



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Υπουργείο Παιδείας,

Έρευνας και Θρησκευμάτων



ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ

ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1^ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΒΟΛΟΥ

Επαναληπτικές έννοιες

Το 2^ο
ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟ ΦΥΛΛΟ
ΕΡΓΑΣΙΑΣ
από τα



περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^ο

ΟΙ ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ.

1.

α) Γράψτε τους αριθμούς με τους οποίους παριστάνουμε τις παρακάτω εκφράσεις:

- Η θερμοκρασία είναι 2 βαθμοί Κελσίου κάτω από το 0.:
Αριθμός.....
- Η θερμοκρασία είναι 2,5 βαθμοί Κελσίου.:
Αριθμός.....
- Ο δύτες κατέβηκε 13,25 μέτρα κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας.:
Αριθμός.....
- Ο τρίτος όροφος της πολυκατοικίας είναι 15 μέτρα πάνω από το έδαφος.: Αριθμός.....
- Κατέβηκε στο υπόγειο της πολυκατοικίας 7,5 μέτρα κάτω από το έδαφος.:
Αριθμός.....
- Ο αριθμός αυτός βρίσκεται $\frac{3}{2}$ μονάδες πιο αριστερά από το 0.:
Αριθμός.....
- Ο αριθμός αυτός βρίσκεται $\frac{5}{3}$ μονάδες πιο δεξιά από το 0.:
Αριθμός.....
- Η επιχείρηση το πρώτο έτος λειτουργίας παρουσίασε ζημιά 5,3 εκατοντάδες ευρώ.:
Αριθμός.....

β) Να κάνετε έναν άξονα χ΄Οχ και να τοποθετήσετε πάνω σ΄ αυτόν τους αριθμούς του α) ερωτήματος

γ) Να υπολογίσετε τις απόλυτες τιμές των αριθμών που βρήκατε στο α) ερώτημα.

2.

α) Έστω χ ένας ρητός αριθμός. Γράψτε τι σημαίνει το καθένα από τα παρακάτω σύμβολα:

- $-\chi$:
- $|\chi|$:
- $|- \chi|$:
- $-(-\chi)$:

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.:

Ρητός αριθμός χ	5			$+\frac{7}{5}$		-2,5	
$-\chi$		6,3			+3,9		
$ \chi $							
$ - \chi $							
$-(-\chi)$			-9				+7,8

γ) Τι παρατηρείτε για τις τιμές των χ , $-(-\chi)$ και των $|\chi|$, $|- \chi|$;

3.



- α) Στον παραπάνω άξονα χ Ο χ να βρείτε τα σημεία του στα οποία μπαίνουν οι αριθμοί οι οποίοι έχουν απόλυτη τιμή $\frac{1}{3}$ μονάδες.
- β) Στον παραπάνω άξονα χ Ο χ να βρείτε το σημείο στο οποίο μπαίνει ο αρνητικός αριθμός με απόλυτη τιμή 2 μονάδες.
- γ) Στον παραπάνω άξονα χ Ο χ να βρείτε το ευθύγραμμο τμήμα του στα σημεία του οποίου μπαίνουν οι ρητοί αριθμοί με απόλυτη τιμή μικρότερη ή ίση του $\frac{2}{3}$.
- δ) Στον παραπάνω άξονα χ Ο χ να βρείτε τις ημιευθείες στα σημεία των οποίων μπαίνουν οι ρητοί αριθμοί με απόλυτη τιμή μεγαλύτερη ή ίση του $\frac{2}{3}$.

4.

- α) Να τοποθετήσετε από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους παρακάτω ρητούς αριθμούς:
7 , +1,3 , -8 , -1,2 , 0 , 2000 , - 2001
- β) Αν a ένας θετικός αριθμός να διατάξετε από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους αριθμούς: a , $-a$, $-2a$, $2a$, 0.
- γ) Αν a , β δύο αρνητικοί αριθμοί με $a < \beta$. Να συγκρίνετε τις απόλυτες τιμές των a , β .
Να συγκρίνετε τους αντιθέτους των a , β .

5.

- α) Να βρείτε όλους τους ακέραιους αριθμούς χ για τους οποίους ισχύει: $-1 < \chi < 2$
- β) Να βρείτε όλους τους ακέραιους αριθμούς χ για τους οποίους ισχύει: $|\chi| = 2$
- γ) Να βρείτε όλους τους ακέραιους αριθμούς χ για τους οποίους ισχύει: $|\chi| = -2$
- δ) Να βρείτε όλους τους ακέραιους αριθμούς χ για τους οποίους ισχύει: $|\chi| \leq 2$
- ε) Να βρείτε όλους τους ακέραιους αριθμούς χ για τους οποίους ισχύει: $1 \leq |\chi| \leq 5$
- στ) Να βρείτε όλους τους ακέραιους αριθμούς χ για τους οποίους ισχύει: $|\chi| = 0$

6.

- α) Να βρείτε την απόλυτη τιμή του ρητού αριθμού χ για τον οποίο γνωρίζουμε ότι ισχύει:
 $-\chi = +2,3$
- β) Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα με ρητούς αριθμούς της δική σας επιλογής και διαπιστώστε την ισότητα $|\chi| = |-\chi|$.

χ							
$-\chi$							
$ \chi $							
$ -\chi $							

7.

- Καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις μπορεί να είναι **σωστή** , μπορεί όμως να είναι **λάθος**.
Γράψτε δίπλα από κάθε πρόταση το **Σ** αν αυτή είναι σωστή και το **Λ** αν αυτή είναι λάθος.
- Ο αριθμός $-\chi$ είναι ένας αρνητικός ρητός αριθμός.
 - Ο αριθμός $-\chi$ είναι ο αντίθετος του αριθμού χ και μπορεί να είναι θετικός ή αρνητικός αν ο χ είναι αρνητικός ή θετικός αντίστοιχα.

- Οι αντίθετοι αριθμοί έχουν αντίθετες απόλυτες τιμές.
- Οι αντίθετοι αριθμοί έχουν την ίδια πάντα απόλυτη τιμή αφού αυτή εκφράζει την απόσταση των σημείων του άξονα στα οποία αυτοί μπαίνουν από την αρχή του.
- Η απόλυτη τιμή ενός αριθμού είναι πάντα μη αρνητικός αριθμός.
- Η απόλυτη τιμή ενός αριθμού μπορεί να είναι και αρνητικός αριθμός.
- Αν a, β δύο αρνητικοί αριθμοί τότε $a < \beta$ αν και μόνο αν $|a| > |\beta|$
- Αν a, β δύο θετικοί αριθμοί τότε $a > \beta$ αν και μόνο αν $|a| < |\beta|$
- Οι αριθμοί που έχουν την ίδια απόλυτη τιμή είναι πάντα ίσοι.

8.

Επιλέξτε την σωστή απάντηση στις παρακάτω προτάσεις:

- Δύο αντίθετοι αριθμοί απέχουν, πάνω στον άξονα, 11 μονάδες. Αυτοί οι αριθμοί είναι:

A. 0 και 11. B. -5 και 6. Γ. 5,5 και $-\frac{11}{2}$. Δ. -5,5 και $-\frac{11}{2}$.

- Η τιμή της διαφοράς $|-6| - |-5|$ είναι:

A. 0. B. -11. Γ. 11. Δ. 1.

- Η απόσταση δύο ετερόσημων αριθμών, πάνω στον άξονα, είναι 5 μονάδες. Οι αριθμοί αυτοί μπορεί να είναι:

A. 1 και 6. B. -1 και 6. Γ. -1 και -6. Δ. -1 και 4.

- Ο μικρότερος από τους αριθμούς με απόλυτη τιμή μικρότερη ή ίση του $\frac{3}{2}$ είναι ο αριθμός:

A. 0. B. -1,5. Γ. $\frac{3}{2}$. Δ. -1.

9.

Βρείτε τους ακέραιους αριθμούς x και y ώστε να ισχύουν οι παρακάτω ισότητες:

α) $|x| = 3$ και $|x| + |y| = 5$

β) $||x| - |y|| = 0$ και $|y| = 2$

γ) $|x| + |y| = 0$

δ) $|x| + |y| = 1$

10.

Ένα κινητό κινείται πάνω στον άξονα $x'Ox$. Αρχίζει την κίνησή του από την αρχή του άξονα κινείται προς τα αριστερά 5 μονάδες. Κατόπιν αλλάζοντας την κίνησή του κινείται προς τα δεξιά 7 μονάδες. Μετά αλλάζει πάλι την φορά της κίνησής του και κινείται προς τα αριστερά 4 μονάδες.

α) Βρείτε τους αριθμούς του άξονα στους οποίους το κινητό άλλαξε την κίνησή του.

β) Η τελική θέση του κινητού πόσο μακριά από την αρχική του θέση είναι;

γ) Ποιο είναι το συνολικό διάστημα που έκανε το κινητό;

ΟΙ ΠΡΑΞΕΙΣ ΤΗΣ ΠΡΟΣΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗΣ ΤΩΝ ΡΗΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

1.

α) Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

$$A_1 = (+2,3) + (+7,1) = \dots\dots\dots$$

$$A_2 = (-2,3) + (-7,1) = \dots\dots\dots$$

$$A_3 = (+2,3) + (-7,1) = \dots\dots\dots$$

$$A_4 = (-2,3) + (+7,1) = \dots\dots\dots$$

β) Να υπολογίσετε τις διαφορές, αφού τις μετατρέψετε πρώτα σε αθροίσματα.:

$$\Delta_1 = (+2,3) - (-7,1) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\Delta_2 = (+2,3) - (+7,1) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\Delta_3 = (-2,3) - (-7,1) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\Delta_4 = (-2,3) - (+7,1) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

2.

Γράψτε την πράξη της πρόσθεσης και υπολογίστε το άθροισμα που προκύπτει στις παρακάτω προτάσεις. Εξηγήστε την έννοια αυτού του αθροίσματος.

