

I. ΣΧΕΔΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

- Ο διδάσκων καθηγητής αναφέρει σύντομα τη βασική θεωρία που είναι
 - Ευθείες κάθετες σε μια τρίτη ευθεία
 - Απόσταση παραλλήλων ευθειών.
 - Μεσοπαράλληλος.
- Υπαγορεύει την M_1 στους μαθητές
- Υπαγορεύει το προτεινόμενο **Δ1** θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
- Υπαγορεύει την M_2 στους μαθητές κάνει το 2^ο παράδειγμα στον πίνακα
- Υπαγορεύει το προτεινόμενο **Δ3** θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
- Υπαγορεύει την M_3 στους μαθητές κάνει το 3^ο παράδειγμα στον πίνακα
- Ο διδασκόμενος μαθητής επιβλέπεται από τον καθηγητή και αναπτύσσει στο τετράδιο του τις ερωτήσεις κατανόησης 3 , 4 και σχολιάζει τα αποτελέσματα των μαθητών.
- Γίνεται σύντομη ανακεφαλαίωση του αντικειμένου από τον διδάσκοντα καθηγητή
- Δίνονται στον μαθητή για το σπίτι
 - οι υπόλοιπες ερωτήσεις κατανόησης,
 - τα θέματα: **Δ2, Δ4 Δ5 και Δ6**

II. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

A. Βασική Θεωρία (επιγραμματικά)-Παρατηρήσεις-Σχόλια

- E_1 : Τι λέγεται μέθοδος της απαγωγής σε άτοπο;
 A_1 : Λέγεται η μέθοδος κατά την οποία υποθέτουμε ότι ισχύει ο ισχυρισμός X. Με την βοήθεια γνωστών προτάσεων, ορισμών και άλλων προτάσεων που ισχύουν καταλήγουμε σε άτοπο, δηλαδή σε συμπέρασμα που αντιβαίνει στα γνωστά. Τότε συμπεραίνουμε ότι ο ισχυρισμός X δεν ισχύει.
 E_2 : Τι συμπεραίνετε για δύο ευθείες του επιπέδου που είναι κάθετες σε μια τρίτη;
 A_2 : Δύο ευθείες του επιπέδου που είναι κάθετες σε μια τρίτη είναι μεταξύ τους παράλληλες.
 E_3 : Τι λέγεται απόσταση των παραλλήλων ευθειών e_1, e_2 ;
 A_3 : Λέγεται κάθε ευθύγραμμο τμήμα που έχει τα άκρα του πάνω στις ευθείες και είναι κάθετο σε αυτές.
 E_4 : Τι λέγεται μεσοπαράλληλος των παραλλήλων ευθειών e_1, e_2 ;
 A_4 : Λέγεται η ευθεία που είναι παράλληλη προς τις ευθείες και κάθε σημείο της ισαπέχει από αυτές.
 E_5 : Τι λέγεται αίτημα;
 A_5 : Λέγεται η πρόταση την οποία δεχόμαστε για αληθή.
 E_6 : Ποια είναι η διατύπωση του 5^{ου} αιτήματος του Ευκλείδη;
 A_6 : Από ένα σημείο εκτός ευθείας άγεται προς αυτήν μία μόνο παράλληλη.
 E_7 : Ποιες άλλες Γεωμετρίες μη Ευκλείδειες υπάρχουν;
 A_7 : α) Υπερβολική Γεωμετρία
 Β) Ελλειπτική Γεωμετρία.

Παρατήρηση: Η δικαιολόγηση ότι οι παράλληλες ευθείες δεν τέμνονται ποθενά, γίνεται με την μέθοδο της Απαγωγής σε άτοπο.

Σχόλιο: 1^ο: Παράλληλα τμήματα που έχουν τα άκρα τους σε ευθείες παράλληλες είναι ίσα.

2^ο: Όταν από δύο σημεία A ,B μιας ευθείας ε φέρουμε τις κάθετες στην ε και οι κάθετες τέμνουν μια ε'// ε στα σημεία A' B' τότε $AB = A'B'$.

B. Ερωτήσεις κατανόησης τύπου: Σωστού-Λάθους, πολλαπλής επιλογής, αντιστοίχισης, διάταξης και συμπλήρωσης.

1. Απαντήστε με Σ – Λ στις παρακάτω ερωτήσεις:

- α) Η απόσταση σημείου A από ευθεία ε είναι το μικρότερο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει το A με κάθε σημείο της ε . Σ – Λ
 β) Οι μεσοκάθετες τριγώνου τέμνονται στη κορυφή A του τριγώνου. Σ – Λ
 γ) Κάθε ευθεία έχει μόνο δύο παράλληλες. Σ – Λ
 δ) Κάθε τρίγωνο έχει 3 μεσοκάθετες. Σ - Λ

2. Βάλτε σε κύκλο τη σωστή απάντηση

- α) Τα σημεία που απέχουν από μια ευθεία ε απόσταση ίση με δεδομένο ευθύγραμμο τμήμα βρίσκονται σε
 Α. ευθείες παράλληλες Β. ευθείες τεμνόμενες
 Γ. ευθείες κάθετες Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

3. Να αντιστοιχίσετε τις δύο στήλες:

Στήλη Α	Στήλη Β
Α. Σημεία που ισαπέχουν από δύο ευθείες παράλληλες	1. Μεσοπαράλληλος
Β. Ευθείες του επιπέδου χωρίς κοινά σημεία	2. Παράλληλες
Γ. Η απόσταση δύο παραλλήλων	3. Ίδια

Γ. Αναπτυγμένα παραδείγματα για εμπέδωση με αντίστοιχους αλγόριθμους(μεθοδολογίες)

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

M₁: Για να βρούμε την απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών

Αρκεί να βρούμε την απόσταση ενός σημείου της μιας ευθείας από την άλλη.

