

3.16

Σχετικές θέσεις

δύο κύκλων

Το

11^ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

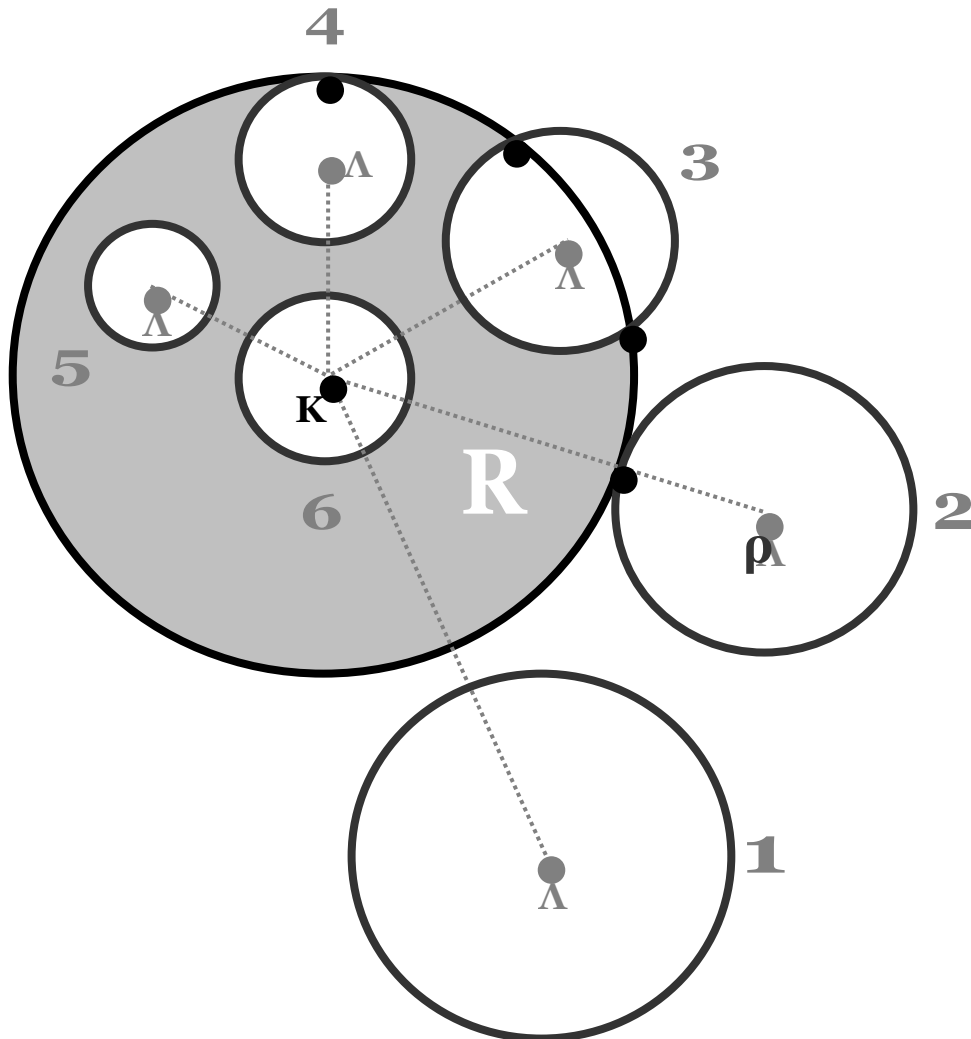
περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

Σχετικές Θέσεις δύο κύκλων

($R > \rho$)
 δ = διάκεντρος ΚΛ



#	Ορισμός	Σχέση	Κοινά Σημεία
1.	Εξωτερικοί	$\delta > R + \rho$	0
2.	Εφαπτόμενοι εξωτερικά	$\delta = R + \rho$	1
3.	Τεμνόμενοι	$R - \rho < \delta < R + \rho$	2
4.	Εφαπτόμενοι εσωτερικά	$\delta = R - \rho$	1
5.	Εσωτερικός	$\delta < R - \rho$	0
6.	Ομόκεντροι	$\delta = 0$	0

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

Ερωτήσεις Κατανόησης

1. Αν (K, R) και (Λ, ρ) είναι δύο κύκλοι που έχουν διαφορετικά κέντρα και $R > \rho$, $K\Lambda = \delta$, να αντιστοιχίσετε κάθε φράση της πρώτης στήλης με την αντίστοιχη σχέση στη δεύτερη στήλη.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. Ο κύκλος (Λ, ρ) είναι εσωτερικός του (K, R) . β. Ο κύκλος (Λ, ρ) εφάπτεται εσωτερικά του (K, R) . γ. Οι κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) τέμνονται.	1. $\delta > R + \rho$
δ. Οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά.	2. $\delta = R + \rho$
ε. Κάθε κύκλος είναι εξωτερικός του άλλου.	3. $\delta = R - \rho$
	4. $\delta < R - \rho$
	5. $\delta = R - \rho$
	6. $\rho < \delta < R$
	7. $2\delta = R\rho$
	8. $R - \rho < \delta < R + \rho$

2. Χαρακτηρίστε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) καθεμία από τις επόμενες προτάσεις και αιτιολογήστε την απάντησή σας.