- Η θερμοκρασία από +20 βαθμούς Κελσίου ανέβηκε κατά 2 βαθμούς.
.....
- Η θερμοκρασία από -3 βαθμούς Κελσίου έπεσε κατά 2,5 βαθμούς.
.....
- Ο δύτες από τα -20 μέτρα ανέβηκε κατά 5 μέτρα.
.....
- Ένα υποβρύχιο που βρισκόταν στα -90 μέτρα εκτόξευσε έναν πύραυλο για να πετύχει στόχο που βρισκόταν 500 μέτρα πιο πάνω.
.....
- Το δεύτερο υπόγειο μιας πολυκατοικίας βρίσκεται 20 μέτρα πιο κάτω από τον δεύτερο όροφο ο οποίος βρίσκεται στα +10 μέτρα.
.....
- Ένα υποβρύχιο βρίσκεται 3150 μέτρα πιο κάτω από ένα αεροπλάνο που βρίσκεται στα +3050 μέτρα.
.....

3.

α) Γράψτε την πράξη της αφαίρεσης του πρώτου από τον δεύτερο αριθμό και υπολογίστε την διαφορά που προκύπτει στις παρακάτω προτάσεις. Εξηγήστε την έννοια της διαφοράς.

- Η μικρότερη θερμοκρασία που σημειώθηκε στην Καρδίτσα το 2000 ήταν -8 βαθμοί Κελσίου και η μεγαλύτερη +41 βαθμοί Κελσίου.
.....
- Ένα σημείο Α βρίσκεται στον άξονα χ'Ο χ στη θέση -5 ένα άλλο σημείο Β βρίσκεται στη θέση -3.
.....

β) Αν θεωρήσουμε το έτος 2000 σαν αρχή μέτρησης των χρόνων δηλαδή έτος 0. Ποιο έτος είναι αυτό που διανύουμε; Ποιο έτος γεννηθήκατε; Ποια είναι η διαφορά των δύο χρόνων, (μεγαλύτερο έτος - μικρότερο έτος), και τι εκφράζει;

Απάντηση:

Έτος που διανύουμε:

Έτος που γεννήθηκα :

Διαφορά : Εκφράζει

4.

α) Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

$$A_1 = (+3) + (+7) + (-5) + (-6) = \dots\dots\dots$$

$$A_2 = (-3) + (-7) + (+5) + (+6) = \dots\dots\dots$$

$$A_3 = (+7,3) + (-7,1) + (+0,2) + (-1) + (-2) + (+3) = \dots\dots\dots$$

$$A_4 = (-7,3) + (+7,1) + (-0,2) + (+1) + (+2) + (-3) = \dots\dots\dots$$

β) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις αφού πρώτα μετατρέψετε τις διαφορές σε αθροίσματα.:

$$\Pi_1 = (+5) - (-7) - (-12) + (+1) = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_2 = (-5,6) - (-2,6) + (-3,2) - (-5,2) = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_3 = (-20,5) - (-20) - (-0,6) - (-1,1) = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_4 = (+1) - (-2) - (-3) - (-4) - (-5) - (-6) - (-7) - (-8) = \dots\dots\dots$$

5.

α) Να υπολογίσετε τα αθροίσματα αφού πρώτα διώξετε τις παρενθέσεις, (μεταξύ των αριθμών εννοείται ότι υπάρχει η πράξη της πρόσθεσης):

$$A_1 = (+50) + (-70) + (-80) + (+60) = \dots\dots\dots$$

$$A_2 = \left(+\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right) + (+2) = \dots\dots\dots$$

$$A_3 = \frac{2}{7} + (-5) + \left(-\frac{7}{2}\right) + (-1) = \dots\dots\dots$$

β) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις αφού :

- μετατρέψετε τις διαφορές σε αθροίσματα.
- διώξετε τις παρενθέσεις, (μεταξύ των αριθμών εννοείται ότι υπάρχει η πράξη της πρόσθεσης)
- διαγράψετε τους αντίθετους

$$\Pi_1 = -7 - (-5) + (-8) - (-7) = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_2 = 8 - (-3) + (-2) - (+2) + (-8) = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_3 = \frac{2}{13} - (-6,3) + \left(-\frac{2}{13}\right) - (+6,3) = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_4 = 0 - \left(-\frac{5}{8}\right) + (-7,3) - \left(+\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{73}{10}\right) - \left(-\frac{2}{3}\right) = \dots\dots\dots$$

6.

Να υπολογίσετε τα αποτελέσματα των παραστάσεων:

$$\Pi_1 = -7 + 8 - 6 + 9 - 5 + 3 + 6 - 1 = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_2 = 1,4 - 0 - 14 - 37 + 40 + 10,6 - 1 = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_3 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{13}{60}$$

$$\Pi_4 = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots\dots\dots + 4003 - 4004 = \dots\dots\dots$$

7.

α) Αν $\alpha + \beta = -5$ και $\alpha - \beta = 3$ υπολογίστε τις τιμές των παραστάσεων:

- $\alpha + (-\beta) = \dots\dots\dots = \dots\dots$
- $\alpha - (-\beta) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

β) Υπολογίστε την τιμή του χ ώστε:

- $\chi + (-2) = -2$
- $\chi - (-2) = -2$
- $(-2) - \chi = 5$
- $\chi - 6 = -4$
- $\chi + 5 - 6 - 7 = 8 - 10 + 3 - 2$

8.

Αν $\alpha = -7,5$ $\beta = 8$ $\gamma = -3,5$ να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$\Pi_1 = \alpha + \beta + \gamma$$

$$\Pi_2 = -\alpha - \beta - \gamma$$

$$\Pi_3 = (\alpha + \beta) - (\alpha + \gamma) - (\beta + \gamma)$$

$$\Pi_4 = (\alpha - \beta) + (\alpha - \gamma) + (\beta - \gamma)$$

9.

α) Να βρείτε το άθροισμα όλων των ακεραίων αριθμών με απόλυτη τιμή μικρότερη ίση του 3.

β) Δύο διαφορετικοί ρητοί αριθμοί έχουν απόλυτη τιμή ίση με $\frac{5}{3}$

Να βρείτε το άθροισμα τους και την διαφορά του μεγαλύτερου από τον μικρότερο.

10 .

Για να βρούμε την απόσταση δύο σημείων πάνω στον άξονα $x'Ox$, όπου μπαίνουν δύο αριθμοί, βρούμε την διαφορά του μικρότερου από τον μεγαλύτερο αριθμό.

α) Να υπολογίσετε τις «αποστάσεις» των αριθμών

- 5 και 9
- -5 και -9
- -3 και +2
- 15 και -15

β) Να βρείτε τον θετικό αριθμό x του άξονα ο οποίος απέχει από τον αρνητικό αριθμό $-\frac{7}{8}$ απόσταση ίση με 3 μονάδες.

11 .

Ο γενικός δείκτης του ΧΑΑ σημείωσε την προηγούμενη εβδομάδα τις εξής ποσοστιαίες μεταβολές: Δευτέρα: Πτώση 1,25% , Τρίτη: Πτώση 0,67% , Τετάρτη: Άνοδος 2,3% , Πέμπτη: Πτώση 0,49% και Παρασκευή: Άνοδος 0,83%

Γράψτε την παράσταση το αποτέλεσμα της οποίας δείχνει την εβδομαδιαία ποσοστιαία μεταβολή του δείκτη. Υπολογίστε την εβδομαδιαία ποσοστιαία μεταβολή του δείκτη.

12 .

Θεωρούμε το έτος που διανύουμε έτος 0. Βρείτε κάνοντας μία μόνο πράξη πόσο χρονών θα είναι κάποιος μετά από 10 χρόνια αν είναι γνωστό ότι γεννήθηκε το έτος -13.

ΑΠΑΛΟΙΦΗ ΠΑΡΕΝΘΕΣΕΩΝ.

13 .

Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων αφού απαλείψετε τις παρενθέσεις και διαγράψτε τους αντίθετους αριθμούς.

$$\Pi_1 = -(-3) + (-2) - (+5) + (+1) = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_2 = 7 - (-8 + 2) - 6 + (-9 + 3) + 2 = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_3 = (-5 + 6 - 3) + (7 - 6 + 1) - (1 - 7 - 5) = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_4 = -(-2,3 - 1,4 + 2,6 - 0,25) + 2,6 - (4,25 + 1,4 - 5,1) + 2,5 = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_5 = \left(-\frac{5}{3} + \frac{1}{6} - 2\right) + \frac{7}{2} + 2 - \left(\frac{7}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) + 2 = \dots\dots\dots$$

14 .

Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων αφού απαλείψετε τις παρενθέσεις, τις αγκύλες και διαγράψτε τους αντίθετους αριθμούς.

$$\Pi_1 = -[-(-2)] - 1 + [-(+2)] + 4 - 1 = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_2 = -8 - 3 + 5 + [-2 - 5 - (-3 - 8) - 1] - (-1) + 3 = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_3 = 0 - [(-5 + 2) - 3 + 1 - (-1) + 5] - (-2 + 6) + 7 = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_4 = 1,1 + (-3,3 + 1,2) - [-3 - (9 + 2,5 - 3,4 - 5,5 + 4) - 2,1] - 7,8 = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_5 = \left[-\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2} + 1 - \frac{2}{3}\right) - \frac{1}{12} + 1 + \left(-\frac{7}{3} - 8\right)\right] - \left[-\left(-\frac{1}{2}\right)\right] - 6 = \dots\dots\dots$$

15 .

Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων αφού απαλείψετε τις παρενθέσεις , τις αγκύλες, τα άγκιστρα και διαγράψετε τους αντίθετους αριθμούς.

$$\Pi_1 = 2 - \{-2 - [-(2-3)+7]-8\} + 8 + \{[-(-7)]\} = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_2 = 1 - (-10 + 3 - 20) + [-7 + (-10 - 1) + 45] - \{-5 + 15 - [-20 + (-10 + 5) - 2] - 2\} - 2000 =$$

16 .

Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων.

$$\Pi_1 = \alpha - 7 - (\beta - \alpha) + \beta - 3 = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_2 = -\chi + \psi - 2 - [-2 - \chi + (\psi - 10) + 1] = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_3 = \{-1 - [-\kappa + 1 - (-\lambda + 1) - 1] - (\kappa + 10) - 2\} + \lambda = \dots\dots\dots$$

17 .

Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων αν γνωρίζετε ότι $\alpha + \beta = \frac{2}{3}$ και $\chi - \psi =$

$$-\frac{1}{4}$$

$$\Pi_1 = -\alpha - \beta - \chi + \psi = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_2 = -(-\alpha - \beta) - (-\chi + \psi) = \dots\dots\dots$$

$$\Pi_3 = \alpha - (\psi - 2) + (\chi - 1) + \beta = \dots\dots\dots$$

18 .

Να γράψετε την παράσταση που προκύπτει από την παρακάτω πρόταση, χρησιμοποιώντας παρενθέσεις και αγκύλες και να υπολογίσετε την τιμή της.

« Αφαιρούμε την διαφορά του ψ από το χ από το χ και το αποτέλεσμα αυτής της αφαίρεσης το αφαιρούμε από το αντίθετο της διαφοράς του ψ από το 1».

19 .

Να βρείτε τις αντίθετες παραστάσεις, αφού πρώτα τις κάνετε πιο απλές.

$$A = -(-\alpha) - \beta = \dots\dots\dots, \text{ οπότε } -A = -(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$$

$$B = -\alpha - (-\beta) = \dots\dots\dots, \text{ οπότε } -B = -(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$$

$$\Gamma = -A - B = \dots\dots\dots, \text{ οπότε } -\Gamma = \dots\dots\dots$$

20 .

α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$\Pi = -\alpha - 5 - (-\gamma - 2) + \beta - 3, \text{ αν } \alpha = -9, \beta = -6 \text{ και } \gamma = +8.$$

β) Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή της παράστασης

$$\Pi = -\frac{5}{7} + \alpha - (-2 + \beta) + \left(-\frac{1}{2} + \gamma\right), \text{ αν ο αντίθετος του } \alpha \text{ είναι: } -\alpha = -3, \text{ ο αντίθετος του } \beta \text{ είναι: } -$$

$$\beta = -5 \text{ και ο αντίθετος του } \gamma \text{ είναι: } -\gamma = +\frac{1}{14}$$

**Η ΠΡΑΞΗ ΤΟΥ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ
ΤΩΝ ΡΗΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ**

1.

α) Καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις μπορεί να είναι **σωστή**, μπορεί όμως να είναι **λάθος**. Γράψτε δίπλα από κάθε πρόταση το **Σ** αν αυτή είναι σωστή και το **Λ** αν αυτή είναι λάθος.

- Οι ομόσημοι αριθμοί έχουν γινόμενο αριθμό ομόσημο μ' αυτούς.
- Οι ομόσημοι αριθμοί έχουν γινόμενο έναν θετικό αριθμό.
- Οι ετερόσημοι έχουν γινόμενο έναν αρνητικό αριθμό.
- Οι αντίθετοι αριθμοί έχουν γινόμενο αρνητικό αριθμό.
- Αν a ένας ρητός αριθμός τότε $a \cdot 1 = a$ και $a \cdot 0 = 0$.

β) Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή.

1. Οι αντίστροφοι αριθμοί έχουν άθροισμα 0
2. Οι αντίστροφοι αριθμοί έχουν γινόμενο 0
3. Οι αντίστροφοι αριθμοί έχουν γινόμενο -1
4. Οι αντίστροφοι αριθμοί έχουν γινόμενο 1

2.

α) Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός α	+1	0	-3	-7	+4,5	+3,6
Αριθμός β	-1	-2	+2	-5	3	-5
Γινόμενο αβ						

β) Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός α	-1	-5	-3	5	+3	-8
Αριθμός β	-1	-2	+2	-6	1	-7
Γινόμενο αβ						
Αριθμός γ	-1	0	-7	+5	+50	+5
Γινόμενο αβγ						

3.

α) Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός χ	-5	+2			$-\frac{1}{3}$	
Γινόμενο (-1)·χ						
Αντίθετος του χ			-2,4	+5,6		$+\frac{2}{5}$

β) Είναι σωστή ή λάθος η πρόταση :

«Ο αντίθετος του χ είναι ίσος με το γινόμενο του -1 με τον χ δηλαδή $-\chi = (-1) \cdot \chi$ »

4.

Σε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις επιλέξτε το σωστό συμπέρασμα.

1. Το γινόμενο δύο αριθμών είναι αρνητικός αριθμός.
 Α. Οι αριθμοί είναι αρνητικοί. Β. Οι αριθμοί είναι ομόσημοι. Γ. Οι αριθμοί είναι ετερόσημοι. Δ. Οι αριθμοί είναι θετικοί.
2. Το γινόμενο δύο αριθμών είναι αριθμός θετικός.
 Α. Οι αριθμοί είναι αρνητικοί. Β. Οι αριθμοί είναι ομόσημοι. Γ. Οι αριθμοί είναι ετερόσημοι. Δ. Οι αριθμοί είναι θετικοί.
3. Έστω οι ρητοί αριθμοί α, β, γ ώστε $\alpha\beta\gamma = 1$
 Α. Οι αριθμοί α, β, γ είναι αντίστροφοι. Β. Οι αριθμοί α, β, γ είναι ομόσημοι. Γ. Ο αριθμός α είναι αντίστροφος του β . Δ. Ο αριθμός α είναι αντίστροφος του $\beta\gamma$.
4. Έστω οι ρητοί αριθμοί α, β ώστε $-3 \cdot (\alpha + \beta) = 0$.
 Α. Οι αριθμοί α, β είναι αντίστροφοι. Β. Οι αριθμοί α, β είναι 0. Γ. Ο αριθμός α είναι αντίθετος του β . Δ. Ισχύει $\alpha + \beta = 3$.
5. Το γινόμενο και το άθροισμα δύο αριθμών είναι αριθμός θετικός.
 Α. Οι αριθμοί είναι αρνητικοί. Β. Οι αριθμοί είναι ομόσημοι. Γ. Οι αριθμοί είναι ετερόσημοι. Δ. Οι αριθμοί είναι θετικοί.

5.

Να γίνουν οι πράξεις:

$$\alpha) -3 \cdot (-2+5) =$$

$$\beta) 6 \cdot (-4 - 7) =$$

$$\gamma) (-3 - 5) \cdot (-8) =$$

$$\delta) (6,5 - 3,5) \cdot (-4,3 + 1,3) =$$

$$\epsilon) -2 \cdot 3 \cdot (-4)$$

$$\sigma\tau) \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot \left(+\frac{3}{2} - 1\right)$$

6.

Να υπολογίσετε τα γινόμενα:

$$\Gamma_1 = (-1) \cdot (-2) \cdot (-3) =$$

$$\Gamma_2 = (-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) =$$

$$\Gamma_3 = 7 \cdot (-1) \cdot (+2) \cdot (-3) \cdot (-4) =$$

$$\Gamma_4 = \underbrace{(-1)(-1)(-1)\dots\dots(-1)}_{2004 \text{ παράγοντες}}$$

$$\Gamma_5 = \underbrace{(-1)(-1)(-1)\dots\dots(-1)}_{2005 \text{ παράγοντες}}$$

$$\Gamma_6 = \left(-\frac{1}{2}\right) \left(+\frac{2}{3}\right) \left(-\frac{3}{4}\right) \left(+\frac{4}{5}\right)$$

$$\Gamma_7 = \left(-\frac{1}{2}\right) \left(+\frac{2}{3}\right) \left(-\frac{3}{4}\right) \left(+\frac{4}{5}\right) \dots\dots \left(-\frac{2001}{2002}\right) \left(+\frac{2002}{2003}\right)$$

$$\Gamma_8 = (-5,623)(+7,321)(-92,156) \cdot 0 \cdot (-357,845) =$$

7.

Να συμπληρώσετε τα πρόσημα των παραγόντων που υπάρχουν στα παρακάτω γινόμενα και να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή του γινομένου τους.

$$\Gamma_1 = (\dots)(-6)(+3) = - \dots$$

$$\Gamma_2 = (-2)(\dots)(-5)(+3) = - \dots$$

$$\Gamma_3 = (\dots)(+5)(-4)(-10)(-6) = + \dots$$

$$\Gamma_4 = 2 \cdot (+1)(+6)(\dots) = + \dots$$

8.

Αν α , β είναι αριθμοί ετερόσημοι και όχι μηδέν να γράψετε αν ο γ είναι θετικός ή αρνητικός αριθμός ή το μηδέν, ώστε να ισχύει σε κάθε περίπτωση η σχέση

- $\alpha\beta\gamma < 0$ πρέπει ο αριθμός γ να είναι
- $\alpha\beta\gamma > 0$ πρέπει ο αριθμός γ να είναι
- $\alpha(-1)\beta\gamma > 2$ πρέπει ο αριθμός γ να είναι
- $\alpha\beta\gamma < -2$ πρέπει ο αριθμός γ να είναι
- $-5,3 \cdot \alpha \cdot (-2,5)\beta\gamma = 0$ πρέπει ο αριθμός γ να είναι
- $(-\alpha)(-\beta)(-\gamma) > 0$ πρέπει ο αριθμός γ να είναι

9.

α) Να βρείτε τρεις διαφορετικούς ακεραίους αριθμούς α , β , γ οι οποίοι έχουν γινόμενο -2 .

β) Να βρείτε τρεις διαφορετικούς αρνητικούς ακεραίους α , β , γ και ένα θετικό ακέραιο γ ώστε το γινόμενο των απολύτων τιμών τους να είναι 6. Πόσο είναι το γινόμενό τους.

10.

α) Να βρείτε το γινόμενο των αντίστροφων των αριθμών $\alpha = -5$ και $\beta = +2,5$

β) Να βρείτε τον αντίστροφο του γινομένου των αριθμών $\alpha = -5$ και $\beta = +2,5$

11.

Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

$$\Pi_1 = -5 + (-2)(-3) - (+1)(-3) - (-2)(-1)(+2)$$

$$\Pi_2 = -(-6,2) 5 (-30) + (-9,3)(-93-7)$$

$$\Pi_3 = 4,5 (-6,23)(+7,5)(-91)(-253,21) + 4,5 (+6,23)(-7,5)(+91)(-253,21)$$

$$\Pi_4 = 5 + 2 (-6,5)(+0,1) - (-39+2)(-0,1)$$

$$\Pi_5 = -(\Pi_1 - 1)(\Pi_2 - 2)(\Pi_3 - 3)(\Pi_4 - 4)$$

Η ΕΠΙΜΕΡΙΣΤΙΚΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ ΣΤΟΥΣ ΡΗΤΟΥΣ

12.

Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \dots + \dots$$

$$\alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma = \alpha \cdot (\dots - \dots)$$

$$(\alpha + \beta) \cdot (\gamma + \delta) = \alpha \cdot (\dots + \dots) + \beta \cdot (\dots + \dots) = \dots + \dots + \dots + \dots$$

$$2 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta = 2 \cdot (\dots + \dots)$$

$$\alpha - 2 \cdot \alpha = (\dots - \dots) \cdot \alpha = \dots$$

$$5 \cdot \alpha - 2 \cdot \alpha = (\dots - \dots) \cdot \alpha = \dots$$

$$-7 \cdot \chi + 3 \cdot \chi - \chi = (-\dots + \dots - \dots) \cdot \chi = \dots$$

$$\alpha \cdot \chi + \alpha \cdot \psi + \beta \cdot \chi + \beta \cdot \psi = \alpha \cdot (\dots + \dots) + \beta \cdot (\dots + \dots) = (\dots + \dots) \cdot (\dots + \dots)$$

13.

Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις με δύο τρόπους όπως στο παράδειγμα:

Παράδειγμα: $-14 \cdot (+7 - 4)$

Τρόπος 1^{ος}.
 $-14 \cdot (+7 - 4) =$
 $= -14 \cdot 7 + 14 \cdot 4 =$
 $= -98 + 56 = -42$

Τρόπος 2^{ος}.
 $-14 \cdot (+7 - 4) =$
 $= -14 \cdot 3 = -42$

Παράσταση 1: $-3,5 \cdot (2 - 4)$

Τρόπος 1^{ος}.

Τρόπος 2^{ος}.

Παράσταση 2: $75 \cdot (-10 + 4)$

Τρόπος 1^{ος}.

Τρόπος 2^{ος}.

Παράσταση 3: $31 \cdot (-13 - 3)$

Τρόπος 1^{ος}.

Τρόπος 2^{ος}.

Παράσταση 4: $-143 \cdot (-100 + 10)$

Τρόπος 1^{ος}.

Τρόπος 2^{ος}.

14.

Να γράψετε, με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας, με απλούστερο τρόπο τις παρακάτω παραστάσεις:

- $2\alpha + 2\alpha =$
- $2\alpha - 2\alpha =$
- $-2\alpha - 2\alpha =$
- $-3\alpha + 5\alpha - 6\alpha =$
- $-\frac{2}{3}\alpha - \frac{5}{6}\alpha + 4\alpha =$
- $-\alpha + 2\alpha - \frac{1}{3}\alpha =$
-

15.

Γνωρίζοντας ότι $\alpha - \beta = -5$ και $\chi + \psi = -6$ να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$\Pi_1 = 2\alpha - 2\beta + 5\chi + 5\psi$$

$$\Pi_2 = -3 \cdot (\chi + \psi + 5\alpha) + 15\beta$$

$$\Pi_3 = 2\alpha + 3\alpha - 5\beta + 7\chi + 2\psi + 5\psi$$

$$\Pi_4 = \alpha - \beta + \chi + 8\psi - 3\psi + 4\chi$$

$$\Pi_5 = \chi\alpha - \chi\beta + \psi\alpha - \psi\beta$$

16.

Αν $\chi - \psi = -3$ να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$\Pi_1 = 2(\chi - 5) - 4(\psi - 2) - 4\psi + 6\chi$$

$$\Pi_2 = \chi + 5(3 - \chi) - 4\psi - 4(5 - 2\psi)$$

17.

Να γράψετε τους υπογραμμισμένους αριθμούς ως γινόμενο δύο άλλων αριθμών ώστε να γίνεται η επιμεριστική ιδιότητα και κατόπιν να την εφαρμόσετε, (όπως στο α).

α) $-2\chi + \underline{4}\psi = -2\chi + 2 \cdot \underline{2}\psi = 2 \cdot (-\chi + \underline{2}\psi)$ β) $-3\chi - \underline{9}\psi =$

γ) $5\alpha + \underline{10}\beta =$ δ) $6\kappa - \underline{18} =$

ε) $\underline{25} - \underline{10}\psi =$ στ) $\underline{30}\alpha + \underline{40}\beta =$

18.

Δίνεται η παράσταση $\Pi = -2\{6\chi - 4[-\chi + 5(3 - 2\chi) - 12,5] + 10\}$

Με την βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας απλοποιήστε την παράσταση. Υπολογίστε την τιμή της για $\chi = -20,01$

19.

Να κάνετε γινόμενο τις παραστάσεις:

$$A = \alpha\chi + \alpha\psi - \beta\chi - \beta\psi$$

$$B = \alpha\chi - \alpha\psi - \beta\chi + \beta\psi$$

$$\Gamma = \chi\psi - 2\chi - \psi + 2$$

$$\Delta = \alpha\beta + 2\alpha - \beta - 2$$

$$E = \chi\psi - 2\chi - 3\chi + 6$$

20.

Να γίνουν οι πράξεις:

- $(\chi - 1)(\chi + 1) - \chi \cdot (\chi - 1) - \chi$
- $\alpha \cdot (\alpha - 3) - (\alpha - 2)(\alpha + 2) + 3\alpha$
- $(2\chi - 3)(-2\chi - 3) + 4\chi \cdot (\chi - 1) + 4\chi$
- $(3\alpha - 4)(-3\alpha + 4) - 3\alpha(8 - 3\alpha)$

**Η ΠΡΑΞΗ ΤΗΣ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ
ΤΩΝ ΡΗΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ**

1.

α) Βάλτε σε κύκλο το **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή και το **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος:

- Για δύο ρητούς αριθμούς a και b διαφορετικούς από το 0 ισχύει: $a : b = b : a$ **Σωστό** ή **Λάθος** ;
- Για τον αριθμό a διαφορετικό του 0 ισχύει: $0 : a = 0$ **Σωστό** ή **Λάθος** ;
- Για τον αριθμό a ισχύει: $a : 0 = a$ **Σωστό** ή **Λάθος** ;
- Για τον αριθμό a διαφορετικό του 0 ισχύει: $a : (-a) = -1$ **Σωστό** ή **Λάθος** ;
- Για τον αριθμό a διαφορετικό του 0 ισχύει: $a : \frac{1}{a} = 1$ **Σωστό** ή **Λάθος** ;
- Για τον αριθμό a ισχύει: $a : 1 = 1$ **Σωστό** ή **Λάθος** ;
- Για τον αριθμό a διαφορετικό του 0 ισχύει: $-a : (-a) = -1$ **Σωστό** ή **Λάθος** ;
- Για τον αριθμό a ισχύει: $a : (-1) = -a$ **Σωστό** ή **Λάθος** ;
- Το πηλίκο $a : b$ με b διαφορετικό του 0 παριστάνει το γινόμενο του a με τον αντίστροφο του b **Σωστό** ή **Λάθος** ;

β) Συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις:

Αν $\chi \cdot a = b$ τότε $\chi =$

Αν $-a \cdot \chi = b$ τότε $\chi =$

Αν $\chi : (-a) = -b$ τότε $\chi =$

Αν $a : \chi = -b$ τότε $\chi =$

2.

Να βρείτε τον αριθμό χ στις παρακάτω εξισώσεις, με τον τρόπο που φαίνεται στα παραδείγματα

<p>Παράδειγμα 1. $-3\chi = 30$ $\chi = 30 : (-3)$ $\chi = -10$</p>	<p>Παράδειγμα 2. $\chi : (-3) = -10$ $\chi = (-10) \cdot (-3)$ $\chi = 30$</p>	<p>Παράδειγμα 3. $-8 : (-\chi) = -2$ $-\chi = (-8) : (-2)$ $-\chi = 4$ $\chi = -4$</p>	
<p>Εξίσωση 1. $-7\chi = 28$</p>	<p>Εξίσωση 2. $\chi : (-25) = -40$</p>	<p>Εξίσωση 3. $-2,5 : (-\chi) = -250$</p>	<p>Εξίσωση 4. $0,35\chi = -70$</p>
<p>Εξίσωση 5. $(-7 : 3,5)\chi = -20$</p>	<p>Εξίσωση 6. $\chi : [(-7) : (-2)] = -10$</p>	<p>Εξίσωση 7. $[(-8) \cdot 17] : (-\chi) = -136$</p>	

3.

α) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Αριθμός α	24	-24	2,4	-2,4	-3	7	250	-45
Αριθμός β	6	-6	-0,6	+0,6	10	-0,1	-0,01	-10
Πηλίκο α : β								

β) Να υπολογίσετε τα πηλίκα

- $\left(-\frac{3}{5}\right) : \left(\frac{5}{3}\right) =$
- $\left(-\frac{5}{6}\right) : \left(-\frac{2}{12}\right) =$
- $\left(+\frac{17}{5}\right) : (-3,4) =$
- $(+5) : \left(+\frac{1}{2}\right) =$

γ) Να κάνετε ανάγωγα κλάσματα τα παρακάτω πηλίκα, όπως στο παράδειγμα.

- Παράδειγμα: $\frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$
- $\frac{4}{-6} =$
- $\frac{-8}{-12} =$
- $-\frac{3}{-4} =$
- $-\frac{-5}{30} =$
- $-\frac{-15}{-10} =$

δ) Να κάνετε τα σύνθετα κλάσματα απλά και ανάγωγα, όπως στο παράδειγμα.

- Παράδειγμα: $\frac{-4}{-\frac{2}{7}} = \frac{-4}{\frac{2}{7}} = -\frac{4}{\frac{2}{7}} = -\frac{4 \cdot 7}{2} = -\frac{2 \cdot 7}{1} = -\frac{14}{1} = -14$
- $\frac{-3}{\frac{5}{-6}} =$
- $\frac{-8}{\frac{-17}{4}} =$
- $-\frac{\frac{7}{3}}{\frac{-2}{6}} =$

4.

