ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ

Ρίζες πραγματικών αριθμών

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

6

Ι. ΣΧΕΔΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

1. Ο διδάσκων καθηγητής αναφέρει σύντομα τη βασική θεωρία που είναι
   ι. Πραγματικοί αριθμοί
   ιι. Πράξεις στους πραγματικούς αριθμούς.
   ιιι. Αναλογίες ιδιότητες.
2. Γίνονται επιλεκτικά στη τάξη από τους μαθητές, με επιβεβαίωση ή διάψευση από τον καθηγητή , οι ερωτήσεις κατανόησης $Β_1$, $Β_3$
3. Ο διδάσκων καθηγητής αναπτύσσει τα παραδείγματα του Γ΄ μέρους
4. Ο διδασκόμενος μαθητής επιβλέπεται από τον καθηγητή και αναπτύσσει στο τετράδιο του τις $Δ_1$, $Δ_2$.
5. Γίνεται σύντομη ανακεφαλαίωση του αντικειμένου από τον διδάσκοντα καθηγητή
6. Δίνονται στον μαθητή για το σπίτι
   α) οι υπόλοιπες ερωτήσεις κατανόησης,
   β) τα θέματα:….

ΙΙ. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

Α. Βασική Θεωρία (επιγραμματικά)-Παρατηρήσεις-Σχόλια

α) Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού;
β) Ποιες ιδιότητες τετραγωνικών ριζών γνωρίζετε; Αποδείξτε μια από αυτές.
γ) Τι λέγεται νιοστή ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού;

δ) Ποιες ιδιότητες νιοστών ριζών γνωρίζετε;
ε) Ποια είναι τα συμπεράσματα για τις λύσεις της εξίσωσης $χ^ν = α$;

στ) Τι ονομάζονται δυνάμεις με ρητό εκθέτη;
ζ) Τι λέγεται συζυγή παράσταση;
η) Τι λέγεται ρητοποίηση;
θ) Τι λέγεται άρρητη εξίσωση;

Β. Ερωτήσεις κατανόησης τύπου: Σωστού-Λάθους, πολλαπλής επιλογής, αντιστοίχησης, διάταξης και συμπλήρωσης.

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).
Συνδέστε με μία γραμμή τα στοιχεία των δύο στηλών.

Στήλη (Α)	Στήλη (Β)
$\sqrt{α} = χ$	$\sqrt{αβ}$
$\sqrt{α} \,.\, \sqrt{β}$	$\sqrt[ν]{α^μ}$
$\sqrt[μ]{\sqrt[ν]{α}}$	$χ = \sqrt[ν]{α}$ ή $χ = -\sqrt[ν]{α}$
$α^{\frac{μ}{ν}}$	$\sqrt[μ.ν]{α}$
$α > 0$, ν=άρτιος , $χ^ν = α$	αδύνατη
$α < 0$, ν = άρτιος , $χ^ν = α$	$χ^2 = α$

4. Διατάξτε από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο τους αριθμούς : $\sqrt{9}$, π , -5, $\frac{22}{3}$, $-\frac{7}{2}$, $\sqrt{3}$, 4

5. Συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις:
α) Άρτιος αριθμός λέγεται ο αριθμός της μορφής ………………………………..
β) Οι βασικές πράξεις στο $\Re$ είναι η ……… ……………. και ο ………………………….
γ) Αν σε μια αναλογία οι αριθμητές είναι ίσοι τότε και οι …………………………….είναι επίσης ……….

1.Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

ι) $\sqrt{(2ψ)^2}$, $\sqrt{\frac{χ^2}{4}}$, $\sqrt{(-20)^2}$

ιι) $\sqrt{9ψ} - \sqrt{16ψ} - 5\sqrt{ψ}$, $\sqrt{α^2β} - α\sqrt{β} + \sqrt{9α^2β}$

ιιι) $\sqrt[5]{2\sqrt{2\sqrt[3]{2}}}$

2.Να υπολογίσετε τις παραστάσεις
ι) $(\sqrt{8} - \sqrt{18})(\sqrt{50} + \sqrt{72} - \sqrt{32})$
ιι) $\sqrt{2} \,.\, \sqrt{2-\sqrt{2}} \,.\, \sqrt{2+\sqrt{2}}$

3.Να αποδείξετε ότι $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = 4$

http://blogs.sch.gr/iraidos/
E_mails:**raidosi@yahoo.gr**
iraidos@gmail.com

Γ. Αναπτυγμένα παραδείγματα για εμπέδωση με αντίστοιχους αλγόριθμους(μεθοδολογίες)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Να απλοποιήσετε την παράσταση $\Pi = \frac{\sqrt{x^2}}{x} - \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{x-1}$ για τις διάφορες τιμές του χ.