- i) Η διάκεντρος δύο κύκλων είναι μεσοκάθετος της κοινής χορδής. Σ Λ
- ii) Η κοινή χορδή δύο ίσων κύκλων είναι μεσοκάθετος της διακέντρου. Σ Λ
- iii) Το σημείο επαφής δύο εφαπτό-μενων κύκλων είναι σημείο της διακέντρου. Σ Λ

Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Να προσδιορισθούν οι σχετικές θέσεις των κύκλων (K, ρ) και $(\Lambda, 2\rho)$ αν

ii) $K\Lambda = \rho$, i) $K\Lambda = \frac{\rho}{2}$,

iii) $K\Lambda = 2\rho$, iv) $K\Lambda = 3\rho$,

v) $K\Lambda = 4\rho$.

2. Δίνεται κύκλος (O, ρ) και μια ακτίνα του OA . Γράφουμε κύκλο με διάμετρο OA . Ποια είναι η σχετική θέση των δύο κύκλων;

3. Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα AB και το μέσο του O . Γράφουμε τον κύκλο (A, AO) και τον κύκλο με διάμετρο OB . Ποια είναι η σχετική θέση των δύο κύκλων;

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. Δίνεται κύκλος (O, R) και εξωτερικό σημείο του P , ώστε $OP < 2R$. Γράφουμε τον κύκλο $(O, 2R)$. Να αποδείξετε ότι:

- i) ο κύκλος $(O, 2R)$ τέμνει τον κύκλο (P, PO) σε δύο σημεία Γ και Δ ,
ii) τα ευθύγραμμα τμήματα $O\Gamma$ και $O\Delta$ τέμνουν τον κύκλο (O, R) στα σημεία A και B ,
iii) τα PA και PB εφάπτονται στον (O, R) .

2. Δίνονται δύο κύκλοι (O_1, R_1) και (O_2, R_2) με $O_2 > R_1 + R_2 > 2R_2$.

- i) Να αποδείξετε ότι ο ένας βρίσκεται στο εξωτερικό του άλλου.
ii) Εστω ότι η διάκεντρος τέμνει τον (O_1) στα σημεία M, M' και τον (O_2) στα σημεία N, N' αντίστοιχα με τα M, N μεταξύ των M', N' . Να αποδείξετε ότι $MN \leq AB \leq M'N'$, όπου A, B τυχαία σημεία των κύκλων (O_1) και (O_2) αντίστοιχα.

3. Ένας κύκλος κέντρου K είναι εξωτερικός ενός άλλου κύκλου κέντρου Λ . Μια κοινή εξωτερική εφαπτομένη και μια κοινή εσωτερική εφαπτομένη των δύο κύκλων τέμνονται στο P . Να αποδείξετε ότι $KPL = 90^\circ$.

4. Μπορείτε να ζωγραφίσετε 12 κύκλους, ώστε ο καθένας από

αυτούς να εφάπτεται
σε 5 ακριβώς από
τους δοσμένους κύκλους;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

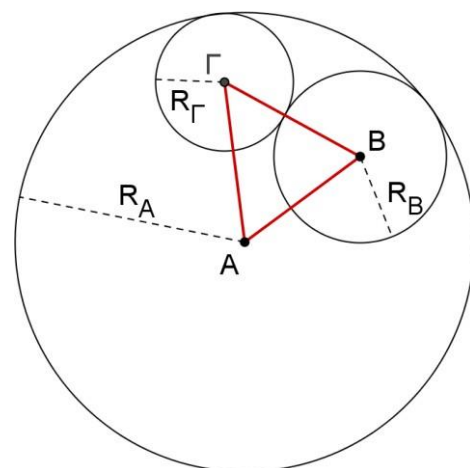
K1. Αν (K, R) και (Λ, ρ) είναι δύο κύκλοι που έχουν διαφορετικά κέντρα και $R > \rho$, $K\Lambda = \delta$, να αντιστοιχίσετε κάθε φράση της πρώτης στήλης με την αντίστοιχη σχέση στη δεύτερη στήλη.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. Ο κύκλος (Λ, ρ) είναι εσωτερικός του (K, R) .	1. $\delta > R + \rho$
β. Ο κύκλος (Λ, ρ) εφάπτεται εσωτερικά του (K, R) .	2. $\delta = R + \rho$
γ. Οι κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) τέμνονται.	3. $\delta = R - \rho$
δ. Οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά.	4. $\delta < R - \rho$
ε. Κάθε κύκλος είναι εξωτερικός του άλλου.	5. $2\delta = R - \rho$
	6. $\rho < \delta < R$
	7. $2\delta = R\rho$
	8. $R - \rho < \delta < R + \rho$

Ενδεικτική Δραστηριότητα 15

Δυο σταθεροί κύκλοι εφάπτονται εσωτερικά ενώ ένας τρίτος κύκλος μεταβάλλεται έτσι ώστε να εφάπτεται στον μεγαλύτερο εσωτερικά και στον μικρότερο εξωτερικά.

Να δείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου που έχει κορυφές τα κέντρα των τριών κύκλων είναι σταθερή και ίση με τη διάμετρο του μεγαλύτερου κύκλου.



Λύση:

Περίμετρος $AB\Gamma =$

1. Να προσδιορισθούν οι σχετικές θέσεις των κύκλων (K, ρ) και $(\Lambda, 2\rho)$ αν

i) $ΚΛ = ρ / 2$, ii) $ΚΛ = ρ$, iii) $ΚΛ = 2ρ$, iv) $ΚΛ = 3ρ$, v) $ΚΛ = 4ρ$.

Λύση:

Η σχετικές θέσεις των κύκλων προσδιορίζονται συγκρίνοντας τηνΚΛ
των δύο κύκλων με

την ή (και) το των ακτίων τους.

.....