α) Να απλοποιήσετε τα παρακάτω κλάσματα, αφού πρώτα βρείτε το πρόσημο του αποτελέσματος.

$$K_1 = \frac{(-2) \cdot (-3) \cdot (-4)}{(-40)} \quad K_2 = \frac{7 \cdot (-5)}{-14 \cdot (-2)} \quad K_3 = -\frac{(-1) \cdot (-472) \cdot (-2002)}{(+944) \cdot (-1001)}$$

β) Να υπολογίσετε τα παρακάτω πηλίκα

$$\Pi_1 = \left(\frac{-2}{3}\right) : \left(\frac{-4}{-9}\right) \quad \Pi_2 = (-8 + 6) : \left(\frac{-2}{-7}\right) \quad \Pi_3 = \left(\frac{4}{7} - 5\right) : \left(-4 - \frac{3}{7}\right)$$

5.

Να γίνουν οι πράξεις

α) $\frac{2}{-5} + \frac{-4}{3} - \frac{-2}{5}$

β) $\left(-\frac{8}{-9} + \frac{-7}{3} - 2\right) : \left(\frac{-2}{27}\right)$

γ) $-\frac{-8 + (-2) \cdot (-5)}{-4} + \frac{(-10) : (-2) - (-3) \cdot 2}{-11} : \frac{-4}{3}$

δ) $-\left(\frac{-1}{10} - 0,5\right) : \left(\frac{-4}{20} \cdot (-0,3)\right) + \left(-\frac{2001}{2002}\right) : \left(\frac{2003}{-2002}\right)$

ε)

$$[-1 + (-1) : (-2)] \cdot [-1 + (-1) : (-3)] \cdot [-1 + (-1) : (-4)] \cdot \dots \cdot [-1 + (-1) : (-2005)] - (-1) : (-2005)$$

6.

Αν $\alpha = 2 \cdot [-(-8) : (-4) + 15 : (-2 + 4) - 2,5 \cdot 2] : (-1)$ και $\beta = -6 \cdot [9 + (-35) : 30] \cdot 6 + (-60) : (-4)$ να υπολογίσετε την τιμή του χ στις παρακάτω ισότητες

α) $\chi = \frac{-\beta}{\alpha} + 3$

β) $\chi = \frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta} + 3$

γ) $\alpha\chi = \beta$

δ) $\frac{\chi}{\beta} = \alpha$

ε) $-\chi + \beta = \frac{\alpha - \beta}{\beta} + \frac{\alpha + \beta}{\alpha}$

στ) $\frac{-\alpha}{\chi} = -\beta$

7.

Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της πρώτης στήλης του με ένα μόνο στοιχείο της δεύτερης στήλης του.

1 ^η Στήλη	2 ^η Στήλη
Α. $\alpha\beta = 3$ Β. $-\frac{\alpha}{\beta} = 0$ Γ. $\alpha\beta = -1$ Δ. $\alpha = \beta$ Ε. $\alpha + \beta = 0$ Σημείωση: Οι αριθμοί α, β είναι διαφορετικοί του μηδενός	1. $\frac{\alpha}{\beta} < 0$ 2. $\frac{\alpha}{\beta} > 0$ 3. $\frac{\alpha}{\beta} = -1$ 4. $\frac{\alpha}{\beta} = 1$ 5. Αδύνατη ισότητα

ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ

A	B	Γ	Δ	Ε

8.

Στις παρακάτω προτάσεις επιλέξτε το σωστό συμπέρασμα.

1. Το άθροισμα ενός ρητού αριθμού με το λόγο αυτού του αριθμού προς το -1 είναι ίσο με
A. 0 **B.** -1 **Γ.** 1 **Δ.** Δεν μπορούμε να ξέρουμε.
2. Ο λόγος δύο αντίθετων μη μηδενικών αριθμών είναι ίσος με
A. 0 **B.** -1 **Γ.** 1 **Δ.** Δεν μπορούμε να ξέρουμε.
3. Το πηλίκο δύο αντίστροφων αριθμών είναι ίσο με
A. 0 **B.** -1 **Γ.** 1 **Δ.** Δεν μπορούμε να ξέρουμε.
4. Το πηλίκο ενός αρνητικού αριθμού α με το α είναι ίσο με
A. 0 **B.** -1 **Γ.** 1 **Δ.** Δεν μπορούμε να ξέρουμε.
5. Τρεις διαφορετικοί ρητοί αριθμοί έχουν γινόμενο αρνητικό. Το πηλίκο του γινομένου τους με τον μικρότερο από αυτούς θα είναι αριθμός
A. θετικός **B.** αρνητικός **Γ.** 1 **Δ.** Δεν μπορούμε να ξέρουμε.
6. Τρεις διαφορετικοί ρητοί αριθμοί έχουν γινόμενο αρνητικό. Το πηλίκο των δύο μικρότερων από τους τρεις αριθμούς με τον μεγαλύτερο από αυτούς θα είναι αριθμός
A. θετικός **B.** αρνητικός **Γ.** 1 **Δ.** Δεν μπορούμε να ξέρουμε.

9.

Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων αν $\chi = -2$, $\psi = +3$ και $\omega = -5$.

$$\Pi_1 = \frac{\omega - \frac{\chi}{\psi}}{\chi : (\psi + \omega)} : \frac{\chi}{\omega}$$

$$\Pi_2 = \frac{\chi(\psi - 2\omega) - \psi(3\omega + \chi)}{-\omega \left(\frac{3}{\chi} + \frac{2}{\psi} \right)} : (-\psi)$$

$$\Pi_3 = \frac{-2 - \omega}{\psi - \frac{1}{1 + \frac{1}{\chi}}}$$

10.

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$-\left(1 - \frac{1}{100}\right) : \left(2 - \frac{2}{100}\right) - \left(2 - \frac{2}{100}\right) : \left(4 - \frac{4}{100}\right) - \left(4 - \frac{4}{100}\right) : \left(6 - \frac{6}{100}\right) - \dots - \left(2002 - \frac{2002}{100}\right) : \left(4004 - \frac{4004}{100}\right)$$

**ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΡΗΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΜΕ
ΕΚΘΕΤΗ ΘΕΤΙΚΟ ΑΚΕΡΑΙΟ**

1.

α) Υπολογίστε τις παρακάτω δυνάμεις:

$$2^5 = \dots, (-2)^5 = \dots, (-3)^4 = \dots, 3^4 = \dots, (-0,5)^2 = \dots$$

$$0,1^4 = \dots, (-0,1)^4 = \dots, \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \dots, \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \dots$$

β) Γράψτε με μορφή δύναμης με εκθέτη περιττό θετικό ακέραιο τους αριθμούς:

$$8 = \dots, -8 = \dots, 0,125 = \dots, -0,125 = \dots, \frac{32}{243} = \dots, -\frac{32}{243} = \dots,$$

$$10.000.000 = \dots, -10.000.000 = \dots$$

γ) Γράψτε με μορφή δύναμης με εκθέτη άρτιο θετικό ακέραιο, (δύο τρόποι), τους αριθμούς:

$$4 = \left\{ \dots, \dots \right\}, 10000 = \left\{ \dots, \dots \right\}, \frac{16}{49} = \left\{ \dots, \dots \right\}, 0,0625 = \left\{ \dots, \dots \right\}$$

δ) Υπολογίστε τις τιμές των παραστάσεων:

$$(-2)^4 = \dots, -2^4 = \dots, (-3)^3 = \dots, -3^3 = \dots, -1^{2004} = \dots, (-1)^{2004} = \dots$$

2.

α) Δίπλα από κάθε πρόταση γράψτε: **αρνητικός**, αν η πρόταση εκφράζει αρνητικό αριθμό, ή **θετικός**, αν η πρόταση εκφράζει θετικό αριθμό.

- Δύναμη ρητού αριθμού με εκθέτη άρτιο θετικό ακέραιο.....
- Δύναμη αρνητικού ρητού αριθμού με εκθέτη άρτιο θετικό ακέραιο.....
- Δύναμη θετικού ρητού αριθμού με εκθέτη περιττό θετικό ακέραιο.....
- Δύναμη αρνητικού ρητού αριθμού με εκθέτη περιττό θετικό ακέραιο.....
- Δύναμη θετικού ρητού αριθμού με εκθέτη θετικό ακέραιο.....
- Ο αντίθετος δύναμης θετικού ρητού αριθμού με εκθέτη θετικό ακέραιο.....
- Ο αντίθετος δύναμης αρνητικού ρητού αριθμού με εκθέτη περιττό θετικό ακέραιο.....
- Ο αντίθετος δύναμης αρνητικού ρητού αριθμού με εκθέτη άρτιο θετικό ακέραιο.....

β) Υπολογίστε την τιμή της παράστασης: $-(-1)^{2000} - (-1)^{2001} + 1^{2003} - 1^{2004}$

3. α) Εφαρμόζοντας την ιδιότητα $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ γράψτε με μορφή μιας δύναμης τα γινόμενα:

$$3^2 \cdot 3^5 = \dots, 5 \cdot 5^4 = \dots, (-2)^3 \cdot (-2)^4 = \dots, -7 \cdot (-7)^2 \cdot (-7)^3 = \dots,$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = \dots$$

β) Να κάνετε το ίδιο με το α) αφού πρώτα κάνετε τις απαιτούμενες αλλαγές:

$$9 \cdot 3^7 = \dots = \dots, 9 \cdot (-3)^5 = \dots = \dots, -8 \cdot 2^4 = \dots = \dots,$$

$$-0,5 \cdot \left(\frac{1}{16}\right) = \dots = \dots$$

γ) Εφαρμόζοντας την ιδιότητα $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$ να εμφανίσετε τις ίδιες δυνάμεις στους όρους των αθροισμάτων και κατόπιν κάνοντας την επιμεριστική ιδιότητα να γράψτε με μορφή δύναμης τα αποτελέσματα:

$$2^{2001} - 2^{2000} = \dots = \dots = \dots$$

$$2(-2)^{2001} - (-2)^{2003} = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots$$

$$18 \cdot 3^v + 3^{v+2}$$

4.