Επίλυση

Η παράσταση Π ορίζεται για $\chi \neq 0$ και $\chi \neq 1$.

Είναι $\Pi = \frac{|x|}{x} - \frac{|x-1|}{x-1}$ (1)

Διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

1η Αν $\chi < 0$ τότε $|x| = -\chi$ και $|x-1| = -\chi+1$ τότε $\Pi = \frac{-x}{x} - \frac{-x+1}{x-1} = -1 + 1 = 0$

2η Αν $0 < \chi < 1$ τότε $|x| = \chi$ και $|x-1| = -\chi+1$ τότε $\Pi = \frac{x}{x} - \frac{-x+1}{x-1} = 1 + 1 = 2$

3η Αν $\chi > 1$ τότε $|x| = \chi$ και $|x-1| = \chi-1$ τότε $\Pi = \frac{x}{x} - \frac{x-1}{x-1} = 1 - 1 = 0$

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

M_1: Για να απλοποιήσουμε μια παράσταση που περιέχει ριζικά έχουμε υπόψη μας τα παρακάτω:

α) $\sqrt{x^2} = |x|$.

β) Τον ορισμό της απόλυτης τιμής.

M_2: Για να αποδείξουμε μια ισότητα με ριζικά:

α) Παίρνουμε το ένα μέλος.

β) Εκτελούμε τις πράξεις.

γ) Καταλήγουμε στο άλλο μέλος.

M_3: Για να κάνουμε πιο απλή την τιμή μιας ρίζας ενός πραγματικού αριθμού:

α) Αναλύω τον αριθμό σε γινόμενο δύο άλλων από τους οποίους ο ένας είναι τέλειο τετράγωνο, δηλαδή k^2, $k \geq 2$ $k \in N$.

β) Εφαρμόζουμε την ιδιότητα $\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$.

γ) Εφαρμόζουμε την ιδιότητα $\sqrt{k^2} = k$ αφού k>0.

M_4: Για να μετατρέψουμε σε μια μόνο ρίζα μια παράσταση ριζικών που εμφανίζεται μόνο η πράξη του πολλαπλασιασμού χρησιμοποιούμε τις ιδιότητες:

I_1: $\alpha\sqrt[\nu]{\beta} = \sqrt[\nu]{\alpha^\nu \beta}$

I_2: $\alpha^\nu \alpha^\mu = \alpha^{\nu+\mu}$

I_3: $\sqrt[\nu\mu]{\alpha^{\nu\kappa}} = \sqrt[\mu]{\alpha^\kappa}$

Δ. Προτεινόμενα θέματα για ανάπτυξη από τους διδασκόμενους

Συνδέστε με μια γραμμή κάθε κλάσμα της στήλης (Α) με το ισοδύναμό του που είναι γραμμένο στη στήλη (Β):

Στήλη (Α)	Στήλη (Β)
$\frac{15}{\sqrt{3}}$	$\frac{5(\sqrt{5}+1)}{2}$
$\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{75}}$	$5\sqrt{3}$
$\frac{10}{\sqrt{5}-1}$	$\frac{2}{5}$
$\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$	$\frac{2\sqrt{3}-7}{5}$
$\frac{6}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$	$2-\sqrt{3}$
	$\sqrt{7}+\sqrt{5}$
	$\sqrt{7}-\sqrt{5}$

1. Αν x, ψ $\in$ R και $\sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{(\psi-3)^2} = 0$, τότε ισχύει:

   Α. x = - 1 και ψ = 3 Β. x = 0 και ψ = 3
   Γ. x = - 1 και ψ = - 3 Δ. x = 2 και ψ = - 2
   Ε. x = 1 και ψ = 3

2. Αν μ, ν είναι φυσικοί αριθμοί μεγαλύτεροι ή ίσοι του 2 και α, β $\in$ R με α, β $\geq$ 0, τότε σύμφωνα με γνωστές ιδιότητες έχουμε:

   $\sqrt[\nu]{\alpha}\sqrt[\nu]{\beta}$=..................... $\sqrt[\nu]{\alpha^\nu.\beta}$=.....................
   $\sqrt[\nu]{\sqrt[\mu]{\alpha}}$=.....................

3. Αν α > 1 να διατάξετε από τη μικρότερη προς τη μεγαλύτερη τις τιμές:

   $\frac{1}{\alpha}$, $\alpha^{½}$, $\frac{\alpha}{\sqrt[3]{\alpha^2}}$, $\sqrt[4]{\alpha}$, $\sqrt[6]{\alpha}$,

E_mails:**raidosi@yahoo.gr**
iraidos@gmail.com