

I. ΣΧΕΔΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

- Ο διδάσκων καθηγητής αναφέρει σύντομα τη βασική θεωρία που είναι
 - Κύκλος
 - Κυκλικός δίσκος.
 - Χορδή - Τόξο.
- Υπαγορεύει την M_1 στους μαθητές κάνει το 1^ο παράδειγμα στον πίνακα
- Υπαγορεύει το προτεινόμενο **Δ1** θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
- Υπαγορεύει την M_2 στους μαθητές κάνει το 2^ο παράδειγμα στον πίνακα
- Υπαγορεύει το προτεινόμενο **Δ3** θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
- Υπαγορεύει την M_3 στους μαθητές κάνει το 3^ο παράδειγμα στον πίνακα
- Ο διδασκόμενος μαθητής επιβλέπεται από τον καθηγητή και αναπτύσσει στο τετράδιο του τις ερωτήσεις κατανόησης 3 , 4 και σχολιάζει τα αποτελέσματα των μαθητών.
- Γίνεται σύντομη ανακεφαλαίωση του αντικειμένου από τον διδάσκοντα καθηγητή
- Δίνονται στον μαθητή για το σπίτι
 - οι υπόλοιπες ερωτήσεις κατανόησης,
 - τα θέματα: **Δ2, Δ4, Δ5 και Δ6.**

II. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

A. Βασική Θεωρία (επιγραμματικά)-Παρατηρήσεις-Σχόλια

- E_1 : Τι λέγεται κύκλος; Πως συμβολίζεται;
 A_1 : Κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ είναι το επίπεδο σχήμα που όλα τα σημεία του απέχουν από το O απόσταση ίση με ρ .
 Συμβολίζεται (O, ρ) .
 E_2 : Τι λέγεται κέντρο του κύκλου (O, ρ) ; Πως συμβολίζεται;
 A_2 : Λέγεται το σημείο O .
 E_3 : Τι λέγεται ακτίνα του κύκλου; Πως συμβολίζεται;
 A_3 : Λέγεται η απόσταση του κέντρου από κάθε σημείο του κύκλου.
 Συμβολίζεται με ρ .
 E_4 : Με ποιο γεωμετρικό όργανο σχεδιάζουμε κύκλους;
 A_4 : Με τον διαβήτη.
 E_5 : Πότε δύο κύκλοι λέγονται ίσοι;
 A_5 : Όταν έχουν ίσες ακτίνες.
 E_6 : Τι λέγονται συμπτώσιμοι κύκλοι;
 A_6 : Λέγονται οι κύκλοι που τα κέντρα τους συμπίπτουν και έχουν ίσες ακτίνες.
 E_7 : Τι λέγεται χορδή του κύκλου; Πως συμβολίζεται;
 A_7 : Λέγεται το ευθύγραμμο τμήμα που τα άκρα του είναι σημεία του κύκλου.
 E_8 : Τι λέγεται διάμετρος του κύκλου; Πως συμβολίζεται;
 A_8 : Λέγεται η χορδή του κύκλου που διέρχεται από το κέντρο του.
 E_9 : Ποια σχέση συνδέει την διάμετρο και την ακτίνα ενός κύκλου;
 A_9 : Η διάμετρος είναι διπλάσια της ακτίνας.
 E_{10} : Τι λέγεται τόξο του κύκλου; Πως συμβολίζεται;
 A_{10} : Τόξο AB λέγεται το μέρος του κύκλου που έχει άκρα τα A, B και όλα τα σημεία του είναι σημεία του κύκλου.
 E_{11} : Τι λέγεται ημικύκλιο;
 A_{11} : Λέγεται ο μισός κύκλος.
 E_{12} : Τι λέγεται τεταρτοκύκλιο;
 A_{12} : Λέγεται το ένα τέταρτο του κύκλου.
 E_{13} : Τι λέγεται κυκλικός δίσκος;
 A_{13} : Λέγεται ο κύκλος και όλα τα σημεία που περικλείονται από τον κύκλο.
 E_{14} : Πότε ένα σημείο A είναι εσωτερικό ενός κύκλου (O, ρ) ;

A_{14} : Λέγεται το σημείο του επιπέδου του κύκλου που η απόσταση από το κέντρο του κύκλου είναι μικρότερη της ακτίνας του.

