ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^0 ΒΑΣΙΚΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ

2.5 Απόσταση δύο σημείων
Μέσο ευθυγράμμου τμήματος
2.7 Σύγκριση ευθυγράμμων τμημάτων

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

3

Ι. ΣΧΕΔΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

1. Ο διδάσκων καθηγητής αναφέρει σύντομα τη βασική θεωρία που είναι
   ι. Απόσταση δύο σημείων
   ιι. Ορισμός του μέσου ευθυγράμμου τμήματος.
   ιιι. Σύγκριση δύο ευθυγράμμων τμημάτων.
2. Υπαγορεύει την M_1 στους μαθητές κάνει το 1^0 παράδειγμα στον πίνακα
3. Υπαγορεύει το προτεινόμενο**Δ1** θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
4. Υπαγορεύει την M_2 στους μαθητές κάνει το 2^0 παράδειγμα στον πίνακα
5. Υπαγορεύει το προτεινόμενο **Δ2** θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
6. Υπαγορεύει την M_3 στους μαθητές κάνει το 3^0 παράδειγμα στον πίνακα
7. Ο διδασκόμενος μαθητής επιβλέπεται από τον καθηγητή και αναπτύσσει στο τετράδιο του τις ερωτήσεις κατανόησης 3 , 4 και σχολιάζει τα αποτελέσματα των μαθητών.
8. Γίνεται σύντομη ανακεφαλαίωση του αντικειμένου από τον διδάσκοντα καθηγητή
9. Δίνονται στον μαθητή για το σπίτι
   α) οι υπόλοιπες ερωτήσεις κατανόησης,
   β) τα θέματα: **Δ3 καιΔ5**

ΙΙ. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

Α. Βασική Θεωρία (επιγραμματικά)-Παρατηρήσεις-Σχόλια

E_1: Τι λέγεται απόσταση δύο σημείων Α,Β;
A_1: Λέγεται το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τα σημεία Α,Β.
E_2: Με ποιο γεωμετρικό όργανο μετράμε την απόσταση δύο σημείων;
A_2: Με το υποδεκάμετρο.
E_3: Τι λέγεται μέσο Μ του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ;
A_3: Λέγεται το σημείο Μ του ευθυγράμμου τμήματος που το χωρίζει σε άλλα δύο ευθύγραμμα τμήματα ΑΜ και ΜΒ μεταξύ τους ίσα.
E_4: Με ποιους τρόπους συγκρίνουμε δύο ευθύγραμμα τμήματα;
A_4: $1^{ος}$ τρόπος.
Με το υποδεκάμετρο μετράμε τα μήκη τους.
$2^{ος}$ τρόπος
Με τον διαβήτη συγκρίνοντας το άνοιγμά του.
E_5: Πότε δύο ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ,ΓΔ είναι ίσα; Πως συμβολίζονται;
A_5: Όταν έχουν ίσα μήκη.
Συμβολίζονται ΑΒ = ΓΔ
E_6: Πότε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ λέγεται μικρότερο του ευθυγράμμου τμήματος ΓΔ; Πως συμβολίζεται;
A_6: Όταν το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ είναι μικρότερο του μήκους του ευθυγράμμου τμήματος ΓΔ .
Συμβολίζεται ΑΒ < ΓΔ.
E_7: Πότε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ λέγεται μεγαλύτερο του ευθυγράμμου τμήματος ΓΔ; Πως συμβολίζεται;
A_7: Όταν το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ είναι μεγαλύτερο του μήκους του ευθυγράμμου τμήματος ΓΔ .
Συμβολίζεται ΑΒ >ΓΔ.
E_8: Τι λέγεται διάμεσος ενός τριγώνου;
A_8: Λέγεται το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει την κορυφή ενός τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς.
E_8: Τι λέγεται βαρύκεντρο ενός τριγώνου; Με ποιο γράμμα της ελληνικής αλφαβήτου συμβολίζεται;
A_8: Λέγεται το σημείο τομής των διαμέσων ενός τριγώνου.
Συμβολίζεται με το Θ.

Παρατήρηση: Το ευθύγραμμο τμήμα με άκρα Α, Β συμβολίζεται με ΑΒ αλλά το μήκος του με (ΑΒ).Αλλά για πιο εύχρηστο συμβολισμό παραλείπουμε τις παρενθέσεις και γράφουμε το ίδιο ΑΒ.