α) Εφαρμόζοντας την ιδιότητα $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ γράψτε με μορφή μιας δύναμης τα πηλίκα:

$$3^6 : 3^5 = \dots, 5^6 : 5^4 = \dots, (-2)^5 : (-2)^4 = \dots, \frac{\alpha^8}{\alpha^3} = \dots, \frac{(-7)^3}{-7} = \dots$$

β) Να κάνετε το ίδιο με το α) αφού πρώτα κάνετε τις απαιτούμενες αλλαγές:

$$81 : 3^2 = \dots = \dots, 9 : (-3) = \dots = \dots, -128 : 2^4 = \dots = \dots,$$

$$\frac{-a^3}{a^2} = \dots =$$

γ) Εφαρμόζοντας τις ιδιότητες $\frac{\alpha \pm \beta}{\gamma} = \frac{\alpha}{\gamma} \pm \frac{\beta}{\gamma}$ και $a^{m \cdot n} = a^m \cdot a^n$ να υπολογίσετε τις τιμές των

κλασμάτων:

$$K_1 = \frac{2^{2004} + 2^{2002}}{2^{2000}}, \quad K_2 = \frac{(-3)^{\nu+1} - (-3)^{\nu+2}}{(-3)^\nu}$$

5.

α) Εφαρμόζοντας την ιδιότητα $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ γράψτε με μορφή μιας δύναμης τις δυνάμεις:
 $(2^2)^3 = \dots$, $[(-2)^2]^3 = \dots$, $\{[(3^3)^3]^3\}^3 = \dots$, $(-a^3)^4 = \dots$

β) Να αλλάξετε την βάση των παρακάτω δυνάμεων :

- $81^3 = \dots = \dots = \dots$ (Δύναμη με βάση το -3)
- $(-64)^2 = \dots = \dots = \dots$ (Δύναμη με βάση το -4)
- $\left(-\frac{1}{8}\right)^3 = \dots = \dots = \dots$ (Δύναμη με βάση το $-\frac{1}{2}$)
- $1000^3 = \dots = \dots = \dots$ (Δύναμη με βάση το 10)

γ) Εφαρμόζοντας τις ιδιότητες $a^{m \cdot n} = (a^m)^n$ και $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$ να δείξετε ότι η δύναμη του -1 με εκθέτη άρτιο θετικό ακέραιο, $(2k)$, είναι ίση με το 1 ενώ με εκθέτη περιττό θετικό ακέραιο, $(2k+1)$, είναι ίση με -1.

6.

α) Εφαρμόζοντας τις ιδιότητες $a^x \cdot \beta^y = (a \cdot \beta)^y$ και $a^x \beta^y = (a \beta^y)^x$ υπολογίστε τις τιμές των παραστάσεων:

- $3^7 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 = \dots = \dots = \dots$
- $\frac{(-10)^3}{5^3} = \dots = \dots = \dots$
- $(-0,5)^{2004} \cdot 2^{2004} = \dots = \dots = \dots$
- $20^4 \cdot 4^4 \cdot 0,125^4 = \dots = \dots = \dots$
- $\frac{7^3}{(-21)^3} = \dots = \dots = \dots$

β) Εφαρμόζοντας τις ιδιότητες $(a \cdot \beta)^y = a^y \cdot \beta^y$, $(a \beta^y)^x = a^x \beta^{y \cdot x}$, $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ απλοποιήστε τις παραστάσεις:

- $\frac{(2x)^3}{16} = \dots = \dots = \dots$
- $\left(-\frac{3}{a}\right)^2 \cdot \frac{a^2}{9} = \dots = \dots = \dots$

- $\left(-\frac{2}{x^2}\right)^3 \cdot x^6 = \dots = \dots = \dots$
- $[(x^2 \cdot \psi^4)^5] : [(x^5 \cdot \psi^{10})^2] = \dots = \dots = \dots$

γ) Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες $-a = (-1) \cdot a$, $(a \cdot \beta)^v = a^v \cdot \beta^v$ και την επιμεριστική ιδιότητα δείξτε ότι :
 $(-a)^v - a^v = 0$, αν ν άρτιος θετικός ακέραιος και $(-a)^v + a^v = 0$ αν ν περιττός θετικός ακέραιος.

7.

Να υπολογίσετε , με την βοήθεια των ιδιοτήτων των δυνάμεων, τις τιμές των παραστάσεων:

A = $(2^3 \cdot 2^2 \cdot 2) : (-4)^3 + 3^{89} : 2 \cdot 81 =$

B = $\frac{(-2)^3}{1^3} + \frac{(-4)^3}{2^3} + \frac{(-6)^3}{3^3} + \dots + \frac{(-500)^3}{250^3}$

8.

Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$\Pi_1 = \frac{-(-5)^2 + (-5)^3}{-2^5 \cdot 5 + 10}$

$\Pi_2 = [-(-1)^1 - (-1)^2 - (-1)^3 - (-1)^4 - \dots - (-1)^{2002} - (-1)^{2003} - (-1)^{2004}]^{2005}$

9.

Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της πρώτης στήλης του με ένα μόνο στοιχείο της δεύτερης στήλης του.

1 ^η Στήλη		2 ^η Στήλη	
A.	$5^v + (-5)^v$, ν περιττός θετικός ακέραιος	1.	$-2 \cdot 5^v$
B.	$\frac{10^v}{(-2)^v}$, ν περιττός θετικός ακέραιος	2.	0
		3.	-5^v
		4.	5^v
		5.	2
Γ.	$\frac{10^v}{(-2)^v}$, ν άρτιος θετικός ακέραιος		
Δ.	$\frac{(-5)^v + 5^v}{(-5)^v}$, ν άρτιος θετικός ακέραιος		
E.	$-5^v \cdot (-5)^v$, ν άρτιος θετικός ακέραιος		

ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ

A	B	Γ	Δ	E

10.

Στις παρακάτω ισότητες να βρείτε τις τιμές του χ.

- $3^x = 9$
- $(-2)^x = -32$
- $2^{2^3 \cdot x} = 256$
- $\left(-\frac{1}{3}\right)^{3^2 \cdot x} = \left(-\frac{1}{27}\right)^9$

11.

Έστω κ , λ δύο θετικοί ακέραιοι και α ένας ρητός αριθμός ώστε να ισχύουν οι σχέσεις:

$a^k = 4$ και $4^{\lambda} = a$. Να βρείτε τους k , λ .

12.

α) Να βρείτε δύο διαφορετικούς ρητούς αριθμούς χ για τους οποίους να ισχύει:

- $\chi^2 = 4$Οι αριθμοί είναι: $\chi = \dots$ ή $\chi = \dots$
- $\chi^4 = 81$Οι αριθμοί είναι: $\chi = \dots$ ή $\chi = \dots$
- $\chi^{2004} = 1$Οι αριθμοί είναι: $\chi = \dots$ ή $\chi = \dots$

β) Με την βοήθεια της ιδιότητας $-a = (-1) \cdot a$ δείξτε ότι $(-a)^{2k} = a^{2k}$, k θετικός ακέραιος.

γ) Αν για τους ρητούς αριθμούς a, β ισχύει ότι $a^{2k} = \beta^{2k}$ τι μπορούμε να συμπεράνουμε για τους a, β ;

δ) Επιλέξτε την σωστή απάντηση:

- Υπάρχει ρητός αριθμός χ ώστε $\chi^2 = -4$;ΝΑΙΟΧΙ
- Υπάρχει ρητός αριθμός χ ώστε $\chi^4 = -81$;ΝΑΙΟΧΙ
- Υπάρχει ρητός αριθμός χ ώστε $\chi^{2004} = -1$;ΝΑΙΟΧΙ

Μπορείτε να δικαιολογήσετε τις παραπάνω απαντήσεις σας;

13.

α) Επιλέξτε την σωστή απάντηση:

- Αν χ^3 θετικός ρητός αριθμός τότε ο αριθμός χ πρέπει να είναιΘΕΤΙΚΟΣ, ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ
- Αν χ^5 αρνητικός ρητός αριθμός τότε ο αριθμός χ πρέπει να είναιΘΕΤΙΚΟΣ, ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ
- Αν χ^{2001} αρνητικός ρητός αριθμός τότε ο αριθμός χ πρέπει να είναιΘΕΤΙΚΟΣ, ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ

β) Να βρείτε τον μοναδικό ρητό χ για τον οποίο ισχύει:

- $\chi^3 = 8$Ο αριθμός είναι: $\chi = \dots$
- $\chi^5 = -243$ Ο αριθμός είναι: $\chi = \dots$
- $\chi^{2001} = -1$ Ο αριθμός είναι: $\chi = \dots$

14.

Βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

$$\Pi_1 = \frac{3^{2\nu+3} - 9^{\nu+1} - 8 \cdot 9^{\nu}}{10 \cdot 3^{2\nu}}, \nu \text{ θετικός ακέραιος.}$$

$$\Pi_2 = \frac{2^3}{11} \cdot (2^{2\nu-3} + 4^{\nu-1} + 2^{2\nu}) \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\nu}, \nu \text{ θετικός ακέραιος μεγαλύτερος του 2.}$$

15.

Υπολογίστε την τιμή της παρακάτω αριθμητικής παράστασης όταν $a = -4, \beta = 3, \gamma = -2$

$$\Pi = a^3 + \beta^3 + \gamma^3 - 3a\beta\gamma - 0,5(a + \beta + \gamma)[(a - \beta)^2 + (\beta - \gamma)^2 + (a - \gamma)^2] + 83,5a\beta\gamma$$

16.

α)

- Να γράψτε το 0,216 σε μορφή δύναμης με βάση το $\frac{3}{5}$
- Να γράψτε το 6,25 σε μορφή δύναμης με βάση το $\frac{5}{2}$
- Να γράψετε το 5,0625 σε μορφή δύναμης με βάση το $\frac{3}{2}$

β) Υπολογίστε την τιμή της παράστασης

$$\Pi = 0,216^{60} \cdot 6,25^{90} \cdot 5,0625^{45}$$

**ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΡΗΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΜΕ
ΕΚΘΕΤΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΑΚΕΡΑΙΟ**

1.

