ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ

Εξισώσεις α΄ βαθμού

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

8

Ι. ΣΧΕΔΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

1. Ο διδάσκων καθηγητής αναφέρει σύντομα τη βασική θεωρία που είναι ορισμός για
   α. Εξίσωση 1^{ου} βαθμού
   β. Επίλυση μιας εξίσωσης;
   γ Διερεύνηση της εξίσωσης 1^{ου} βαθμού;
   δ Παραμετρική εξίσωση 1^{ου} βαθμού;
   ε. Κλασματική ή ρητή εξίσωση;
   στ. Εξίσωση που ανάγεται σε εξίσωση 1^{ου} βαθμού.
2. Γίνονται επιλεκτικά στη τάξη από τους μαθητές, με επιβεβαίωση ή διάψευση από τον καθηγητή , οι ερωτήσεις κατανόησης B_1, B_3
3. Ο διδάσκων καθηγητής αναπτύσσει τα παραδείγματα του Γ΄ μέρους
4. Ο διδασκόμενος μαθητής επιβλέπεται από τον καθηγητή και αναπτύσσει στο τετράδιο του τις Δ_1, Δ_2.
5. Γίνεται σύντομη ανακεφαλαίωση του αντικειμένου από τον διδάσκοντα καθηγητή
6. Δίνονται στον μαθητή για το σπίτι
   α) οι υπόλοιπες ερωτήσεις κατανόησης,
   β) τα θέματα:….

ΙΙ. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

Α. Βασική Θεωρία (επιγραμματικά)-Παρατηρήσεις-Σχόλια

α. Εξίσωση 1^{ου} βαθμού
β. Συντελεστές της εξίσωσης αχ+β=0
γ. Ρίζα ή λύση της εξίσωσης αχ+β=0
δ. Επίλυση μιας εξίσωσης;
ε. Παραμετρική εξίσωση 1^{ου} βαθμού;
στ. Διερεύνηση της εξίσωσης 1^{ου} βαθμού;
ζ. Κλασματική ή ρητή εξίσωση;
Η. Αδύνατη εξίσωση
Θ. Αόριστη ή ταυτότητα
Ι. Εξίσωση που ανάγεται σε εξίσωση 1^{ου} βαθμού.

Β. Ερωτήσεις κατανόησης τύπου: Σωστού-Λάθους, πολλαπλής επιλογής, αντιστοίχησης, διάταξης και συμπλήρωσης.

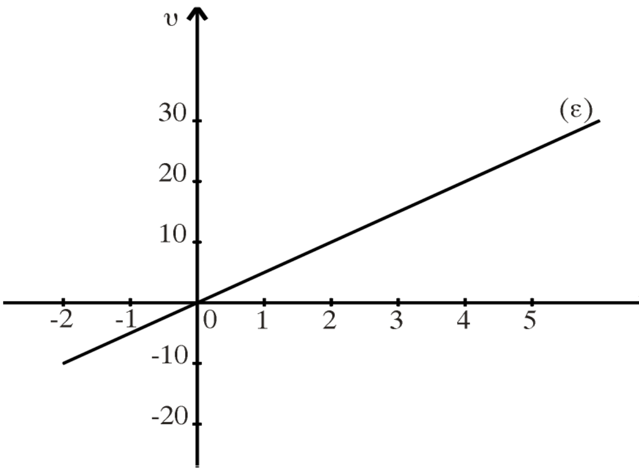
1. Το κόστος ψ για την εκτύπωση ευχετήριων καρτών συμπεριλαμβάνει μια σταθερή χρέωση 300 δρχ. καθώς και 65 δρχ. για κάθε κάρτα που τυπώνεται. Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για να προσδιορίσουμε το κόστος ψ της εκτύπωσης x καρτών;

   Α. $\psi = 300x + 65$ Β. $\psi = 365x$ Γ. $\psi = 600x + 65$
   Δ. $\psi = 300 + 65x$ Ε. $\psi = 365 + x$

2. Δίνεται η εξίσωση $\upsilon = 5t$

όπου υ η ταχύτητα ενός κινητού, t ο αντίστοιχος χρόνος κίνησης και 5 (m/sec^2) η επιτάχυνση.

α) Η ευθεία ε του παραπάνω σχήματος παριστάνει γραφικά τις λύσεις της εξίσωσης $\upsilon = 5t$; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.



β) Πόση θα είναι η ταχύτητα του κινητού σε 4 sec από την εκκίνησή του;

γ) Εάν μετά από τα 4 sec το κινητό διατηρήσει την ταχύτητά του σταθερή:

i) ποια εξίσωση θα δίνει την ταχύτητά του;

ii) να παρασταθούν γραφικά οι λύσεις αυτής της εξίσωσης στο παραπάνω σχήμα.

Γ. Αναπτυγμένα παραδείγματα για εμπέδωση με αντίστοιχους αλγόριθμους(μεθοδολογίες)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 1ο

Να επιλυθεί η εξίσωση: $\frac{1-4x}{5}-\frac{x+1}{4}=\frac{x-4}{20}+\frac{5}{4}$ (1)

Επίλυση

Η(1)γράφεται

$20\frac{1-4x}{5}-20\frac{x+1}{4}=20\frac{x-4}{20}+20\frac{5}{4} \Leftrightarrow$ 4(1-4x)-5(x+1)=x-4+5.5 $\Leftrightarrow$ 4-16x-5x-5=x-4+25

$\Leftrightarrow$ -16x-5x-x=25-4-4+5 $\Leftrightarrow$ -22x = 22 $\Leftrightarrow$ x = -1

Παράδειγμα 2ο

Να προσδιορισθεί ο λ, ώστε η εξίσωση: $\lambda^2 x-\frac{2}{\lambda}=4\chi+1$ (1), να έχει μοναδική λύση.