Σχόλιο: 1°: Κάθε ευθύγραμμο τμήμα έχει μόνο ένα μέσο.
2°: Κάθε τρίγωνο έχει 3 διάμεσους.
3°:Το βαρύκεντρο κάθε τριγώνου βρίσκεται πάντοτε μέσα στο τρίγωνο.

Β. Ερωτήσεις κατανόησης τύπου: Σωστού-Λάθους, πολλαπλής επιλογής, αντιστοίχησης, διάταξης και συμπλήρωσης.

1. Απαντήστε με Σ – Λ στις παρακάτω ερωτήσεις:
α) Αν ΑΜ=ΜΒ τότε Μ μέσο του ΑΒ. **Σ – Λ**

β) Περίμετρος τριγώνου = ΑΒ+ΒΓ-ΓΑ. **Σ – Λ**

2. Βάλτε σε κύκλο τη σωστή απάντηση
α) Αν Μ μέσο του ΑΒ τότε

Α. ΑΜ = ΑΒ Β. ΑΜ > ΜΒ Γ. ΑΜ = ΜΒ
Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

β) Αν ΑΒ μεγαλύτερο του ΓΔ τότε

Α. ΑΒ < ΓΔ Β. ΓΔ < ΑΒ Γ. ΑΒ = ΓΔ
Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

Copyright: ***Ηλίας Ράιδος Dr Εφαρμοσμένων Μαθηματικών*** Τηλ.24210-28371 E-mail raidosi@yahoo.gr http:/users.in.gr/raidosil

Γ. Αναπτυγμένα παραδείγματα για εμπέδωση με αντίστοιχους αλγόριθμους(μεθοδολογίες)

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

M_1: Για να συγκρίνουμε δύο ευθύγραμμα τμήματα, μπορούμε να εργαστούμε με δύο τρόπους. Ο πρώτος είναι να τα μετρήσουμε με το υποδεκάμετρο και να βρούμε τα μήκη τους. Αυτό που έχει μεγαλύτερο μήκος είναι το μεγαλύτερο ευθύγραμμο τμήμα. Ο δεύτερος είναι να τα συγκρίνουμε με το διαβήτη.

M_2: Για να βρούμε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ μετράμε την απόσταση από το Α μέχρι το Β.

M_3: Για να εξετάσουμε αν ένα τμήμα ΑΒ είναι μικρότερο ενός άλλου ευθυγράμμου τμήματος ΓΔ
$1^{ος}$ τρόπος Μετράμε τα δύο μήκη τους και βρίσκουμε ΑΒ<ΓΔ.
$2^{ος}$ τρόπος Μετράμε τα μήκη τους με τον διαβήτη και βρίσκουμε ότι το άνοιγμα του διαβήτη για το ΑΒ είναι μικρότερο από το άνοιγμα για το ΓΔ.

M_4: Για να εξετάσουμε αν ένα τμήμα ΑΒ είναι μεγαλύτερο ενός άλλου ευθυγράμμου τμήματος ΓΔ
$1^{ος}$ τρόπος Μετράμε τα δύο μήκη τους και βρίσκουμε ΑΒ>ΓΔ.
$2^{ος}$ τρόπος Μετράμε τα μήκη τους με τον διαβήτη και βρίσκουμε ότι το άνοιγμα του διαβήτη για το ΑΒ είναι μεγαλύτερο από το άνοιγμα για το ΓΔ.

M_5: Για να βρούμε το μέσο Μ του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ
Α) Βρίσκουμε το μήκος του ΑΒ
Β) Παίρνουμε το μισό του μήκους του ΑΒ
Γ) Μετράμε από το Α προς το Β τμήμα μήκους ίσο με το μισό του ΑΒ
Δ) Σημειώνουμε τη θέση του σημείου Μ.

M_6: Για να βρούμε το βαρύκεντρο ενός τριγώνου ΑΒΓ
Α) Βρίσκουμε τα μέσα των πλευρών ΑΒ,ΒΓ και ΓΑ που είναι τα Ζ, Δ και Ε αντίστοιχα.
Β) Ενώνω το Α με το Δ, το Β με το Ε και το Γ με το Ζ
Γ) Το σημείο τομής των ΑΔ, ΒΕ ΚΑΙ ΓΖ είναι το ζητούμενο σημείο.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 1ο

Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, το μέσο του Μ και ένα σημείο Γ στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΜ. Αποδείξτε ότι ΑΓ<ΓΒ.

