ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ

Η έννοια της απόδειξης
Μέθοδοι απόδειξης

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

5

I. ΣΧΕΔΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

1. Ο διδάσκων καθηγητής αναφέρει σύντομα τη βασική θεωρία που είναι
   ι. Ορισμός απόδειξης
   ιι Απλές και σύνθετες προτάσεις
   ιιι. Λογικές πράξεις
2. Γίνονται επιλεκτικά στη τάξη από τους μαθητές, με επιβεβαίωση ή διάψευση από τον καθηγητή , οι ερωτήσεις κατανόησης B_1, B_3
3. Ο διδάσκων καθηγητής αναπτύσσει τα παραδείγματα του Γ΄ μέρους
4. Ο διδασκόμενος μαθητής επιβλέπεται από τον καθηγητή και αναπτύσσει στο τετράδιο του τις Δ_1, Δ_2.
5. Γίνεται σύντομη ανακεφαλαίωση του αντικειμένου από τον διδάσκοντα καθηγητή
6. Δίνονται στον μαθητή για το σπίτι
   α) οι υπόλοιπες ερωτήσεις κατανόησης,
   β) τα θέματα:….

II. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

Α. Βασική Θεωρία (επιγραμματικά)-Παρατηρήσεις-Σχόλια

α) Τι λέγεται απόδειξη;

β) Τι είναι τα αξιώματα;

γ) Σε τι συνίσταται γενικά η απόδειξη;

δ) Ορισμός απλής πρότασης. Ένα παράδειγμα.

ε) Ορισμός σύνθετης πρότασης. Ένα παράδειγμα

στ) Τι λέγονται λογικές πράξεις;
ζ) Τι λέγεται διάζευξη δύο προτάσεων;
η)Τι λέγεται σύζευξη δύο προτάσεων;
θ)Τι λέγεται συνεπαγωγή με υπόθεση p και συμπέρασμα q;
ι)Τι λέγεται ισοδυναμία των προτάσεων p,q;

Β. Ερωτήσεις κατανόησης τύπου: Σωστού-Λάθους, πολλαπλής επιλογής, αντιστοίχησης, διάταξης και συμπλήρωσης.

1. Μια απόδειξη γίνεται με την βοήθεια ορισμών, αξιωμάτων και άλλων αληθών προτάσεων που εντάσσονται σε μια λογική διαδικασία; **Σ - Λ**

2. Για κάθε $\chi \in \Re$ είναι ή $\chi = 0$ ή $\chi \neq 0$ **Σ - Λ**

3. Η απόδειξη , γενικά, συνίσταται σε διαδοχική παραγωγή …….. προτάσεων με κατάληξη την …….. πρόταση.

4. Η πρόταση «Ο αριθμός α είναι περιττός» είναι απλή πρόταση ή σύνθετη; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.
……

……..

5.Να συμπληρωθούν οι παρακάτω πίνακες:

p	q	$p \wedge q$
α	ψ	
ψ		

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$p \Leftrightarrow q$
α	α			
α	ψ			
ψ	α			
ψ	ψ			

2. Να αντιστοιχίσετε τις δύο στήλες:

Στήλη Α Λογικές πράξεις	Στήλη Β Συμβολισμός
Α. ¨Άρνηση	1. $p \vee q$
Β. Σύζευξη	2. $p \wedge q$
Γ. Διάζευξη	3. $\bar{p}$
Δ. Συνεπαγωγή	4. $p \Rightarrow q$
Ε. Ισοδυναμία.	5. $p \Leftrightarrow q$

Copyright: **Ηλίας Ράιδος** Καθηγητής Μαθηματικών.
http://blogs.sch.gr/iraidos/
E_mails:**raidosi@yahoo.gr**
iraidos@gmail.com

Γ. Αναπτυγμένα παραδείγματα για εμπέδωση με αντίστοιχους αλγόριθμους(μεθοδολογίες)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 1ο

Το τετράγωνο κάθε πραγματικού αριθμού είναι μη αρνητικός αριθμός δηλαδή $\chi^2 \geq 0$.

Επίλυση

Για $\chi = 0$ έχουμε $\chi^2 = 0^2 = 0$

Για $\chi = 5$ έχουμε $\chi^2 = 5^2 = 25 > 0$

Για $\chi = -5$ έχουμε $\chi^2 = (-5)^2 = 25 > 0$

Σε όλες τις περιπτώσεις ισχύει $\chi^2 \geq 0$.