α) Υπολογίστε τις παρακάτω δυνάμεις:

$$2^{-5} = \dots, (-2)^{-5} = \dots, (-3)^{-4} = \dots, 3^{-4} = \dots, (-0,5)^{-2} = \dots$$

$$0,1^{-4} = \dots, (-0,1)^{-4} = \dots, \left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} = \dots, \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \dots$$

$$2001^0 = \dots, (-2001)^0 = \dots, (-2003)^{-1} = \dots$$

β) Γράψτε με μορφή δύναμης με εκθέτη περιττό αρνητικό ακέραιο τους αριθμούς:

$$\frac{1}{8} = \dots, -\frac{1}{8} = \dots, 8 = \dots, -8 = \dots, \frac{32}{243} = \dots, -\frac{32}{243} = \dots,$$

$$0,0000001 = \dots, -0,0000001 = \dots$$

γ) Γράψτε με μορφή δύναμης με εκθέτη άρτιο αρνητικό ακέραιο, (δύο τρόποι), τους αριθμούς:

$$\frac{1}{4} = \left\{ \dots, \dots \right\}, 0,0001 = \left\{ \dots, \dots \right\}, \frac{16}{49} = \left\{ \dots, \dots \right\}, \frac{1}{625} = \left\{ \dots, \dots \right\}$$

δ) Υπολογίστε τις τιμές των παραστάσεων:

$$(-2)^{-4} = \dots, \frac{1}{-2^{-4}} = \dots, (-3)^{-3} = \dots, -3^{-3} = \dots, -1^{-2004} = \dots, (-1)^{-2004} = \dots$$

...

2.

α) Δίπλα από κάθε πρόταση γράψτε: **αρνητικός**, αν η πρόταση εκφράζει αρνητικό αριθμό, ή **θετικός**, αν η πρόταση εκφράζει θετικό αριθμό.

- Δύναμη ρητού αριθμού με εκθέτη άρτιο αρνητικό ακέραιο.....
- Δύναμη αρνητικού ρητού αριθμού με εκθέτη άρτιο αρνητικό ακέραιο.....
- Δύναμη θετικού ρητού αριθμού με εκθέτη περιττό αρνητικό ακέραιο.....
- Δύναμη αρνητικού ρητού αριθμού με εκθέτη περιττό αρνητικό ακέραιο.....
- Δύναμη θετικού ρητού αριθμού με εκθέτη αρνητικό ακέραιο.....
- Ο αντίθετος δύναμης θετικού ρητού αριθμού με εκθέτη αρνητικό ακέραιο.....
- Ο αντίθετος δύναμης αρνητικού ρητού αριθμού με εκθέτη περιττό αρνητικό ακέραιο.....
- Ο αντίθετος δύναμης αρνητικού ρητού αριθμού με εκθέτη άρτιο αρνητικό ακέραιο.....

β) Υπολογίστε την τιμή της παράστασης: $-(-1)^{-2000} - (-1)^{-2001} + 1^{-2003} - 1^{-2004}$

(Σημείωση: Σύγκρινε τα αποτελέσματα αυτής της άσκησης με τα αποτελέσματα της άσκησης 2 της προηγούμενης παραγράφου. Ποιο είναι το συμπέρασμα που προκύπτει;)

3.

α) Εφαρμόζοντας την ιδιότητα $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ γράψτε με μορφή μιας δύναμης τα γινόμενα:

$$3^2 \cdot 3^{-5} = \dots = \dots, 5 \cdot 5^{-4} = \dots = \dots, (-2)^{-3} \cdot (-2)^{-4} = \dots = \dots, -7^{-1} \cdot (-7)^{-2} \cdot (-7)^3 = \dots = \dots,$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = \dots = \dots$$

β) Να κάνετε το ίδιο με το α) αφού πρώτα κάνετε τις απαιτούμενες αλλαγές:

$$9 \cdot 3^{-7} = \dots = \dots, 9 \cdot (-3)^{-5} = \dots = \dots, -8 \cdot 2^{-4} = \dots = \dots,$$

$$-2^{-3} \cdot \left(\frac{1}{16}\right) = \dots = \dots$$

γ) Εφαρμόζοντας την ιδιότητα $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$ να εμφανίσετε τις ίδιες δυνάμεις στους όρους των αθροισμάτων και κατόπιν κάνοντας την επιμεριστική ιδιότητα να γράψτε με μορφή δύναμης τα αποτελέσματα:

$$2^{-2001} - 2^{-2001+1} = \dots = \dots = \dots$$

$$\frac{1}{2} \cdot (-2)^{-2001} - (-2)^{-2001-2} = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots$$

$$18 \cdot 3^{-v} + 3^{-v+2}$$

4.

α) Εφαρμόζοντας την ιδιότητα $a^m : a^n = a^{m-n}$ γράψτε με μορφή μιας δύναμης τα πηλίκα:

$$3^{-6}3^{-5} = \dots, 5^{-6}5^{-4} = \dots, (-2)^5 : (-2)^{-4} = \dots, \frac{\alpha^{-3}}{\alpha^{-8}} = \dots, \frac{(-7)^{-1}}{-7} = \dots$$

β) Να κάνετε το ίδιο με το α) αφού πρώτα κάνετε τις απαιτούμενες αλλαγές:

$$\frac{1}{81} : 3^2 = \dots, \left(\frac{1}{9}\right) : (-3)^{-3} = \dots, \frac{1}{-128} : 2^{-4} = \dots,$$

$$\frac{-a^{-3}}{a^{-2}} = \dots$$

γ) Εφαρμόζοντας τις ιδιότητες $\frac{\alpha \pm \beta}{\gamma} = \frac{\alpha}{\gamma} \pm \frac{\beta}{\gamma}$ και $\alpha^{\mu \cdot \nu} = \alpha^{\mu} \cdot \alpha^{\nu}$ να υπολογίσετε τις τιμές των

κλασμάτων:

$$K_1 = \frac{2^{-2004} + 2^{-2002}}{2^{-2000}}, K_2 = \frac{(-3)^{-\nu+1} - (-3)^{-\nu+2}}{(-3)^{-\nu}}$$

5.

α) Εφαρμόζοντας την ιδιότητα $(\alpha^{\mu})^{\nu} = \alpha^{\mu \cdot \nu}$ γράψτε με μορφή μιας δύναμης τις δυνάμεις:

$$(2^2)^{-3} = \dots, [(-2)^{-2}]^{-3} = \dots, \{[(3)^{-3}]^3\}^{-3} = \dots, (-\alpha^3)^4 = \dots$$

β) Να αλλάξετε την βάση των παρακάτω δυνάμεων :

- $81^3 = \dots = \dots = \dots$ (Δύναμη με βάση το $-\frac{1}{3}$)
- $\frac{1}{(-64)^2} = \dots = \dots = \dots$ (Δύναμη με βάση το -4)
- $\left(-\frac{1}{8}\right)^{-3} = \dots = \dots = \dots$ (Δύναμη με βάση το $-\frac{1}{2}$)
- $1000^{-3} = \dots = \dots = \dots$ (Δύναμη με βάση το 10)

6.

α) Εφαρμόζοντας τις ιδιότητες $\alpha^{\nu} \cdot \beta^{\nu} = (\alpha \cdot \beta)^{\nu}$ και $\alpha^{\nu} \beta^{\nu} = (\alpha \beta)^{\nu}$ υπολογίστε τις τιμές των παραστάσεων:

- $3^{-7} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-7} = \dots = \dots = \dots$
- $\frac{(-10)^{-3}}{5^{-3}} = \dots = \dots = \dots$
- $(-0,5)^{-2004} \cdot 2^{-2004} = \dots = \dots = \dots$
- $20^{-4} \cdot 4^{-4} \cdot 0,125^{-4} = \dots = \dots = \dots$

$$7^3 \cdot (-21)^{-3} = \dots = \dots = \dots$$

β) Εφαρμόζοντας τις ιδιότητες $(\alpha \cdot \beta)^{\nu} = \alpha^{\nu} \cdot \beta^{\nu}$, $(\alpha^{\mu})^{\nu} = \alpha^{\mu \cdot \nu}$ και $\alpha^{\mu} \cdot \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu + \nu}$ απλοποιήστε την παράσταση:

$$\bullet [(\chi^{-2} \cdot \psi^4)^5] \cdot [(\chi^5 \cdot \psi^{-10})^2] = \dots = \dots = \dots$$

6.

Στις παρακάτω ισότητες να βρείτε τις τιμές του χ.

- $3^x = \frac{1}{9}$
- $(-2)^x = -\frac{1}{32}$
- $2^{2^{2002} \cdot x} = 1$
- $\left(-\frac{1}{3}\right)^{3^{-2} \cdot x} = \left(-\frac{1}{27}\right)^{-9}$

7.

Υπολογίστε την τιμή της παράστασης

$$\left[(\alpha^{-3} \beta)^{-2} \alpha^{-5} \beta^4 (\alpha \beta^2)^{-3} \right]^5 : \left(-\frac{1}{\beta^5} \right)^{-2} \quad \text{αν } \alpha = 2004 \text{ και } \beta = -\frac{1}{2004}$$

8.

Έστω κ , λ δύο ακέραιοι και α ένας ρητός αριθμός ώστε να ισχύουν οι σχέσεις:

$$2^\kappa = \alpha \text{ και } 2^\lambda = \frac{1}{\alpha}. \text{ Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: } (\kappa + \lambda - 1)^{\kappa + \lambda - 1}$$

9.

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$(-1)^{x-1} - (-2)^{x-2} + (-3)^{x-3} + \chi^{-x-2}, \quad \text{για } \chi = 2$$

10.

α) Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$\left(\frac{5\alpha^{-1} \beta^2}{3\alpha \beta^{-2}} \right)^3 : \left(-\frac{3\alpha}{5\beta^3} \right)^{-3}$$

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης του α) ερωτήματος αν α, β διαφορετικοί ρητοί αριθμοί για τους οποίους ισχύει $\alpha^{-2004} = \beta^{-2004}$.

ΤΥΠΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ ΑΡΙΘΜΩΝ

1.

Να συμπληρώσετε τους παρακάτω πίνακες

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

Δεκαδική μορφή αριθμού	Τυποποιημένη μορφή αριθμού
150000	
-0,0000012	
37000000000	
0,0000000008	
-1250	
-0,002135	
3254,5	
-74	

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

Δεκαδική μορφή αριθμού	Τυποποιημένη μορφή αριθμού
	$-3 \cdot 10^5$
	$1,23 \cdot 10^{-5}$
	$-7,325 \cdot 10^7$
	$1 \cdot 10^{-4}$
	$1,010 \cdot 10^2$
	$-3,5 \cdot 10^{-1}$
	$8,2 \cdot 10^{10}$
	$-9,99 \cdot 10^{-8}$

2.

