ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας,
Έρευνας και Θρησκευμάτων
ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΣΤΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	No 5
Τάξη	: Β΄ Λυκείου
Μάθημα	: Μαθηματικά
Κεφάλαιο	: 1ο
Διδακτική ενότητα	: 5η
Ημερομηνία	: 12-10-2018
Διδάσκων καθηγητής	: Ηλίας Ράιδος

ΓΕΝΙΚΟΙ ΣΚΟΠΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Να μπορούν οι μαθητές στο τέλος του μαθήματος να διατυπώνουν τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου, να έχουν κατανοήσει τις ιδιότητες, τον ορισμό της προβολής διανύσματος σε διάνυσμα

Επίσης να είναι ικανοί να υπολογίζουν , απλοποιούν , αποδεικνύουν και να επιλύουν προβλήματα με το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων.

ΕΙΔΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Να είναι σε θέση στο τέλος του μαθήματος οι μαθητές να

1) Υπολογίζουν το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$
2) Αποδεικνύουν ισότητες με εσωτερικό γινόμενο
3) Επιλύουν εξισώσεις με εσωτερικό γινόμενο
4) Βρίσκουν την προβολή διανύσματος σε διάνυσμα.

ΜΕΣΑ: Πίνακας, κιμωλίες ή μαρκαδόροι, Η/Υ , φωτοτυπίες.

ΥΛΙΚΑ: CD, σλάιντς, σχολικό βιβλίο και ανακλαστικός πίνακας.

ΥΛΗ: Σχολικό βιβλίο – σελίδες 41- 49.

Κριτήρια Υπουργείου.

ΜΕΘΟΔΟΣ: Διερευνητική καθοδηγούμενη ανακάλυψη.

Α. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ - ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΠΟΡΕΙΑ
ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΗ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Με κατάλληλες ερωτήσεις ερευνούμε αν οι μαθητές κατέχουν προηγούμενες γνώσεις από την εμπειρία τους

1) Τριγωνομετρικοί αριθμοί συνημίτονου στο διάστημα [0,π]
2) Μέτρο διανύσματος $\vec{\alpha}$, $\vec{i}$ και $\vec{j}$.
3) Συνθήκη παραλληλίας διανυσμάτων
4) Νόμος συνημιτόνων.
5) Επιμεριστική ιδιότητα.

Β. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΥΛΙΚΟΥ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ. ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ-ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ (Παράδοση)

Ο διδάσκων γράφει στον πίνακα και ζητά από τους μαθητές του να γράψουν στα τετράδιά τους

1) Τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου , δηλαδή

$$\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} = \begin{cases} |\vec{\alpha}||\vec{\beta}|\,\text{συνφ}, & \text{αν } \vec{\alpha} \neq \vec{0} \text{ και } \vec{\beta} \neq \vec{0} \\ 0\ , & \text{αν } \vec{\alpha} = \vec{0} \text{ ή } \vec{\beta} = \vec{0} \end{cases}$$

Αναφέρουμε τις άμεσες συνέπειες του ορισμού και τις ιδιότητες.

I_1: $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} = \vec{\beta}\cdot\vec{\alpha}$ (αντιμεταθετική)

I_2: Αν $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ τότε $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} = 0$ και αντίστροφα.

I_3: Αν τα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ είναι ομόρροπα $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} = |\vec{\alpha}|\cdot|\vec{\beta}|$ και αντίστροφα.

I_4: Αν τα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ είναι αντίρροπα $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} = -|\vec{\alpha}|\cdot|\vec{\beta}|$ και αντίστροφα.

I_5: $\vec{\alpha}^2 = |\vec{\alpha}|^2$

I_6: Αν $\vec{\alpha} = (\chi_1, \psi_1)$, $\vec{\beta} = (\chi_2, \psi_2)$ τότε $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} = \chi_1\chi_2 + \psi_1\psi_2$.

I_7: $(\lambda\vec{\alpha})\cdot\vec{\beta} = \vec{\alpha}\cdot(\lambda\vec{\beta})$

I_8: $\vec{\alpha}(\vec{\beta}+\vec{\gamma}) = \vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} + \vec{\alpha}\cdot\vec{\gamma}$

I_9: Αν $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ τότε $\lambda_1.\lambda_2=-1$

I_{10}: Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ τότε

$$\text{συν}(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}) = \frac{\vec{\alpha}.\vec{\beta}}{|\vec{\alpha}|\,|\vec{\beta}|} = \frac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$$

I_{11}: $\vec{\alpha}\cdot\vec{v} = \vec{\alpha}\cdot \text{προβ}_{\vec{\alpha}}\vec{v}$.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Χωρίζουμε τους μαθητές σε ομάδες 4 ατόμων (4 ομάδες) και τους ζητάμε να εφαρμόσουν τους παραπάνω ορισμούς και ιδιότητες για να

1) Υπολογίσουν τα εσωτερικά γινόμενα $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$, $(2\vec{\alpha})\cdot(-3\vec{\beta})$, $(\vec{\alpha}-\vec{\beta})\cdot(3\vec{\alpha}+\vec{\beta})$ όταν $\vec{\alpha} = (-1,3)$ και $\vec{\beta} = (2,5)$