Παράδειγμα 2ο

Τι συμπεραίνετε για από τις προτάσεις «Οι γωνίες της βάσης ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες» και «Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΒ=ΑΓ»

Επίλυση

Από τις προτάσεις «Οι γωνίες της βάσης ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες» δηλαδή «Για κάθε χ, (χ ισοσκελές τρίγωνο) $\Rightarrow$ (Οι γωνίες της βάσης του χ είναι ίσες» και «Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΒ=ΑΓ» συμπεραίνουμε ότι $\hat{B} = \hat{\Gamma}$.

Παράδειγμα 3ο

Να αποδειχθεί ότι «Σε κάθε τρίγωνο απέναντι σε άνισες γωνίες βρίσκονται άνισες πλευρές»

Επίλυση

Η πρόταση αυτή αναδιατυπώνεται ως εξής: Ισχύει η συνεπαγωγή:

«Αν δύο γωνίες του τριγώνου χ είναι άνισες , τότε οι δύο (απέναντι) πλευρές του χ είναι άνισες»

Η Αντιθετοαντιστροφή συνεπαγωγή είναι:

«Αν δύο πλευρές του τριγώνου χ είναι ίσες , τότε οι δύο απέναντι γωνίες του χ είναι ίσες» , η οποία γιατί είναι μία άλλη διατύπωση του γνωστού θεωρήματος του ισοσκελούς τριγώνου.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

M_1: Σε τι συνίσταται η ταυτολογία;

Κάθε ταυτολογία παράγει αληθείς προτάσεις.

M_2: Σε τι συνίσταται ο κανόνας αποσπάσεως;

Όταν αληθεύουν μια συνεπαγωγή $p \Rightarrow q$ και η πρόταση p , τότε ασφαλώς αληθεύει και η q.

Ειδικότερα αν αληθεύουν οι προτάσεις $p(x) \Rightarrow q(x)$ και $p(\alpha)$, τότε , επειδή αληθεύει η $p(\alpha) \Rightarrow q(\alpha)$, θα αληθεύει και η $q(\alpha)$.

M_3: Σε τι συνίσταται η αντιθετοαντιστροφή;

Επειδή οι λογικοί τύποι $p \Rightarrow q$ και όχι $q \Rightarrow$ όχι p είναι ισοδύναμοι , όταν έχουμε να αποδείξουμε ότι ισχύει μία συνεπαγωγή, αποδεικνύουμε, αν αυτό είναι ευκολότερο, ότι ισχύει η αντιθετοαντίστροφή της.

Δ. Προτεινόμενα θέματα για ανάπτυξη από τους διδασκόμενους

1.Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$, να δείξετε ότι ισχύει $\frac{5\alpha - 6\beta}{4\beta} = \frac{5\gamma - 6\delta}{4\delta}$

2.Δείξτε ότι ο αριθμός $\chi = \nu^2 - \nu$ είναι άρτιος.

3.Αν $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ και $3x - y + 2z = 22$ να βρεθούν οι αριθμοί x, y, z .

4.Αν ο φυσικός αριθμός ν είναι περιττός, τότε ο αριθμός $\chi = \nu^2 - 1$ είναι πολλαπλάσιο του 4.

5.Αν $x.y \neq 0$ και ισχύει η σχέση $\frac{x - 3y}{2x - 5y} = \frac{3}{4}$ (1), να δείξετε ότι οι αριθμοί x ,y είναι ομόσημοι.

6.α) Αν α περιττός αριθμός, να απλοποιηθεί το κλάσμα $A = \frac{\alpha + 5}{3\alpha + 15}$.

β) Αν $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ και $x + y = z + 2$, να δειχθεί ότι $\frac{z}{x} + \frac{z}{y} =$ πολ.Α .

7.Αν $x + 2y - 3z$ είναι αντίθετος του $-x + 2y - z$

α) να δειχθεί ότι $y = z$.

β) να βρεθεί η σχέση που συνδέει τα x ,y , z όταν $\frac{x}{y} = \frac{y}{z}$.

Copyright: **Ηλίας Ράιδος** Καθηγητής Μαθηματικών.
http://blogs.sch.gr/iraidos/
E_mails:**raidosi@yahoo.gr**
iraidos@gmail.com