ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας,
Έρευνας και Θρησκευμάτων
ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1ο ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ

ΜΑΘΗΜΑ 8Ο

Εξισώσεις δευτέρου βαθμού.

Το ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

Επιμέλεια αρχείου: **Ηλίας Ράιδος** Καθηγητής Μαθηματικών. E-mails:**raidosi@yahoo.gr**
http://blogs.sch.gr/iraidos/ **iraidos@gmail.com**

ΕΠΙΠΕΔΟ 1ο

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1η: Τι λέγεται εξίσωση 2ου βαθμού ή δευτεροβάθμια εξίσωση;

ΕΡΩΤΗΣΗ 2η: Τι λέγονται συντελεστές των όρων της εξίσωσης $\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma = 0$, $\alpha \neq 0$;

ΕΡΩΤΗΣΗ 3η: Τι λέγεται ελλειπής μορφή της εξίσωσης $\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma = 0$, $\alpha \neq 0$;

ΕΡΩΤΗΣΗ 4η: Τι λέγεται διακρίνουσα της εξίσωσης $\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma = 0$, $\alpha \neq 0$;

ΕΡΩΤΗΣΗ 5η: Ποια είναι η διαδικασία της συμπλήρωσης του τετραγώνου για την επίλυση μιας εξίσωσης δευτέρου βαθμού;

ΕΡΩΤΗΣΗ 6η: Ποιοι είναι οι τύποι του αθροίσματος και του γινομένου των ριζών μιας εξίσωσης 2ου βαθμού;

ΕΡΩΤΗΣΗ 7η: Πως μετασχηματίζεται μία εξίσωση δευτέρου βαθμού με την βοήθεια των τύπων του Vieta;

ΕΡΩΤΗΣΗ 8η : Πως βρίσκουμε το είδος των ριζών μιας εξίσωσης δευτέρου βαθμού χωρίς να την επιλύσουμε;

ΕΡΩΤΗΣΗ 9η : Ποιους μετασχηματισμούς ταυτοτήτων γνωρίζετε;

ΕΡΩΤΗΣΗ 10η : Τι λέγεται αντίστροφη εξίσωση δευτέρου βαθμού;

ΕΡΩΤΗΣΗ 11η : Ποια είναι τα πρόσημα των ριζών χ_1,χ_2 της εξίσωσης $\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma = 0$, $\alpha \neq 0$;

ΕΡΩΤΗΣΗ 12η : Ποια είναι η θέση του αριθμού $\xi \epsilon R$ ως προς τις ρίζες χ_1,χ_2 της εξίσωσης $f(x)=\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma = 0$, $\alpha \neq 0$;

ΕΡΩΤΗΣΗ 13η : Ποια είναι η θέση δύο αριθμών $\xi_1,\xi_2 \; \epsilon R$ με $\xi_1 \neq \xi_2$ ως προς τις ρίζες χ_1,χ_2 της εξίσωσης $f(x)=\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma = 0$, $\alpha \neq 0$;

ΕΡΩΤΗΣΗ 14η : Ποιες εξισώσεις ελλειπών μορφών γνωρίζετε και πως επιλύονται;

Β. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ

M_7: Για να επιλύσουμε μια εξίσωση δεύτερου βαθμού στην ελληνική μορφή $\alpha\chi^2 + \gamma = 0$

α) Επιλύουμε ως προς χ^2 δηλαδή $\chi^2 = \frac{-\gamma}{\alpha}$ (1)

β) Διακρίνουμε τις περιπτώσεις :

I. Αν $\frac{-\gamma}{\alpha} > 0$ και $\chi = \sqrt{\frac{-\gamma}{\alpha}}$

II. Αν $\frac{-\gamma}{\alpha} < 0$ τότε η (1) είναι αδύνατη.

Παράδειγμα

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

M_8: Για να επιλύσουμε μια εξίσωση δεύτερου βαθμού στην ελλειπή μορφή $\alpha\chi^2 + \beta\chi = 0$

Α) Κάνουμε παραγοντοποίηση

Β) Μηδενίζουμε κάθε παράγοντα

Γ) Συμπεραίνουμε για τις λύσεις

Παράδειγμα

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

M_9 : Για να επιλύσουμε μια εξίσωση δεύτερου βαθμού στην μορφή $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ με την μέθοδο της συμπλήρωσης

α) Βγάζουμε κοινό παράγοντα το α

β) Προσθέτουμε κατάλληλο αριθμό (το τετράγωνο του μισού του αριθμού που βρίσκεται μεταξύ των χ^2 ,χ) και στα δύο μέλη ώστε να σχηματιστεί στο 1^o μέλος η ταυτότητα $(\alpha \pm \beta)^2$.

γ) Προκύπτει η μορφή $\chi^2 = \kappa$ την οποία επιλύουμε ως προς χ , αν έχει λύση.

δ) Συμπεραίνουμε για τις λύσεις.

Παράδειγμα

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

M_{10}: Για να επιλύσουμε μια εξίσωση δεύτερου βαθμού με βάση την διακρίνουσα $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$ πρέπει να γνωρίζουμε τα παρακάτω :

$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$	Η εξίσωση $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$
$\Delta > 0$	Έχει δύο ρίζες άνισες δηλαδή $\chi_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$
$\Delta = 0$	Έχει μία ρίζα διπλή , δηλαδή $\chi = \frac{-\beta}{2\alpha}$
$\Delta < 0$	Δεν έχει πραγματική ρίζα

Παράδειγμα

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

M_{11} : Για να επιλύουμε ότι η εξίσωση $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες, αρκεί να δείξουμε ότι :

$1^{ος}$ τρόπος : $\Delta > 0$

$2^{ος}$ τρόπος : $\alpha \cdot \gamma < 0$, δηλαδή οι συντελεστές α και γ είναι ετερόσημοι.