2) Βρουν το $\lambda \in \Re$ ώστε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\alpha}+\lambda.\vec{\beta}$ να είναι κάθετα για $\vec{\alpha} = (1,0)$ και $\vec{\beta} = (1,1)$

3) Υπολογίσουν την γωνία των διανυσμάτων $\vec{u} = 2\vec{\alpha} + 4\vec{\beta}$ και $\vec{v} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$ όταν $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = 1$ και $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}) = \frac{2\pi}{3}$

4) Αποδείξουν ότι $\vec{\alpha} \perp (\vec{\alpha} - \vec{\beta}) \Leftrightarrow$ συν$(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}) = \frac{|\vec{\alpha}|}{|\vec{\beta}|}$

5) Υπολογίσουν την προβολή του $\vec{\alpha} = (2,-4)$ στο διάνυσμα $\vec{\beta} = (6,2)$

Εδώ λειτουργούμε υποστηρικτικά, καθοδηγώντας τους μαθητές, λύνουμε τις απορίες τους, επαναδιατυπώνουμε ορισμούς και ιδιότητες.

ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΠΙΤΕΥΞΗΣ ΣΤΟΧΩΝ

Ζητείται από κάθε μαθητή χωριστά, στον οποίο έχει δοθεί φωτοτυπικό υλικό , να

Απαντήσει στις παρακάτω ερωτήσεις τύπου Σ-Λ, πολλαπλής επιλογής και αντιστοίχησης.

1.

I. Τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \vec{i} + \vec{j}$ και $\vec{\beta} = -\vec{i} + \vec{j}$ είναι κάθετα. Σ - Λ

II. Αν $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}) > \frac{\pi}{2}$ τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} > 0$. Σ - Λ

III. Ισχύει $\vec{\alpha} \cdot \vec{v} = \vec{\alpha} \cdot \text{προβ}_{\vec{\alpha}} \vec{v}$. Σ - Λ

2. Αν $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$ δεν ισχύει η

Α. $\vec{\alpha} = 0$ Β. $\vec{\beta} \perp \vec{\alpha}$ Γ. $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = 1$ και $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}) = \frac{\pi}{6}$ Δ. $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}) = \frac{\pi}{2}$

3 . **Α.** Κάθε διάνυσμα της στήλης (Α) είναι κάθετο με ένα διάνυσμα της στήλης (Β). Συνδέστε με μια γραμμή τα αντίστοιχα.

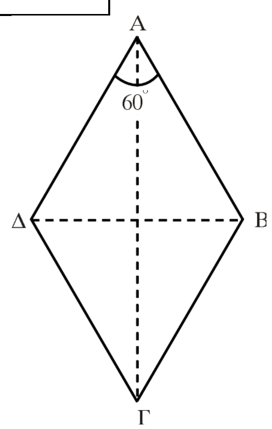
Στήλη Α **Διάνυσμα**	**στήλη Β** **κάθετο διάνυσμα**
$\vec{\alpha} = (2\kappa, 1)$ $\vec{\beta} = (\kappa, -1)$ $\vec{\gamma} = (\kappa + 1, \kappa)$ $\vec{\delta} = (0, \frac{1}{\kappa})$	$\vec{e} = (0, \kappa)$ $\vec{u} = (\frac{1}{\kappa}, 1)$ $\vec{v} = (1, \frac{1}{\kappa})$ $\vec{w} = (1, -2\kappa)$ $\vec{r} = (\kappa, -\kappa - 1)$ $\vec{m} = (\kappa^2, 0)$

Β. Δίνεται ότι $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = |\vec{\gamma}| = 1$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{6}$, $(\vec{\alpha}, \widehat{\ \vec{\gamma}}) = \pi$.

Να αντιστοιχήσετε κάθε εσωτερικό γινόμενο που βρίσκεται στη στήλη (Α) με την τιμή του που βρίσκεται στη στήλη (Β).

στήλη Α Εσωτερικό γινόμενο	**στήλη Β**
	-1
$\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$	0
$\vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\vec{\gamma} \cdot \vec{\beta}$	$\frac{1}{2}$

Γ. Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ρόμβος με γωνία Α = 60° και πλευρά 6 cm. Αν Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του, να αντιστοιχήσετε τα εσωτερικά γινόμενα της στήλης (Α) με τις αντίστοιχες τιμές της στήλης (Β).



στήλη Α	**στήλη Β**
$\overrightarrow{ΟΑ} \cdot \overrightarrow{ΟΒ}$	18
	36
$\overrightarrow{ΑΒ} \cdot \overrightarrow{ΑΔ}$	0
	-36
$\overrightarrow{ΑΒ} \cdot \overrightarrow{ΓΔ}$	-18
	$18 \cdot \sqrt{3}$
$\overrightarrow{ΑΔ} \cdot \overrightarrow{ΓΔ}$	

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ

Σε χρόνο 2-3 λεπτών
Α) λέμε έναν αστείο συνειρμό ή
Β) σχολιάζουμε μια επίκαιρη ευχάριστη είδηση ή
Γ) κάνουμε προβολή ενός βίντεο.

ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

1) Εφαρμογή 1,2 σελίδα 45 σχολικό βιβλίο

2)Ασκήσεις 3, 4 α΄ ομάδα σχολικού βιβλίου σελίδες 45.

3) Ασκήσεις 1,2 β΄ ομάδα σχολικού βιβλίου σελίδες 45.