E_{15} : Πότε ένα σημείο A είναι εξωτερικό ενός κύκλου (O, ρ) ;

A_{15} : Λέγεται το σημείο του επιπέδου του κύκλου που η απόσταση από το κέντρο του κύκλου είναι μεγαλύτερη της ακτίνας του.

E_{16} : Τι λέγονται ομόκεντροι κύκλοι;

A_{16} : Λέγονται οι κύκλοι που τα κέντρα τους συμπίπτουν.

Παρατήρηση: Δύο συμπτώσιμοι κύκλοι είναι ίσοι, ενώ δύο ίσοι κύκλοι μπορεί να μην είναι συμπτώσιμοι.

Σχόλιο: 1^ο: Η διάμετρος είναι η μεγαλύτερη χορδή του κύκλου.

2^ο: Δύο σημεία A, B ενός κύκλου ορίζουν πάνω σε αυτόν δύο τόξα. Για να ξεχωρίζουμε στο συμβολισμό ανάμεσα στα A, B τοποθετούμε 3^ο γράμμα.

B. Ερωτήσεις κατανόησης τύπου: Σωστού-Λάθους, πολλαπλής επιλογής.

1. Απαντήστε με Σ – Λ στις παρακάτω ερωτήσεις:

- α) Η διάμετρος είναι η μεγαλύτερη χορδή. $\Sigma - \Lambda$
 β) Οι διάμετροι του κύκλου είναι ίσοι. $\Sigma - \Lambda$

2. Βάλτε σε κύκλο τη σωστή απάντηση

- Ένας κυκλικός δίσκος έχει
 Α. 2 σημεία Β. άπειρα σημεία Γ. Λίγα σημεία
 Δ. Τίποτα από τα προηγούμενα.

Γ. Αναπτυγμένα παραδείγματα για εμπέδωση με αντίστοιχους αλγόριθμους(μεθοδολογίες)

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

M₁: Για να σχεδιάσουμε κύκλο με γνωστή διάμετρο AB
 Α) Βρίσκουμε το μέσο Μ του AB.
 Β) Με κέντρο το Ο και ακτίνα $\rho = OA = OB$ σχεδιάζουμε τον κύκλο.

M₂: Για να βρούμε τα σημεία του επιπέδου Μ που απέχουν από ένα σημείο Ο απόσταση ίση με ρ αρκεί να σχεδιάσουμε κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα ίση με ρ .

M₃: Για να χρωματίσουμε τα σημεία του επιπέδου που απέχουν από το σημείο Α απόσταση μικρότερη με ρ αρκεί να σχεδιάσουμε κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα ίση με ρ και να χρωματίσουμε όλα τα σημεία που βρίσκονται μέσα στον κύκλο.

M₄: Για να χρωματίσουμε τα σημεία του επιπέδου που απέχουν από το σημείο Α απόσταση μεγαλύτερη με ρ αρκεί να σχεδιάσουμε κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα ίση με ρ και να χρωματίσουμε όλα τα σημεία που βρίσκονται έξω από τον κύκλο.

M₅: Για να κατασκευάσουμε τρίγωνο ABΓ με δεδομένες πλευρές $AB = \gamma$, $BΓ = \alpha$ και $AΓ = \beta$
 Α) Σχεδιάζουμε το ευθύγραμμο τμήμα $BΓ = \alpha$.
 Β) Με κέντρο το Β και ακτίνα ίση με $BA = \gamma$ γράφουμε κύκλο.
 Γ) Με κέντρο το Γ και ακτίνα ίση με $GA = \beta$ γράφουμε κύκλο.
 Δ) Οι παραπάνω κύκλοι τέμνονται σε δύο σημεία Α, Α'.
 Ε) Ένα από τα σχηματιζόμενα τρίγωνα είναι το ζητούμενο ABΓ αφού το πρόβλημα έχει δύο λύσεις.

M₆: Για να χρωματίσουμε τα κοινά σημεία δύο ομόκεντρων κύκλων(κυκλικός δακτύλιος)
 Α) Με κοινό κέντρο Ο και ακτίνες ρ, ρ' ($\rho > \rho'$) γράφουμε τους κύκλους.
 Β) Χρωματίζουμε το μέρος έξω από το (Ο, ρ) και μέσα στον (Ο, ρ').