Επίλυση

Πρέπει λ $\neq 0$

Η (1) γράφεται $\lambda^3\chi - 2 = 4\lambda\chi+\lambda \Leftrightarrow \lambda^3\chi - 4\lambda\chi = \lambda+2 \Leftrightarrow \lambda(\lambda^2-4)\chi = \lambda+2 \Leftrightarrow \lambda(\lambda-2)(\lambda+2)\chi = \lambda+2$ (2)

Για να έχει μοναδική λύση η (2) πρέπει λ(λ-2)(λ+2) $\neq 0$ δηλαδή λ $\neq 0$ και λ $\neq 2$ και λ $\neq -2$.

Παράδειγμα 3ο

Να προσδιορισθεί ο λ, ώστε η εξίσώση $(\lambda^2+3)x-4(x-\lambda)=\lambda^2+3$, να είναι αδύνατη.

Επίλυση

Η εξίσωση $(\lambda^2+3)x-4(x-\lambda)=\lambda^2+3$ γράφεται $\lambda^2\chi+3\chi-4\chi+4\lambda=\lambda^2+3$ οπότε $\lambda^2\chi-\chi=\lambda^2-4\lambda+3$ δηλαδή $(\lambda^2-1)\chi=\lambda^2-(3+1)\lambda+3.1$ δηλαδή $(\lambda-1)(\lambda+1)\chi = (\lambda-1)(\lambda-3)$ (1)

Η (1) είναι αδύνατη όταν (λ-1)(λ+1) = 0 και (λ-1)(λ-3) $\neq 0$ δηλαδή λ = -1 .

Παράδειγμα 4ο

Να προσδιοριστεί ο λ ώστε η εξίσωση (λ+1)χ-2(λ+2χ) = λ(λ-2)-9 (1) να είναι ταυτότητα.

Επίλυση

Η (1) γράφεται $\lambda\chi+\chi-2\lambda-4\chi = \lambda^2-2\lambda-9 \Leftrightarrow \lambda\chi-3\chi = \lambda^2-9 \Leftrightarrow (\lambda-3)\chi = (\lambda-3)(\lambda+3)$ (2)

Η εξίσωση (2) είναι ταυτότητα όταν λ-3 = 0 και (λ-3)(λ+3) = 0 δηλαδή λ = 3 .

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

M_1: **Για να επιλύσουμε μια εξίσωση α΄ βαθμού ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:**

α) Βρίσκουμε το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) των παρονομαστών

β) Κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών πολλαπλασιάζοντας όλους τους όρους της εξίσωσης με το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών.

γ) Κάνουμε τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις.

δ) Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους

ε) Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων και καταλήγουμε στη μορφή αx=β

στ)Συμπεραίνουμε για το αποτέλεσμα ανάλογα με τις τιμές των α, β

M_2: Για να αποδείξουμε ότι μία εξίσωση α΄ βαθμού έχει μία λύση αρκεί να ακολουθήσουμε τη M_1 και να καταλήξουμε στη σχέση αx=β με α $\neq$ 0.

M_3: Για να αποδείξουμε ότι μία εξίσωση α΄ βαθμού είναι αδύνατη αρκεί να ακολουθήσουμε τη M_1 και να καταλήξουμε στη σχέση αx=β με α=0 και β $\neq$ 0.

M_4: Για να αποδείξουμε ότι μία εξίσωση α΄ βαθμού είναι αόριστη ή ταυτότητα αρκεί να ακολουθήσουμε τη M_1 και να καταλήξουμε στη σχέση αx=β με α =0 και β=0.

Δ. Προτεινόμενα θέματα για ανάπτυξη από τους διδασκόμενους

1. Να λυθούν οι εξισώσεις:
   α) 2(x–5)=7x–40 **β**) 7(x+1)=2x+5(x+1) **γ**) 3x=5x
   δ) x= –x **ε**) 6(x–1)=4(x–2)+2(x+1)
   στ) $2x+3+7^{20}=5x+7^{20}$
   ζ) $\frac{x-1}{3}=\frac{x+2}{5}$ **η**) $\frac{x+6}{3}+\frac{x+1}{2}=x+5$
   θ) $\frac{x-2}{3}+\frac{11}{12}=\frac{1-2x}{4}$
2. Να λυθούν οι εξισώσεις:
   α) (λ–1)x=λ–1 β) (λ–1)x=l γ) λ(λ–1)x=λ–1
   δ) $\lambda^2(x-1)=5(5x+\lambda)$ ε) $(\lambda-1)x=\lambda^2-\lambda$
   στ) $(\lambda^2-2\lambda)x=\lambda^2-4$ ζ) $\lambda^3x-2=(4x+1)\lambda$
3. Να βρείτε το λ ώστε η εξίσωση (2λ–4)x=λ+1 να είναι αδύνατη.
4. α) Να βρείτε το λ ώστε η εξίσωση 4+2(x+λ)=7+λ να έχει ρίζα το 3.
   β) Ομοίως η εξίσωση $(\lambda^2-1)x=2(\lambda-1)(\lambda+2)$ να έχει λύση την x=2.
5. Δίνονται οι εξισώσεις: $\lambda^2x=4x+2$ και $\lambda^2x-11=2\lambda x$. Να βρείτε το λ ώστε να είναι και οι δύο αδύνατες.
6. Δίνεται η εξίσωση λ(x–1)+4=μ(x+1). Να βρείτε τα λ, μ ώστε η εξίσωση να είναι:
   α) Ταυτότητα
   β) Αδύνατη