Παράδειγμα

Επίλυση

Εφαρμογή 1η από τον μαθητή

M_{12} : Για να δείξουμε ότι μια εξίσωση έχει διπλή ρίζα, αρκεί να δείξουμε ότι $\Delta = 0$.

Παράδειγμα

Επίλυση

Εφαρμογή 1η από τον μαθητή

M_{13} : Για να δείξουμε ότι μια εξίσωση δεν έχει πραγματική ρίζα, αρκεί να δείξουμε ότι $\Delta < 0$

Παράδειγμα

Επίλυση

Εφαρμογή 1η από τον μαθητή

M_{14} : Για να δείξουμε ότι ένας αριθμός κ είναι ρίζα της εξίσωσης $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ αρκεί να δείξουμε ότι $\alpha\kappa^2 + \beta\kappa + \gamma = 0$ δηλαδή για χ=κ η εξίσωση $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$ επαληθεύεται.

Παράδειγμα

Επίλυση

Εφαρμογή 1η από τον μαθητή

M_{15}: Για να επιλύσουμε ένα πρόβλημα

Α) Ονομάζουμε χ, ψ τα ζητούμενα μεγέθη και θέτουμε τους περιορισμούς , αν χρειάζονται.

Β) Με βάση τα δεδομένα σχηματίζουμε εξισώσεις.
Γ) Συνδυάζοντας τις εξισώσεις προκύπτει εξίσωση δευτέρου βαθμού.
Δ) Επιλύουμε την παραπάνω εξίσωση.
Ε) Επαληθεύουμε τις λύσεις.
ΣΤ) Συμπεραίνουμε για το αποτέλεσμα.

Παράδειγμα

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

M_{16}: Για να δείξουμε ότι μια εξίσωση δευτέρου βαθμού έχει ρητές ρίζες αρκεί να δείξουμε $\Delta = \kappa^2$, κεQ.

Παράδειγμα

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

M_{17}: Για να επιλύσουμε την εξίσωση της μορφής $\alpha x^2+\beta|x|+\gamma=0$ (1)
α) Θέτω $|x|=y\geq 0$, οπότε $|x|^2=x^2=y^2$
β) Μετασχηματίζω την (1) στη μορφή $\alpha y^2+\beta y+\gamma=0$ την οποία επιλύω.
γ) Αντικαθιστούμε τις τιμές του y στη $|x|=y$ και επιλύουμε ως προς x.

Παράδειγμα

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

M_{18}: Για να επιλύσουμε μια ρητή εξίσωση:
α) Βρίσκουμε το ΕΚΠ των παρονομαστών και βάζουμε περιορισμό ΕΚΠ $\neq 0$.

β) Κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών.
γ) Επιλύουμε την εξίσωση που προκύπτει μετά την απαλοιφή των παρονομαστών.
δ) Εξετάζουμε αν οι λύσεις της εξίσωσης αντίκειται στους περιορισμούς του ΕΚΠ.
ε) Συμπεραίνουμε για τις λύσεις.

Παράδειγμα

Επίλυση

Εφαρμογή 1η από τον μαθητή

M_{19}: Για να επιλύσουμε μια διτετράγωνη εξίσωση:
α) Θέτω $x^2=y\geq 0$ (1), οπότε προκύπτει η επιλύουσα της διτετράγωνης $\alpha y^2+\beta y+\gamma=0$(2)
β) Επιλύουμε τη (2).
γ) Αντικαθιστώ τις λύσεις της (2) στην (1) και επιλύουμε ως προς x.
δ) Συμπεραίνουμε για τις λύσεις της εξίσωσης.

Παράδειγμα

Επίλυση

Εφαρμογή 1η από τον μαθητή

M_{20}: Για να επιλύσουμε ένα σύστημα 2x2 με μια εξίσωση πρωτοβάθμια και την άλλη δευτεροβάθμια εφαρμόζουμε τη μέθοδο της αντικαταστάσεως:
α) Επιλύουμε την πρωτοβάθμια ως προς έναν άγνωστο και την ονομάζουμε (1).
β) Αντικαθιστούμε την (1) στη δευτεροβάθμια και την επιλύουμε. Τις λύσεις που προκύπτουν τις αντικαθιστούμε στην (1).
γ) Συμπεραίνουμε για τις λύσεις του συστήματος.

Παράδειγμα

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

M_{21}: Για να επιλύσουμε ένα πρόβλημα:
α) Ονομάζουμε x και y τα ζητούμενα του προβλήματος.
β) Θέτουμε περιορισμούς, αν χρειάζεται.
γ) Με βάση τα δεδομένα της άσκησης σχηματίζουμε σύστημα.
δ) Επιλύουμε το παραπάνω σύστημα.
ε) Συμπεραίνουμε για το αποτέλεσμα.

Παράδειγμα

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

M_{22}: Για να δείξουμε ότι η ευθεία ε: $y=\beta x+\gamma$ τέμνει την παραβολή c: $y=\alpha x^2$ αρκεί να δείξουμε ότι η εξίσωση $\alpha x^2=\beta x+\gamma \Leftrightarrow \alpha x^2-\beta x-\gamma=0$ έχει διακρίνουσα $\Delta>0$.