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 1ο

Να σχεδιάσετε κύκλο που έχει διάμετρο $AB = 10\text{cm}$.

Επίλυση

Α) Βρίσκουμε το μέσο Μ του AB, παίρνοντας $AM = 5\text{cm}$.
 Β) Με κέντρο το Μ και ακτίνα $\rho = MA = MB = 5\text{cm}$ σχεδιάζουμε τον κύκλο.

Παράδειγμα 2ο

Να βρείτε τα σημεία του επιπέδου που απέχουν από το σημείο Ο απόσταση ίση με 3, 5cm .

Επίλυση

Με κέντρο Ο και ακτίνα ίση με $\rho = 3, 5\text{cm}$ σχεδιάζουμε κύκλο. Τα σημεία του κύκλου (Ο, 3, 5cm) είναι τα ζητούμενα σημεία.

Παράδειγμα 3ο

Να γράψετε ένα ευθύγραμμο τμήμα $BΓ = 5\text{cm}$. Να βρείτε τα σημεία του επιπέδου τα οποία απέχουν:

α) 3cm από το Β β) 4cm από το Γ γ) 3cm από το Β και 4cm από το Γ.

Επίλυση

α) Είναι τα εσωτερικά σημεία του κύκλου (Β,3cm).
 β) Είναι τα εσωτερικά σημεία του κύκλου (Γ,4cm).
 γ) Είναι το κοινό μέρος των δύο κύκλων (Β,3cm) και (Γ,4cm).

Παράδειγμα 3°

Να κατασκευάσετε τρίγωνο ABΓ με πλευρές $AB = 5\text{cm}$, $AΓ = 6\text{cm}$ και $BΓ = 9\text{cm}$.

Επίλυση

Α) Σχεδιάζουμε το ευθύγραμμο τμήμα $BΓ = 9\text{cm}$.
 Β) Με κέντρο το Β και ακτίνα ίση με $BA = 5\text{cm}$, γράφουμε κύκλο.
 Γ) Με κέντρο το Γ και ακτίνα ίση με $GA = 6\text{cm}$ γράφουμε κύκλο.
 Δ) Οι παραπάνω κύκλοι τέμνονται σε δύο σημεία Α, Α'.
 Ε) Ένα από τα σχηματιζόμενα τρίγωνα είναι το ζητούμενο ABΓ αφού το πρόβλημα έχει δύο λύσεις.

Δ. Προτεινόμενα θέματα για ανάπτυξη για τους διδασκόμενους

Δ1. . Να σχεδιάσετε έναν κύκλο διαμέτρου $\delta = 6,8\text{cm}$.

Δ2. Να γράψετε ένα ευθύγραμμο τμήμα $BΓ = 10\text{cm}$. Να βρείτε τα σημεία του επιπέδου τα οποία απέχουν:
 α) 6cm από το Β β) 8cm από το Γ γ) 6cm από το Β και 8cm από το Γ.

Δ3. Να κατασκευάσετε τρίγωνο ABΓ με πλευρές $AB = 3,5\text{cm}$, $AΓ = 4,5\text{cm}$ και $BΓ = 6\text{cm}$.

Δ4. Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα $AB = 8\text{cm}$ και οι κύκλοι (Α,4cm) και (Β,6cm). Να βρείτε το σύνολο των σημείων του επιπέδου που απέχουν από το Α απόσταση μεγαλύτερη από 4cm και απ' το Β απόσταση μικρότερη ή ίση από 6cm.

Δ5. Δίνονται δυο ομόκεντροι κύκλοι (Ο,3cm) και (Ο,4cm).Να βρείτε τα σημεία του επιπέδου τα οποία απέχουν από το Ο

α) Περισσότερο από 3cm
 β) Λιγότερο από 4cm
 γ) Περισσότερο από 3cm και λιγότερο από 4cm.

Δ6. Δίνεται ημικύκλιο διαμέτρου $AB = 10\text{cm}$.

α) Να βρείτε δύο σημεία Γ, Δ του ημικυκλίου που να απέχουν από τα Α,Β αντίστοιχα 4cm.
 β) Να μετρήσετε τις αποστάσεις των Γ,Δ απ' την AB και να τις συγκρίνετε,
 γ) Ποια η θέση της ΓΔ ως προς την AB;