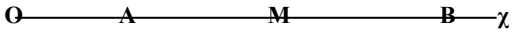
Επίλυση

Το ΑΓ< ΑΜ και το ΑΜ = ΜΒ (Μ μέσο ΑΒ) οπότε ΑΓ<ΜΒ με ΜΒ<ΓΒ παίρνουμε ΑΓ < ΓΒ.

Παράδειγμα 2ο

Πάνω στην ημιευθεία Οχ, βρίσκονται με τη σειρά τα σημεία Α,Μ,Β, ώστε ΟΑ=3cm, ΟΜ=5,5cm και ΟΒ=8cm Να αποδείξετε ότι το Μ είναι μέσο του ΑΒ.

Επίλυση



Είναι ΑΜ = ΟΜ-ΟΑ =5,5cm-3cm = 2,5cm (1)
Επίσης ΜΒ=ΟΒ-ΟΜ=8 cm – 5,5 cm = 2,5 cm (2)
Άρα οι (1) και (2) δίνουν ΑΜ = ΜΒ δηλαδή Μ μέσο του ΑΒ.

Παράδειγμα $3^{ο}$

Στην ημιευθεία Οχ που ακολουθεί δίνονται ΟΑ=2,5 cm , ΟΒ= 4 cm και Ο Γ = 5,5 cm Να βρεθούν τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΒ, ΒΓ και ΑΓ. Με ποια σχέση συνδέονται τα παραπάνω ευθύγραμμα τμήματα;

Επίλυση

Είναι ΑΒ =ΟΒ-ΟΑ = 4 cm – 2,5 cm = 1,5 cm
ΒΓ=ΟΓ-ΟΒ =5,5 cm – 4 cm = 1,5 cm
ΑΓ= ΟΓ-ΟΒ =5,5 cm –2,5 cm = 3 cm
Παρατηρούμε ότι 2 ΑΒ = 2 ΒΓ = ΑΓ.

Δ. Προτεινόμενα θέματα για ανάπτυξη για τους διδασκόμενους

Δ1. Δίνονται τα διαδοχικά συνευθειακά σημεία Α, Ν, Β, Μ ,Γ με Ν μέσο του ΑΒ και Μ μέσο του ΒΓ. Να αντιστοιχίσετε τις δύο στήλες:

Στήλη Α	Στήλη Β
Α. ΑΜ , ΑΒ	
Β. ΑΜ, ΜΒ	1. Ίσα
Γ. ΑΓ,ΒΓ	2. >
Δ. ΒΜ, ΜΓ	
Ε. ΝΜ,ΝΓ	3. <
ΣΤ. ΑΝ,ΝΓ	

Δ2. Δίνεται η ευθεία χ΄χ και τα διαδοχικά σημεία Α,Β,Γ με ΑΒ =4 cm ,ΒΓ = 6cm Μ , Ν τα μέσα των ΑΒ και ΒΓ αντίστοιχα. Να διατάξτε από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο τα ευθύγραμμα τμήματα: ΑΜ, ΜΒ, ΒΓ, ΑΒ, ΑΝ, ΝΓ, ΑΓ, ΜΝ και ΝΒ

Δ3. Σε μια ευθεία δίνονται με τη σειρά τα σημεία Α,Β,Γκαι Δ, έτσι ώστε ΑΒ = ΓΔ .Να αποδείξετε ότι ΑΓ = ΒΔ.

Δ4. Πάνω σε μία ευθεία χ΄χ δίνονται τα σημεία Α,Β,Γ έτσι ώστε ΑΒ = 4 cm και ΒΓ = 6 cm με Μ μέσο του ΑΒ και Ν μέσο του ΓΔ . Να υπολογίσετε το ΜΝ και να το συγκρίνετε με το ΑΒ+ΒΓ. Τι συμπεραίνετε;

Copyright: Ηλίας Ράιδος Dr Εφαρμοσμένων Μαθηματικών Τηλ.2421028371 E-mail raidosi@yahoo.gr http:/users.in.gr/raidosil