Παράδειγμα

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

M_{23}: Για να δείξουμε ότι η ευθεία ε: $y=\beta x+\gamma$ εφάπτεται με την παραβολή c: $y=\alpha x^2$ αρκεί να δείξουμε ότι η εξίσωση $\alpha x^2=\beta x+\gamma \Leftrightarrow \alpha x^2-\beta x-\gamma=0$ έχει διακρίνουσα $\Delta=0$.

Παράδειγμα

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

M_{24}: Για να δείξουμε ότι η ευθεία ε: y=βx+γ δεν τέμνει την παραβολή c: $y=\alpha x^2$ αρκεί να δείξουμε ότι η εξίσωση $\alpha x^2=\beta x+\gamma \Leftrightarrow \alpha x^2-\beta x-\gamma=0$ έχει διακρίνουσα Δ<0.

Παράδειγμα

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

M_{25}: Για να επιλύσουμε προβλήματα στα οποία μεσολαβούν τύποι της Φυσικής πρέπει να γνωρίζουμε τους τύπους:

α) $h=\frac{1}{2}gt^2$ (ελεύθερη πτώση)

β) S=Ut (κίνηση ευθύγραμμη)

Παράδειγμα

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

M_{26}: Για να έχει 4 άνισες πραγματικές ρίζες μια διτετράγωνη εξίσωση πρέπει η επιλύουσά της να έχει δύο πραγματικές θετικές και άνισες ρίζες, δηλαδή για την επιλύουσα πρέπει να ισχύουν ταυτόχρονα Δ>0, S>0 και P>0.

Παράδειγμα

Επίλυση

Εφαρμογή 1η από τον μαθητή

ΕΠΙΠΕΔΟ 2ο

1.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 1η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:

Ο τύπος $S=\upsilon_o t + \frac{1}{2}\gamma t^2$ είναι εξίσωση δευτέρου βαθμού.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2η

Πόσες ρίζες έχει η εξίσωση $\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma=0$, $\alpha \neq 0$, όταν $\Delta=0$;

ΕΡΩΤΗΣΗ 3η

Αν οι συντελεστές α, γ είναι ετερόσημοι, τι συμπεραίνεται για τις ρίζες της εξίσωσης $\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma=0$, $\alpha \neq 0$; Γιατί;

ΕΡΩΤΗΣΗ 4η

Σε ποια σχέση βρίσκεται η παράσταση $\Pi = \chi_1^2+\chi_2^2$ με τα S,P όπου $S=\chi_1+\chi_2$ $P=\chi_1.\chi_2$;

ΕΡΩΤΗΣΗ 5η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:

Μια δευτεροβάθμια εξίσωση που μηδενίζεται για τρείς διαφορετικές τιμές του χ είναι ταυτότητα.

ΕΡΩΤΗΣΗ 6η

Είναι δυνατόν η εξίσωση $\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma=0$, $\alpha \neq 0$ να έχει ρίζες άνισες όταν οι συντελεστές α,γ δεν είναι ετερόσημοι;

2.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ - ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ - ΔΙΑΤΑΞΗ

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β). Συνδέστε με μία γραμμή τα στοιχεία των δύο στηλών.

Στήλη (Α)	Στήλη (Β) Διακρίνουσα $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$
$\chi^2 - \alpha = 0$	$-\alpha^2$
$\chi^2 - \alpha\chi = 0$	$4\,\alpha$
$\chi^2 - 3\chi - \alpha = 0$	$9 + 4\,\alpha$
$-\chi^2 + \alpha\chi - 3 = 0$	α^2
	$\alpha^2 + 12$
	$\alpha^2 - 12$

Συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις.

Αν η εξίσωση $\chi^2 + \beta\chi - \gamma = 0$, $\gamma \neq 0$ έχει δύο ρίζες άνισες , συμπληρώστε δίπλα από κάθε εξίσωση το πλήθος των ριζών της.

α) $\chi^2 - \beta\chi - \gamma = 0$ ....

β) $\gamma\chi^2 + \beta\chi - 1 = 0$ ....

γ) $-\chi^2 - \beta\chi + \gamma = 0$ ....

δ) $\gamma\chi^2 - \beta\chi - 1 = 0$ ....

ε) $-\gamma\chi^2 - \beta\chi + 1 = 0$ ....

Διατάξτε από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.

1) Αν ρ_1, ρ_2 με $\rho_1 < \rho_2$ οι ρίζες της εξίσωσης $2\chi^2 - 5\chi - 7 = 0$, διατάξτε τις παρακάτω ποσότητες.

α) $\rho_1 + \rho_2$

β) $\rho_1 - \rho_2$

γ) $\rho_1 . \rho_2$

δ) $\frac{\rho_1}{\rho_2}$.

2) Διατάξτε τις εξισώσεις ανάλογα με το πλήθος των ριζών τους.

α) $\chi^2 - 4 = 0$ β) $\chi^2 + \chi = 0$ γ) $\chi^2 + \chi + 1 = 0$ δ) $\chi^2 - 4\chi + 4 = 0$ ε) $\chi(\chi - 2) + 1 = 0$ στ) $-3\chi^2 - 4 = 0$

3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

Έστω η εξίσωση $αχ^2+βχ+γ=0$. Η εξίσωση

Α		είναι δευτέρου βαθμού.
Β		μπορεί να είναι δευτέρου βαθμού.
Γ		είναι πρώτου βαθμού όταν $β=0$

ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Έστω η εξίσωση $αχ^2=0$, $α \neq 0$. Η εξίσωση

Α		έχει και μη μηδενικές λύσεις
Β		έχει μια διπλή λύση , την μηδενική.
Γ		δεν έχει λύσεις.

ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Έστω η εξίσωση $αχ^2+βχ+γ=0$, $α \neq 0$. Ρίζα της εξίσωσης είναι

Α		κάθε αριθμός που παίρνει τη θέση του χ
Β		ο μοναδικός αριθμός ρ που επαληθεύει την εξίσωση.
Γ		κάθε αριθμός ρ που επαληθεύει την εξίσωση.

ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Η εξίσωση $αχ^2+βχ+γ=0$, $α \neq 0$ που έχει ρητές ρίζες , όταν

Α		α,β,γ είναι ρητοί.
Β		α,β,γεR και Δ=τέλειο τετράγωνο ρητού αριθμού.
Γ		α,β,γεQ και Δ=τέλειο τετράγωνο ρητού αριθμού.

ΕΡΩΤΗΣΗ 5Η

Αν $χ_1,χ_2$ ρίζες της εξίσωσης $αχ^2+βχ+γ=0$, $α \neq 0$ τότε

Α		$χ_1^2+χ_2^2 = S^2-2P$
Β		$χ_1^2-χ_2^2 = S.P$
Γ		$χ_1-χ_2 = P$

4.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ: ΠΟΤΕ......ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:ΟΤΑΝ..

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε......	με όταν...
Ερώτηση α)	
.... μια δευτεροβάθμια εξίσωση είναι ελλειπής μορφή;	
Ερώτηση β)	
.... μια δευτεροβάθμια εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες;	
Ερώτηση γ)	
.... μια δευτεροβάθμια εξίσωση έχει μία διπλή ρίζα;	
Ερώτηση δ)	
.... μια δευτεροβάθμια εξίσωση έχει ρητές ρίζες ;	
Ερώτηση ε)	
.... η δευτεροβάθμια εξίσωση $αχ^2+βχ+γ=0$ $α \neq 0$ έχει μοναδική ρίζα το 0;	
Ερώτηση στ)	
.... η δευτεροβάθμια εξίσωση $αχ^2+βχ+γ=0$ $α \neq 0$ έχει ετερόσημες ρίζες;	
Ερώτηση ια)	
.... η δευτεροβάθμια εξίσωση $αχ^2+βχ+γ=0$ $α \neq 0$ έχει δύο ρίζες θετικές;	

5.ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

1 Αν η εξίσωση $\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$ έχει ρίζες χ_1,χ_2 , να υπολογιστούν οι παραστάσεις $A = \chi_1^2+\chi_2^2$ $B = \chi_1^3+\chi_2^3$ $\Gamma = \frac{\chi_1^2}{\chi_2} + \frac{\chi_2^2}{\chi_1}$ $\Delta = \frac{1}{3\chi_1-4} + \frac{1}{3\chi_2-4}$

2. Να βρεθούν οι κ ,λεR ώστε η εξίσωση $3\chi^2+8(\kappa-3)\chi+5(\lambda-2) = 0$, να έχει ως μοναδική ρίζα το 0.

3 Αν η εξίσωση $2\chi^2-8\chi+3 = 0$ έχει ρίζες χ_1,χ_2 , να βρεθεί η εξίσωση που έχει ρίζες

α) $\rho_1=5\chi_1-2\chi_2$, $\rho_2=5\chi_2-2\chi_1$

β) $\rho_1 = \frac{1}{\chi_1^3}$, $\rho_2 = \frac{1}{\chi_2^3}$

4 Να βρεθεί ο αριθμός μεR αν ο λόγος των ριζών της εξίσωσης $\chi^2+2\chi+\mu-2 = 0$ είναι ίσος με 2

5 Για ποιες τιμές του λεR οι ρίζες της εξίσωσης $2\chi^2-(\lambda^2+\lambda-2)\chi-5 = 0$ είναι αντίθετες;

6 Για ποιες τιμές του λεR οι ρίζες ρ_1, ρ_2 της εξίσωσης $2\chi^2-(\lambda+6)\chi+3\lambda = 0$

α) είναι αντίθετες;

β) είναι αντίστροφες;

γ) ικανοποιούν τη σχέση $\rho_1^2+ \rho_2^2=13$

δ) ικανοποιούν τη σχέση $(\rho_1- \frac{3}{\rho_2}).(\rho_2- \frac{3}{\rho_1}) = 4$

6. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

7. Να επιλυθούν οι εξισώσεις

   α) $\chi^2+4\kappa\chi-21\kappa^2 = 0$

   β) $\psi^2-(\alpha+3)\psi+3\alpha=0$

8. Να προσδιορίσετε το χ σε συνάρτηση του ψ από τις εξισώσεις

   α) $2\psi^2+3\chi\psi-7\psi = 2\chi^2-11\chi+15$

   β) $6\psi^2-4\psi-3\chi\psi = 9\chi^2+9\chi+2$

9. Να επιλύσετε την εξίσωση $\frac{x+2}{2}-(x-2)^2=\frac{3x-2}{2}$

10. Η εξίσωση $\lambda\chi^2+5\chi+10 = 0$:

    α) Για ποια τιμή του λ έχει μία λύση;

    β) Για ποια τιμή του λ έχει μία διπλή λύση;

    γ) Να βρεθεί η διπλή ρίζα.

11. Δίνεται η εξίσωση $\chi^2-20(\mu+3)\chi+\mu^2+6\mu-5 = 0$ με ρίζες ρ_1,ρ_2 .

