακαθορίζουν τα όρια των αγρών και να επινοούν τρόπους κατασκευής αρδευτικών έργων ώστε να ελέγχονται οι πλημμύρες. Αποτέλεσμα των αδιάκοπων αυτών προσπαθειών ήταν η δημιουργία και ανάπτυξη της Πρακτικής Γεωμετρίας. Ο σκοπός της ήταν να εξυπηρετήσει τη γεωργία, τις τεχνικές κατασκευής τη μηχανική, την αρχιτεκτονική και την επίλυση των πρακτικών προβλημάτων.

ΕΡΩΤΗΣΗ 4η: Ποιός θεωρείται ο ιδρυτής της Θεωρητικής Γεωμετρίας και τι προβλέπει;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 4η: Ιδρυτής της Θεωρητικής Γεωμετρίας μπορεί να θεωρηθεί ο Θαλής ο Μιλήσιος (643-548π.χ). Εισήγαγε την «απόδειξη» και χρησιμοποίησε την αποδεικτική διαδικασία για να δείξει την αλήθεια πολλών γεωμετριών προτάσεων.

ΕΡΩΤΗΣΗ 5η: Ποιός θεωρείται ο Θεμελιωτής της Θεωρητικής Γεωμετρίας;
Ποιοί ήταν οι συνεχιστές του;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 5η: Θεμελιωτής της Θεωρητικής Γεωμετρίας θεωρείται ο Πυθαγόρας (586-500π.χ) Εξέτασε τις αρχές της Γεωμετρίας και διερεύνησε τα θεωρήματα με καθαρά θεωρητικό τρόπο. Αποκλειστικό έργο του Πυθαγόρα και των Πυθαγορείων θεωρείται η ύλη των τριών πρώτων βιβλίων των «Στοιχείων» του Ευκλείδη. Ο Πυθαγόρας καθόρισε βασικές γεωμετρικές έννοιες, εισήγαγε νέες προτάσεις βελτίωσε την αποδεικτική διαδικασία του Θαλή και ανύψωσε την Γεωμετρία σε Επιστήμη. Συνεχιστές του Πυθαγόρα ήταν οι Πυθαγόρειοι. Ένας από αυτούς ο Ιπποκράτης ο Χίος. Εγραψε βιβλίο Γεωμετρίας με τον τίτλο «Στοιχεία» που βοήθησε στην παραπέρα ανάπτυξη της Θεωρητικής Γεωμετρίας. Είχε διδακτικό σκοπό και έθεσε τις πρώτες βάσεις για την διδασκαλία της Γεωμετρίας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 6η: Πως γεννήθηκε η Ευκλείδεια Γεωμετρία και τι καθόριζε;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 6η: Γύρω στο 300 π.χ γράφονται τα Στοιχεία του Ευκλείδη (330-250 π.χ) που θεωρούνται έργο-σταθμός στην Ιστορία των Μαθηματικών. Χρησιμοποιήθηκαν ως βασικό κείμενο διδασκαλίας της Γεωμετρίας.

Πιστεύοντας ο Ευκλείδης, ότι στην Γεωμετρία αν τεθούν μερικές βασικές αρχές και όροι και επιλεγεί ένα σταθερό σύνολο προτάσεων, τότε η αλήθεια κάθε πρότασης προκύπτει απ' αυτές και από προηγούμενές της προτάσεις με λογικές διαδικασίες και συλλογισμούς.

Ετσι καθόρισε τις βασικές Γεωμετρικές αρχές. Συγκέντρωσε όλα τα έργα των παλαιοτέρων Μαθηματικών, ταξινόμησε την ύλη, την βελτίωσε και την ανέπτυξε. Στη συνέχεια καθορίζοντας πρωταρχικές βασικές έννοιες διατύπωσε προτάσεις που γίνονται αμέσως παραδεκτές. Δημιούργησε λοιπόν το γεωμετρικό οικοδόμημα. Την αποδεικτική μέθοδο του Θαλή, του Πυθαγόρα και των συνεχιστών τους, την τελειοποίησε ο Ευκλείδης δημιουργώντας ένα πρότυπο θεωρητικό και επιστημονικό έργο που αποτελεί την σημαντικότερη συμβολή στην ανάπτυξη της μαθηματικής επιστήμης.

Σήμερα η Ευκλείδεια Γεωμετρία θεμελιώνεται από ένα σύστημα «αξιωμάτων» που πρότεινε ο μαθηματικός D.Hilbert (1862-1943).

ΕΡΩΤΗΣΗ 7η: Τι λέγονται πρωταρχικές γεωμετρικές έννοιες;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 7η: Πρωταρχικές γεωμετρικές έννοιες λέγονται οι έννοιες που τις δίνουμε κάποια ονομασία χωρίς να τις περιγράψουμε με την βοήθεια άλλων στοιχείων.

ΕΡΩΤΗΣΗ 8η: Ποιές είναι οι πρωταρχικές γεωμετρικές έννοιες;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 8η: Είναι το σημείο, η ευθεία και το επίπεδο.