Οι παρακάτω αριθμοί είναι στην μορφή $a \cdot 10^k$ με k κάποιο ακέραιο και a κάποιον ρητό.

Να γράψετε τον αριθμό a σε τυποποιημένη μορφή και μετά, με την βοήθεια της ιδιότητας $10^m \cdot 10^n = 10^{m+n}$, να γράψετε τον αριθμό $a \cdot 10^k$ σε τυποποιημένη μορφή.

- $0,25 \cdot 10^3 = \dots = \dots = \dots = \dots$
- $0,25 \cdot 10^{-3} = \dots = \dots = \dots = \dots$
- $-250 \cdot 10^{30} = \dots = \dots = \dots = \dots$
- $-0,0006 \cdot 10^{-15} = \dots = \dots = \dots = \dots$
- $375400 \cdot 10^{-2}$

3.

Να γράψετε τα αποτελέσματα των παρακάτω πράξεων σε τυποποιημένη μορφή.

α) $30^3 \cdot 10^5 =$

β) $(-8 \cdot 10^{-4})^2 =$

γ) $(-4 \cdot 10^9)^3 =$

δ) $7,7 \cdot 10^{2004} + 3,3 \cdot 10^{2004} =$

ε) $(5 \cdot 10^{-1001})^2 - 6 \cdot 10^{-2001} =$

στ) $(2 \cdot 10^{10})^4 \cdot (-3 \cdot 10^{-20})^2 =$

ζ) $(6 \cdot 10^9)^3 \cdot 015 \cdot 13^2 =$

4.

α) Να διατάξετε τους παρακάτω αριθμούς από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο.

1, $2,5 \cdot 10^7$, $2,2 \cdot 10^7$, $2,5 \cdot 10^6$, $-2,2 \cdot 10^7$, -1, $-2,5 \cdot 10^6$, $-2,2 \cdot 10^8$, $2,2 \cdot 10^8$

β) Να διατάξετε τους παρακάτω αριθμούς από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο.

1, $2,5 \cdot 10^{-7}$, $2,2 \cdot 10^{-7}$, $2,5 \cdot 10^6$, $-2,2 \cdot 10^7$, -1, $-2,5 \cdot 10^{-6}$, $-2,2 \cdot 10^{-8}$, $2,2 \cdot 10^{-8}$

5.

Να κάνετε τις πράξεις:

- $3 \cdot 10^{-5} + 7 \cdot 10^{-5} - 1,4 \cdot 10^{-4} =$

- $$\frac{0,0005^2 \cdot 40 \cdot 10^7 - 5 \cdot 10^{-6} : 0,0002^2}{250 \cdot 3 \cdot 10^{-2} + 0,35 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^4} =$$

- $$\frac{(0,000044 \cdot 5000 \cdot 10^4 + 13 \cdot 10^7 \cdot 0,00006)^{501}}{-5 \cdot 10^{2003}} =$$

6.

Σύμφωνα με την θεωρία της σχετικότητας, η μάζα μετατρέπεται σε ενέργεια και αντιστρόφως σύμφωνα με την εξίσωση: $E = m \cdot c^2$, όπου E είναι η ενέργεια με την οποία είναι ισοδύναμη η μάζα m σε **Kg** και $c = 3 \cdot 10^8$ **m/sec** η ταχύτητα του φωτός στο «κενό».

Από την πυρηνική φυσική είναι γνωστό ότι ο πυρήνας του στοιχείου του ηλίου αποτελείται από τέσσερα υποατομικά σωματίδια: δύο πρωτόνια και δύο νετρόνια

Το **πρωτόνιο έχει μάζα $m_p = 1,6725 \cdot 10^{-27}$ Kg** και το **νετρόνιο έχει μάζα $m_n = 1,6750 \cdot 10^{-27}$ Kg**.

Ένα μέρος της μάζας αυτών των σωματιδίων, όταν ενώνονται για να φτιάξουν τον πυρήνα του ηλίου, μετατρέπεται σε ενέργεια.

Γνωρίζουμε ότι η μάζα του ηλίου είναι **$m_H = 6,645 \cdot 10^{-27}$ Kg**.

α) Υπολογίστε, σε τυποποιημένη μορφή, πόση μάζα από τα 4 σωματίδια που αποτελούν την μάζα του στοιχείου του ηλίου μετατρέπεται σε ενέργεια.

β) Υπολογίστε την ενέργεια που θα πάρουμε αν «φτιάξουμε» έναν πυρήνα ηλίου.

(Σημείωση: Η ενέργεια που βρήκατε μετρείται σε Joule. Για να κινηθεί ένα αυτοκίνητο με 50 Km/h χρειάζεται περίπου 10000 Joule).

γ) Αν είχαμε **1,6725 mg** μάζα πρωτονίων και **1,6750 mg** μάζα νετρονίων τότε:

- i) Πόσα πρωτόνια και πόσα νετρόνια θα είχαμε;
- ii) Πόσους πυρήνες ηλίου θα μπορούσαμε να «φτιάξουμε» και πόση ενέργεια θα πάρουμε;
- iii) Φτάνει η ενέργεια που πήραμε για τις μηνιαίες ανάγκες σε ηλεκτρική ενέργεια ενός σπιτιού, αν γνωρίζουμε ότι χρειάζονται περίπου $2 \cdot 10^9$ Joule;

Σημείωση: Στον ήλιο τεράστιες ποσότητες πρωτονίων και νετρονίων μετατρέπονται, μέσα από μια διαδικασία που ονομάζεται πυρηνική σύντηξη, σε πυρήνες ηλίου. Το αποτέλεσμα είναι η τεράστια παραγωγή ενέργειας μέρος της οποίας φτάνει στη γη. Χωρίς αυτή την ενέργεια η ζωή στη γη θα ήταν αδύνατη!

ΔΕΚΑΔΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΡΗΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

1.

Να γράψετε τα παρακάτω κλάσματα σε απλούς ή περιοδικούς δεκαδικούς αριθμούς.

- $\frac{2}{5} = \dots$
- $-\frac{28}{200} = \dots$
- $-\frac{1}{3} = \dots$
- $\frac{20}{7} = \dots$
- $-\frac{42}{28} = \dots$
- $\frac{8}{9} = \dots$
- $-\frac{45}{99} = \dots$

2.

Να γράψετε τους παρακάτω «απλούς» περιοδικούς σε κλασματική μορφή.

- $0, \overline{6} =$
- $0, \overline{7} =$
- $0, \overline{73} =$
- $0, \overline{23} =$
- $0, \overline{371} =$
- $0, \overline{563} =$
- $0, \overline{2653} =$

Μπορείτε να διατυπώσετε έναν κανόνα για την μετατροπή ενός «απλού» περιοδικού σε κλάσμα;

3.

Δίνονται οι περιοδικοί δεκαδικοί: $1, \overline{3}$, $25, \overline{49}$, $3, \overline{837}$

- α) Να γράψετε τους παραπάνω δεκαδικούς σαν άθροισμα ενός ακεραίου και ενός «απλού» περιοδικού δεκαδικού αριθμού.
 β) Με την βοήθεια του α) και του κανόνα που διατυπώσατε στην άσκηση 2, να μετατρέψετε τους περιοδικούς σε κλάσματα.

4. Α.

Δίνεται ο περιοδικός δεκαδικός αριθμός $\chi = 3, \overline{27}$

- α) Να υπολογίσετε τον 10χ .
 β) Να γράψετε τον 10χ σαν άθροισμα ενός ακεραίου και ενός «απλού» περιοδικού δεκαδικού αριθμού.
 γ) Με την βοήθεια του β) και του κανόνα που διατυπώσατε στην άσκηση 2, να μετατρέψετε το 10χ σε κλάσμα
 δ) Να γράψετε τον αριθμό χ σε κλάσμα.

4. Β.

Δίνεται ο περιοδικός δεκαδικός αριθμός $\chi = 5, \overline{4265}$

- α) Να υπολογίσετε τον 100χ .
 β) Να γράψετε τον 100χ σαν άθροισμα ενός ακεραίου και ενός «απλού» περιοδικού δεκαδικού αριθμού.

γ) Με την βοήθεια του β) και του κανόνα που διατυπώσατε στην άσκηση 2, να μετατρέψετε το 100χ σε κλάσμα

δ) Να γράψετε τον αριθμό χ σε κλάσμα.

4. Γ.

Δίνεται ο περιοδικός δεκαδικός αριθμός $\chi = 0,10\overline{13}$

α) Να υπολογίσετε τον 1000χ .

β) Να γράψετε τον 1000χ σαν άθροισμα ενός ακεραίου και ενός «απλού» περιοδικού δεκαδικού αριθμού.

γ) Με την βοήθεια του β) και του κανόνα που διατυπώσατε στην άσκηση 2, να μετατρέψετε το 1000χ σε κλάσμα

δ) Να γράψετε τον αριθμό χ σε κλάσμα.

5.

Να μετατρέψετε σε κλάσματα τους περιοδικούς:

$$25,0\overline{4} \quad , \quad 2,0\overline{139} \quad , \quad 0,002\overline{761} \quad , \quad 2,00\overline{1}$$

6.

Να μετατρέψετε σε κλάσματα τους περιοδικούς:

$$25,0\overline{9} \quad , \quad 2,0\overline{19} \quad , \quad 0,002\overline{9} \quad , \quad 374,9\overline{}$$

Μπορείτε να διατυπώσετε έναν κανόνα για την μετατροπή ενός περιοδικού με περίοδο το 9 σε κλάσμα;

7.

Να κάνετε δεκαδικούς τα παρακάτω κλάσματα πολλαπλασιάζοντας τους όρους τους με κατάλληλες δυνάμεις του 5 και του 2.

$$\bullet \frac{37}{2^3 \cdot 5} =$$

$$\bullet \frac{24}{2 \cdot 5^3} =$$

$$\bullet \frac{483}{2 \cdot 5^2} =$$

$$\bullet \frac{78}{20} =$$

$$\bullet \frac{4}{125} =$$

8. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$(\chi + \psi)^3 - \chi^3 - \psi^3 - 3\chi\psi(\chi + \psi) \text{ αν } \chi = 1,\overline{3} \text{ και } \psi = 0,\overline{6}$$