    Αποδείξτε ότι η διαφορά $\rho_1-\rho_2$ δεν εξαρτάται από το μ .

7. ΑΝΑΠΤΥΓΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΕ ΒΟΗΘΟ ΤΟΝ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ

ΘΕΜΑΤΑ	ΠΛΗΚΤΡΟΛΟΓΗΣΗ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Θέμα 26.1 Να επιλύσετε την εξίσωση $\chi^2-4\chi = 0$		
Θέμα 27.1 Να επιλύσετε την εξίσωση $2\chi^2+\chi-15 = 0$		
Θέμα 28.1 Να επιλύσετε την εξίσωση $8\psi^2=10\kappa\psi + 3\kappa^2$		
Θέμα 29.1 Να επιλύσετε την εξίσωση $-\frac{1}{2}\chi^2+5\chi + 1 = 0$		
Θέμα 30.1 Να επιλύσετε την εξίσωση $4\chi^2-4\kappa\chi-35\kappa^2 = 0$		

8. ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΣΤΗ ΤΑΞΗ

12. Να επιλύσετε τις εξισώσεις

α) $\chi^2-2\chi+2\sqrt{5}-5 = 0$

β) $\chi^2-(6+\sqrt{7})\chi+4(2+\sqrt{7}) = 0$

13. Αποδείξτε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου κεR η εξίσωση $\kappa\chi^2+2\chi-(\kappa-2) = 0$ έχει πραγματικές ρίζες.

14. Αν χ_1,χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\chi^2-2\chi-3 = 0$, χωρίς να επιλύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων

$A = \chi_1^2\chi_2 + \chi_1\chi_2^2$ $\qquad$ $B = \dfrac{1}{\chi_1+2} + \dfrac{1}{\chi_2+2}$

15. Αν Δ και χ_1,χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma = 0$ $\quad \alpha \neq 0$, να αποδείξετε ότι

$$|\chi_1-\chi_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|\alpha|}$$

9.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 1η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:

Ο τύπος $S=\upsilon_o\, t + \frac{1}{2}\gamma\, t^2$ είναι εξίσωση δευτέρου βαθμού.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2η

Πόσες ρίζες έχει η εξίσωση $\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma=0$, $\alpha \neq 0$, όταν $\Delta=0$;

ΕΡΩΤΗΣΗ 3η

Αν οι συντελεστές α,γ είναι ετερόσημοι, τι συμπεραίνεται για τις ρίζες της εξίσωσης $\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma=0$, $\alpha \neq 0$; Γιατί;

ΕΡΩΤΗΣΗ 4η

Σε ποια σχέση βρίσκεται η παράσταση $\Pi = \chi_1^2+\chi_2^2$ με τα S,P όπου $S=\chi_1+\chi_2$ $P=\chi_1\cdot\chi_2$;

ΕΡΩΤΗΣΗ 5η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:

Μια δευτεροβάθμια εξίσωση που μηδενίζεται για τρείς διαφορετικές τιμές του χ είναι ταυτότητα.

ΕΡΩΤΗΣΗ 6η

Είναι δυνατόν η εξίσωση $\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma=0$, $\alpha \neq 0$ να έχει ρίζες άνισες όταν οι συντελεστές α, γ δεν είναι ετερόσημοι;

10.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ - ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ - ΔΙΑΤΑΞΗ

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β). Συνδέστε με μία γραμμή τα στοιχεία των δύο στηλών.

Στήλη (Α)	Στήλη (Β) Διακρίνουσα $\Delta = \beta^2-4\alpha\gamma$
$\chi^2-\alpha = 0$	$-\alpha^2$
$\chi^2-\alpha\chi= 0$	$4\ \alpha$
$\chi^2-3\chi-\alpha = 0$	$9+4\ \alpha$
$-\chi^2+\alpha\chi-3 = 0$	α^2
	α^2+12
	α^2-12

Συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις.

Αν η εξίσωση $\chi^2+\beta\chi-\gamma=0$, $\gamma \neq 0$ έχει δύο ρίζες άνισες , συμπληρώστε δίπλα από κάθε εξίσωση το πλήθος των ριζών της.

α) $\chi^2-\beta\chi-\gamma = 0$ ....
β) $\gamma\chi^2+\beta\chi-1 = 0$ ....
γ) $-\chi^2-\beta\chi+\gamma = 0$ ....
δ) $\gamma\chi^2-\beta\chi-1 = 0$ ....
ε) $-\gamma\chi^2-\beta\chi+1 = 0$ ....

Διατάξτε από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.

1) Αν ρ_1,ρ_2 με $\rho_1 < \rho_2$ οι ρίζες της εξίσωσης $2\chi^2-5\chi-7=0$, διατάξτε τις παρακάτω ποσότητες.

α) $\rho_1+\rho_2$ β) $\rho_1-\rho_2$ γ) $\rho_1.\rho_2$ δ) $\dfrac{\rho_1}{\rho_2}$.

2) Διατάξτε τις εξισώσεις ανάλογα με το πλήθος των ριζών τους.