ΕΡΩΤΗΣΗ 9η: Τι λέγονται αξιώματα; Πώς χρησιμοποιούνται;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 9η: Αξιώματα λέγονται οι προτάσεις που δεχόμαστε ως αληθείς που η παρατήρηση και η διαίσθηση μας μας βεβαιώνουν για την αλήθεια τους. Χρησιμοποιούνται για συναγωγή συμπερασμάτων.

ΕΡΩΤΗΣΗ 10η: Σε ποιά αξιώματα υπόκεινται οι πρωταρχικές γεωμετρικές έννοιες;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 10η: ΑΞΙΩΜΑ 1ο

Από δύο σημεία διέρχεται μοναδική ευθεία.

ΑΞΙΩΜΑ 2ο

Για κάθε ευθεία υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο του επιπέδου που δεν ανήκει σ' αυτό.

ΑΞΙΩΜΑ 3ο

Κάθε ευθεία έχει άπειρα σημεία που εκτείνεται απεριόριστα και πρός τις δύο κατευθύνσεις, χωρίς διακοπές και κενά.

ΕΡΩΤΗΣΗ 11η: Τι λέγεται πρόταση;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 11η: Πρόταση λέγεται κάθε έκφραση που έχει πλήρες νόημα και χαρακτηρίζεται ως αληθής ή ψευδής.

ΕΡΩΤΗΣΗ 12η: Τι λέγεται απόδειξη;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 12η: Απόδειξη λέγεται η διαδικασία με την οποία διαπιστώνουμε την αλήθεια μιας πρότασης ακολουθώντας μία σειρά ορθών συλλογισμών.

ΕΡΩΤΗΣΗ 13η: Τι λέγεται θεώρημα;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 13η: Θεώρημα λέγεται κάθε πρόταση η οποία αποδεικνύεται με την βοήθεια των αξιωμάτων ή και άλλων προηγουμένων από αυτήν προτάσεων.

ΕΡΩΤΗΣΗ 14η: Τι λέγεται πόρισμα;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 14η: Πόρισμα λέγεται μια πρόταση που η απόδειξή της προκύπτει άμεσα από ένα η περισσότερα θεωρήματα.

ΕΡΩΤΗΣΗ 15η: Πότε ένα σχήμα λέμε ότι κατασκευάζεται γεωμετρικά;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 15η: Ενα σχήμα λέμε ότι κατασκευάζεται γεωμετρικά όταν είναι δυνατόν να το κατασκευάσουμε αποκλειστικά με διαβήτη και κανόνα , δηλαδή μη βαθμολογημένο χάρακα.

ΕΡΩΤΗΣΗ 16η: Ποιά είναι η διαδικασία απόδειξης μιας πρότασης ή μιάς άσκησης γενικά;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 165η: Για να αποδείξουμε μία πρόταση ή μία άσκηση γενικά ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:

- 1ο βήμα. Σε σχήμα πίνακα ή σταυρού κάνουμε υπόθεση και συμπέρασμα.
- 2ο βήμα. Όλες οι προτάσεις της υπόθεσης μεταφράζονται σε μαθηματικές σχέσεις ισότητας ή ανισότητας μεταξύ ευθυγράμμων τμημάτων, γωνιών, τόξων, τις οποίες αριθμούμε.
- 3ο βήμα. Με την βοήθεια των παραπάνω αριθμημένων σχέσεων, του

σχήματος και ορθών συλλογισμών καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

ΕΡΩΤΗΣΗ 17η : Ποιος είναι ο τρόπος θεμελίωσης και ανάπτυξης μιας άσκησης Γεωμετρίας;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 17η: Ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

- 1) Αρχικά κατανοούμε την εκφώνηση της άσκησης αφού την μελετήσουμε προσεκτικά σε όλα τα σημεία της.
- 2) Την κατατάσσουμε στην αντίστοιχη ύλη.
- 3) Καταστρώνουμε σχηματικά την υπόθεση και το συμπέρασμα.
- 4) Αναπτύσσουμε την υπόθεση στηριζόμενοι σε αξιώματα, θεωρήματα ή πορίσματα.
- 5) Με ορθούς συλλογισμούς καταλήγουμε στο συμπέρασμα.
- 6) Ελέγχουμε όλα τα βήματα που ακολουθήσαμε ως προς την ορθότητά τους.

ΕΡΩΤΗΣΗ 18η: Ποιοί είναι οι βασικοί κλαδοί της Γεωμετρίας και με τι ασχολείται ο καθένας;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ 18η: Η Γεωμετρία διαιρείται σε δύο βασικούς κλάδους:

- την επιπεδομετρία και
- την στερεομετρία.

Η επιπεδομετρία ασχολείται με την μελέτη των επιπέδων σχημάτων ενώ η στερεομετρία με την μελέτη των μή επιπέδων σχημάτων.