M₂: Για να σχεδιάσουμε την ευθεία ϵ μεσοπαράλληλη στις ευθείες ϵ_1, ϵ_2 αρκεί

A) να φέρουμε με γνώμονα την απόσταση AB των δύο ευθειών

B) Να βρούμε το μέσο M του AB.

Γ) Στο σημείο M να φέρουμε την ευθεία ϵ κάθετη στην AB με τον γνώμονα.

M₃: Για να σχεδιάσουμε την ευθεία α παράλληλη στην ευθεία ϵ ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία.

Από οποιοδήποτε σημείο A της ευθείας ϵ φέρνουμε την κάθετη a στην ϵ . Παίρνουμε ένα σημείο B στην a και φέρνουμε ευθεία ϵ_1 κάθετη στην a . Οι ευθείες ϵ_1, ϵ είναι παράλληλες γιατί είναι κάθετες στην a .

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 1ο

Να σχεδιάσετε ευθεία ϵ_2 παράλληλη στην ϵ , σε απόσταση 3 cm.

Επίλυση

Από οποιοδήποτε σημείο A της ευθείας ϵ φέρνουμε την κάθετη a στην ϵ . Με το υποδεκάμετρο βρίσκουμε δύο σημεία B, Γ πάνω στην a ώστε $AB = A\Gamma = 3\text{cm}$. Από τα σημεία B, Γ φέρνουμε ευθείες ϵ_1, ϵ_2 κάθετες στην a . Οι ευθείες ϵ_1, ϵ_2 είναι παράλληλες στην ϵ και απέχουν από αυτή 3cm.

Παράδειγμα 2ο

Να σχεδιάσετε μία ευθεία ϵ παράλληλη στις ϵ_1, ϵ_2 και σε ίση απόσταση από αυτές.

Επίλυση

Με τον γνώμονα φέρνω την απόσταση AB των ευθειών ϵ_1, ϵ_2 . Βρίσκω το μέσο M του AB μετρώντας με το υποδεκάμετρο

$AM = MB = \frac{AB}{2}$ Στο σημείο M με τον γνώμονα φέρνω την ευθεία ϵ κάθετη στην AB.

Δ. Προτεινόμενα θέματα για ανάπτυξη για τους διδασκόμενους

Δ1. Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο ABΓ με βάση ΒΓ=5cm το οποίο να έχει ύψος ΑΔ=3cm. (Πόσα τρίγωνα υπάρχουν;)

Δ2. Να βρείτε τα σημεία των πλευρών AB και ΑΓ του τριγώνου ABΓ τα οποία απέχουν απ' τη βάση ΒΓ απόσταση ίση με 2cm.

Δ3. Δίνονται δύο τεμνόμενες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 .

α) Να βρείτε τα σημεία της μιας που απέχουν απ' την άλλη απόσταση 2cm.

β) Ενώστε τα σημεία που βρήκατε στο α' ερώτημα. Τι τετράπλευρο σχηματίστηκε;

Δ4. Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ = 10cm και μία ευθεία ϵ όχι παράλληλη του ΒΓ. Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο ABΓ που να έχει την κορυφή του Α στην ϵ και να έχει ύψος ΑΔ=4cm.

Δ5. Να σχεδιάσετε δύο ημιευθείες Οχ' και Οχ, που δεν είναι αντικείμενες ημιευθείες και δεν συμπίπτουν. Να βρείτε ένα σημείο Α της Οχ που απέχει από την Οχ' απόσταση ίση με 5cm.

Δ6. Να γράψετε δύο ημιευθείες Οχ, Οψ, οι οποίες να μην περιέχονται στην ίδια ευθεία. Να πάρετε στην Οχ, τα σημεία Α Β, Γ, ώστε να είναι ΟΑ = ΑΒ = ΒΓ = 3 cm. Να ορίσετε στην Οψ ένα σημείο Γ', ώστε να είναι Ο Γ' = 6cm και να γράψετε την ευθεία ΓΓ'. Στη συνέχεια να φέρετε από τα Α και Β παράλληλες προς την ΓΓ' και να ονομάσετε Α', Β' τα σημεία στα οποία αυτές τέμνουν αντίστοιχα την Οψ, Να βρείτε τα μήκη των ΟΑ', Α'Β', Β'Γ' και να τα συγκρίνετε μεταξύ τους.

Δ7. Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο ABΓ και να βρείτε το μέσο Δ της πλευράς AB.

α) Να φέρετε από το Δ παράλληλη προς τη ΒΓ και να ονομάσετε Ε το σημείο στο οποίο η παράλληλη αυτή τέμνει την ΑΓ. Να συγκρίνετε τα τμήματα ΑΕ και ΕΓ.

β) Να φέρετε από το Δ την παράλληλη προς την ΑΓ και να ονομάσετε Ζ το σημείο στο οποίο η παράλληλη αυτή τέμνει τη ΒΓ. Να συγκρίνετε τα τμήματα ΒΖ και ΖΓ.

γ) Να συγκρίνετε το ΔΕ με τα ΒΖ, ΖΓ και τη ΒΓ.