α) $\chi^2-4 = 0$ β) $\chi^2+\chi = 0$ γ) $\chi^2+\chi+1 = 0$ δ) $\chi^2-4\chi+4 = 0$ ε) $\chi(\chi-2)+1 = 0$ στ) $-3\chi^2-4 = 0$

11. ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

16. Να επιλυθούν οι εξισώσεις

α) $\chi^2+4\kappa\chi-21\kappa^2 = 0$

β) $\psi^2-(\alpha+3)\psi+3\alpha =0$

17. Να προσδιορίσετε το χ σε συνάρτηση του ψ από τις εξισώσεις

α) $2\psi^2+3\chi\psi-7\psi = 2\chi^2 -11\chi+15$

β) $6\psi^2-4\psi-3\chi\psi = 9\chi^2+9\chi+2$

18. Να επιλύσετε την εξίσωση $\dfrac{x+2}{2}-(x-2)^2=\dfrac{3x-2}{2}$

19 Η εξίσωση $\lambda\chi^2+5\chi+10 = 0$:
α) Για ποια τιμή του λ έχει μία λύση;

β) Για ποια τιμή του λ έχει μία διπλή λύση;

γ) Να βρεθεί η διπλή ρίζα.

20 Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 -20(\mu+3)\chi+\mu^2+6\mu-5 = 0$ με ρίζες ρ_1,ρ_2 .
Αποδείξτε ότι η διαφορά $\rho_1-\rho_2$ δεν εξαρτάται από το μ .

21. α) Για ποια τιμή της παραμέτρου λ η εξίσωση $\chi^2-\lambda\chi+7 = 0$ έχει δύο ρίζες χ_1,χ_2 πραγματικές και άνισες που ικανοποιούν τη σχέση $(\chi_1+\chi_2)^3 = 343$.

Β) Για την τιμή του λ του α) ερωτήματος επιλύστε την ανίσωση
$|2\chi-\lambda| + \chi_1\cdot\chi_2 > \chi_1+\chi_2 +3$.

22. Για ποιες τιμές των μ,λεR οι ρίζες ρ_1, ρ_2 της εξίσωσης $2\chi^2-(\mu+1)\chi+\lambda-2 = 0$

επαληθεύουν το σύστημα $\begin{cases} 3\rho_1+3\rho_2=2\rho_1\rho_2 \\ 1-\rho_1\rho_2=5(\rho_1+\rho_2+2) \end{cases}$

12. ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

1. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

α. $2x^2 - 2 = 3x$ **β.** $4x^2 = 12x - 9$

γ. $1 + x + x^2 = 0$ **δ.** $(x + 5)^2 - 121 = 0$

ε. $(x + 3)^2 - (x + 3)(x + 4) = 5x(x + 3)$

2. Ομοίως:

α. $x^2 - 121 = 0$ **β.** $x^2 - 13 = 0$

γ. $x^2 + 25 = 0$ **δ.** $9x^2 - 36 = 0$

ε. $5x^2 - 45 = 0$ **στ.** $2x^2 - 72 = 0$

3. Ομοίως:

α. $x^2 - 33x = 0$ **β.** $10x^2 - 7x = 0$

γ. $16x - 4x^2 = 0$ **δ.** $x^2 = x$

ε. $-15x^2 - 12x = 0$ **στ.** $8x^2 - 64x = 0$

4. Ομοίως:

α. $4x^2 - 2(\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3} = 0$

β. $x^2 - (1 - \sqrt{3})x - \sqrt{3} = 0$

γ. $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 3 = 0$

δ. $x^2 - \dfrac{4+\sqrt{3}}{2}x + \sqrt{3} = 0$

ε. $x^2 - \dfrac{3\sqrt{2}}{2}x + 1 = 0$

ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ

5. Να λυθεί η εξίσωση : $\alpha x^2 - x + 1 = 2\alpha x - 1$.

6. Αν η εξίσωση $(2x - 3)|\lambda| + 3 = 2\lambda^2 x$ έχει ως ρίζα τον αριθμό 2, να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού λ.

7. Αν ο αριθμός $\rho = \alpha + \beta$ είναι ρίζα της εξίσωσης :

$$2x^2 - 2x + (2 - 6\alpha\beta) = 0$$

να βρεθούν οι ρίζες της εξίσωσης.

8. Δίνεται η εξίσωση : $\lambda x^2 + 5x + 10 = 0$.

α. Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει 2 ρίζες πραγματικές και άνισες;

β. Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει μια διπλή ρίζα;

γ. Να βρεθεί η διπλή ρίζα του παραπάνω ερωτήματος.

9. Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού μ η εξίσωση :

$$x^2 - 2(2\mu + 1)x + 5\mu^2 + 4\mu - 3 = 0$$

έχει ρίζες πραγματικές;

10. Να βρεθεί το $\lambda \in R$ ώστε η εξίσωση:

$$3x^2 - 4x - (5\lambda + 2) = 0$$

να έχει ρίζες:

α. πραγματικές και άνισες

β. πραγματικές και ίσες

γ. μη πραγματικές

11. Να βρεθούν τα $\lambda \in R$, ώστε οι παρακάτω εξισώσεις να έχουν δύο ρίζες ίσες:

α. $x^2 - 2(\lambda - 4)x + \lambda^2 - 3\lambda + 5 = 0$

β. $2\lambda x^2 - (5\lambda + 2)x + 4\lambda + 1 = 0$

12. Να βρεθεί το είδος των ριζών των παρακάτω εξισώσεων:

α. $x^2 - (2\alpha - 1)x - 1 + \alpha = 0$ →

β. $x^2 - 2\alpha x + \alpha^2 = (\beta + \gamma)^2$

13. Να λυθούν οι εξισώσεις, για τις διάφορες τιμές των πραγματικών α, β, γ :

α. $(\alpha^2 + \beta^2)\,x^2 - 2\alpha\beta x + \alpha^2\beta^2 = 0$

β. $\beta^2 x^2 - 2\alpha\beta^2 x + \alpha^2\beta^2 - 1 = 0$

γ. $\beta\gamma\, x^2 - (\alpha\beta + \alpha\gamma - 2\beta\gamma)\,x + \alpha^2 + \beta\gamma = \alpha(\beta + \gamma)$

14. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις, αν $\alpha, \beta \in R$:

α. $\dfrac{\alpha^2}{(x-\alpha)^2} = \dfrac{\beta^2}{(x+\beta)^2}$

β. $\dfrac{(\alpha-x)^2-(x-\beta)^2}{(\alpha-x)(x-\beta)} = \dfrac{4\alpha\beta}{\alpha^2-\beta^2}$

γ. $\dfrac{\alpha}{\alpha x-1} + \dfrac{\beta}{\beta x-1} = \dfrac{\alpha+\beta}{(\alpha+\beta)x-1}$

15. Αν $\mu^2 > \nu^2 > 0$, να δειχθεί ότι οι παρακάτω εξισώσεις έχουν το ίδιο είδος ριζών:

$$\alpha x^2 + 2\beta x + \gamma = 0 \quad \text{και} \quad \alpha x^2 + 2\mu\beta x + \gamma\nu = 0$$

16. Να δειχθεί ότι η παρακάτω εξίσωση έχει πάντοτε ρίζες πραγματικές:

$$3(\alpha + \beta + \gamma)\,x^2 + 4(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)\,x + 4\alpha\beta\gamma = 0$$

17. Αν $\alpha < \beta < \gamma < \delta$, να δειχθεί ότι η εξίσωση:

$$(x - \alpha)(x - \gamma) + \lambda(x - \beta)(x - \delta) = 0$$

έχει ρίζες πραγματικές, για κάθε $\lambda \in R$.

18. Να βρεθεί το $\lambda \in R$, ώστε η εξίσωση :

$$(x + 1)\,\lambda^2 - (5x + 7)\,\lambda + 3(2x + 5) = 0$$

α. να έχει τουλάχιστον δύο ρίζες.

β. να είναι αδύνατη.

γ. να έχει μοναδική ρίζα το μηδέν.

ΤΥΠΟΙ VIETA

19. Δίνεται η εξίσωση : $4x^2 - 12x + 9 = 0$ με ρίζες x_1, x_2.

α. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

$$x_1 + x_2, \quad x_1 \cdot x_2, \quad x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2$$

χωρίς να λύσετε την εξίσωση.

β. Να κατασκευάσετε εξίσωση με ρίζες κx_1, κx_2 όπου $\kappa \in \mathbb{R}^*$.

20. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + x + \lambda - 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2. Να βρείτε για ποια τιμή του λ είναι : $x_1x_2 + 3x_1 + 3x_2 + 5 = 0$.

21. Να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού λ για να είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 + 2x + 3(\lambda - 7) = 0$:

α. θετικές **β.** ετερόσημες **γ.** ίσες

22. Να βρεθούν οι τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση :
$x^2 - 2x + \lambda + 2 = 0$ έχει :

α. 2 ρίζες ετερόσημες **β.** 2 ρίζες θετικές και άνισες

γ. 2 ρίζες αρνητικές

23. Να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού λ , ώστε οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - (\lambda - 4)x + \lambda - 8 = 0$ να είναι :

α. αντίθετες **β.** αντίστροφες

24. Να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού λ , ώστε οι ρίζες της εξίσωσης :

$$(\lambda + 3)x^2 - (5\lambda + 1)x + 7\lambda^2 + 3 = 0$$

να είναι αντίστροφες.

25. **α.** Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 2x + \lambda - 1 = 0$ να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός λ , έτσι ώστε να ισχύει :

$$3x_1^3 + 8x_1x_2^2 + 8x_1^2x_2 + 3x_2^3 = 192$$

β. Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 5x + \lambda - 9 = 0$ να βρεθεί ο πραγματικός λ , έτσι ώστε να ισχύει :

$$4\rho_1^3 + 9\rho_1\rho_2^2 + 9\rho_1^2\rho_2 + 4\rho_2^3 = 48$$

26. Αν $ρ_1$, $ρ_2$ είναι οι ρίζες της εξίσωσης $αx^2 + βx + γ = 0$ με $α \neq 0$ να βρεθεί εξίσωση που να έχει ως λύσεις τις :

α. $x_1 = ρ_1 + 3ρ_2$ και $x_2 = ρ_2 + 3ρ_1$

β. $x_1 = \dfrac{ρ_1}{ρ_2^2}$ και $x_2 = \dfrac{ρ_2}{ρ_1^2}$

27. Αν $ρ_1$, $ρ_2$ ($ρ_1 \neq ρ_2$) είναι οι ρίζες της εξίσωσης $αx^2 + βx + γ = 0$ με $α \neq 0$ να βρεθούν οι παραστάσεις : $|ρ_1 - ρ_2|$ και $|ρ_1^2 - ρ_2^2|$.

28. Αν x_1 , x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + 2αx + β = 0$, να βρεθεί η 2^{βάθμια} εξίσωση, με ρίζες:

$$ρ_1 = 2(x_1 + x_2) \quad \text{και} \quad ρ_2 = 3x_1 \cdot x_2$$

29. Αν x_1 , x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + 4αx + 2β = 0$, να βρεθεί η 2^{βάθμια} εξίσωση, με ρίζες:

$$ρ_1 = \frac{1}{x_1^2} \quad \text{και} \quad ρ_2 = \frac{1}{x_2^2}$$

30. Αν x_1 , x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 6x + 5 = 0$, να βρεθεί η 2^{βάθμια} εξίσωση, με ρίζες:

$$ρ_1 = \frac{x_1 + 3}{x_2 + 3} \quad \text{και} \quad ρ_2 = \frac{x_2 + 3}{x_1 + 3}$$

31. Να κατασκευαστεί η εξίσωση 2^{ου} βαθμού, της οποίας οι ρίζες x_1 , x_2 να ικανοποιούν τις σχέσεις:

$$x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 8 \quad \text{και} \quad \frac{x_1 \cdot x_2}{9} = \frac{x_1 + x_2}{7}$$

32. Αν x_1 , x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης :

$$x^2 + (κ + 4)\, x + κ^2 - 2κ - 5 = 0$$

να βρεθεί μια σχέση, μεταξύ των x_1, x_2 , η οποία να είναι ανεξάρτητη του κ .

33. Να βρεθεί η ικανή και αναγκαία συνθήκη, μεταξύ των α, β της εξίσωσης $x^2 + αx + β = 0$, ώστε οι ρίζες της $ρ_1$, $ρ_2$ να ικανοποιούν τη σχέση: $κ \cdot ρ_1 + λ \cdot ρ_2 = μ$.

34. Να σχηματιστεί εξίσωση 2^{ου} βαθμού τέτοια, ώστε οι ρίζες της να είναι τα αντίστροφα των κύβων των ριζών της εξίσωσης: $x^2 - 2αx + β = 0$.

ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΕ ΕΞΙΣΩΣΗ 2ου ΒΑΘΜΟΥ

35. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $3x^2 + 2|x| - 1 = 0$ **β.** $\dfrac{2}{|x|} = \dfrac{|x|}{2} + \dfrac{3}{2}$

γ. $(x+3)^2 - 4|x+3| = 5$ **δ.** $|x+5| = -x^2 + 3x - 6$ →

36. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^4 - x^2 - 12 = 0$ **β.** $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

γ. $(x^2 + 3x - 2)^6 - 9(x^2 + 3x - 2)^3 + 8 = 0$

δ. $(\omega^2 - 3\omega + 1)^2 - 10(\omega^2 - 3\omega - 3) - 51 = 0$

ε. $(x+2)^8 - 3(x+2)^4 - 4 = 0$

στ. $(x^3 - 11x + 12)^4 - 3(x^3 - 11x + 12)^2 - 4 = 0$

ζ. $\left(\dfrac{x-1}{x}\right)^2 - 5\left(\dfrac{x-1}{x}\right) + 6 = 0$

η. $x - \sqrt{x} = 20$

37. Να λυθούν οι εξισώσεις :

α. $\dfrac{x+3}{x-3} + \dfrac{x-3}{x+3} = \dfrac{10}{3}$

β. $\dfrac{2}{x^2-4} - \dfrac{1}{x^2-2x} = \dfrac{4-x}{x^2+2x}$

γ. $\dfrac{7}{x-4} - \dfrac{4}{x-6} = \dfrac{2}{x+2}$

δ. $\left(x - \dfrac{1}{3}\right)\left(x + \dfrac{1}{3}\right) = 2x - \dfrac{1}{9}$

38. Να λυθούν οι εξισώσεις :

α. $x^4 - (\alpha+1)x^2 + \alpha = 0$ **β.** $x^4 - 3\alpha^2x^2 - 4\alpha^4 = 0$

39. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α. $4\text{συν}^2x - 2(1 + \sqrt{3})\text{συν}x + \sqrt{3} = 0$

β. $3\text{εφ}^2x - (3 + \sqrt{3})\text{εφ}x + \sqrt{3} = 0$

ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΜΟΡΦΕΣ

40. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2x - 2(\alpha\beta - 1) = 0$. Αν η εξίσωση έχει ως ρίζα τον αριθμό $\alpha + \beta$, τότε να αποδείξετε ότι : $\alpha = \beta = 1$.

41. Αν οι αριθμοί α, γ είναι ετερόσημοι να αποδείξετε ότι η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

42. Αν $\alpha + \beta + \gamma = 0$ να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό 1.

43. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση :

$$3x^2 + 2(\alpha + \beta + \gamma)x + (\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma) = 0$$

έχει μια διπλή ρίζα αν και μόνο αν $\alpha = \beta = \gamma$.

44. Αν p είναι ρίζα της εξίσωσης $x^2 + \alpha x + \beta = 0$ να αποδείξετε ότι : $|p|^2 \leq |\alpha||p| + |\beta|$.

45. Να αποδείξετε ότι αν η εξίσωση :

$$(2\alpha - \beta)x^2 - 4\alpha x + 4\beta = 0$$

έχει διπλή ρίζα, τότε η εξίσωση :

$$(\alpha^2 + \beta^2)x^2 - 2x + 3(\alpha - \beta) = 0$$

έχει δύο ρίζες άνισες.

46. Να βρεθεί το λ ώστε το τριώνυμο $x^2 - 2\lambda x + \lambda^2 - 5\lambda + 8$ να είναι τέλειο τετράγωνο.

Επιμέλεια αρχείου: **Ηλίας Ράιδος** Καθηγητής Μαθηματικών. E-mails:**raidosi@yahoo.gr**
http://blogs.sch.gr/iraidos/ **iraidos@gmail.com**