

## ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

## Ερωτήσεις ανάπτυξης

7. \*\* Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί  $\alpha, \beta$  ώστε η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha x + 1}{x^2 - 1}, & x < -1 \\ \ln(x + \beta), & x \geq -1 \end{cases}$$

να έχει όριο πραγματικό αριθμό στο  $x_0 = -1$ .

14. \*\* Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln(1 - \ln x)$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

β) Να βρείτε τα όρια της  $f$  στα άκρα του  $D_f$ .

γ) Να δείξετε ότι η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $D_f$ .

δ) Να βρείτε το σύνολο τιμών της  $f$  αφού πρώτα αποδείξετε ότι είναι συνεχής.

21. \*\* Να δείξετε ότι:

α) η εξίσωση  $(x + 1)2^{x+1} = 1$  έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο  $(-1, 0)$

β) η εξίσωση  $x^3 - 6x^2 + 3 = 0$  έχει δύο τουλάχιστον ρίζες στο  $(-1, 1)$ .

28. \*\* Δίνεται η γνησίως αύξουσα συνάρτηση  $f(x) = x^3 + x - 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Να δείξετε ότι η  $f$  έχει μία μόνο ρίζα σε καθένα από τα διαστήματα (με τη σειρά που δίνονται):  $[0, 1]$ ,

$[\frac{1}{2}, 1]$ ,  $[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$ .

β) Να παραστήσετε τα διαστήματα στην ευθεία των πραγματικών αριθμών. Να περιγράψετε, με βάση το (β), μια διαδικασία (αλγόριθμο) μέσω της οποίας μπορούμε να προσεγγίσουμε μια ρίζα ενός πολυωνύμου.

γ) Να λύσετε την εξίσωση  $x^3 + x - 1 = 0$ . Να βρείτε τη ρίζα με προσέγγιση δεκάκις χιλιοστού (με υπέρβαση). Να κάνετε χρήση υπολογιστή τσέπης.

35. \*\* Υποθέτουμε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο  $[0, 10]$  και η εξίσωση  $f(x) = 0$  έχει μοναδικές ρίζες το 3 και το 7.

α) Αν υπάρχει  $x_0$  ώστε  $f(x_0) > 0$  με  $x_0 < 3$ , να δείξετε ότι η  $f(x) > 0$  για κάθε  $x < 3$ .

β) Αν υπάρχει  $x_0$  ώστε  $f(x_0) < 0$  με  $x_0$  τέτοιο ώστε  $3 < x_0 < 7$ , να δείξετε ότι  $f(x) < 0$  για κάθε  $x$ :  $3 < x < 7$ .

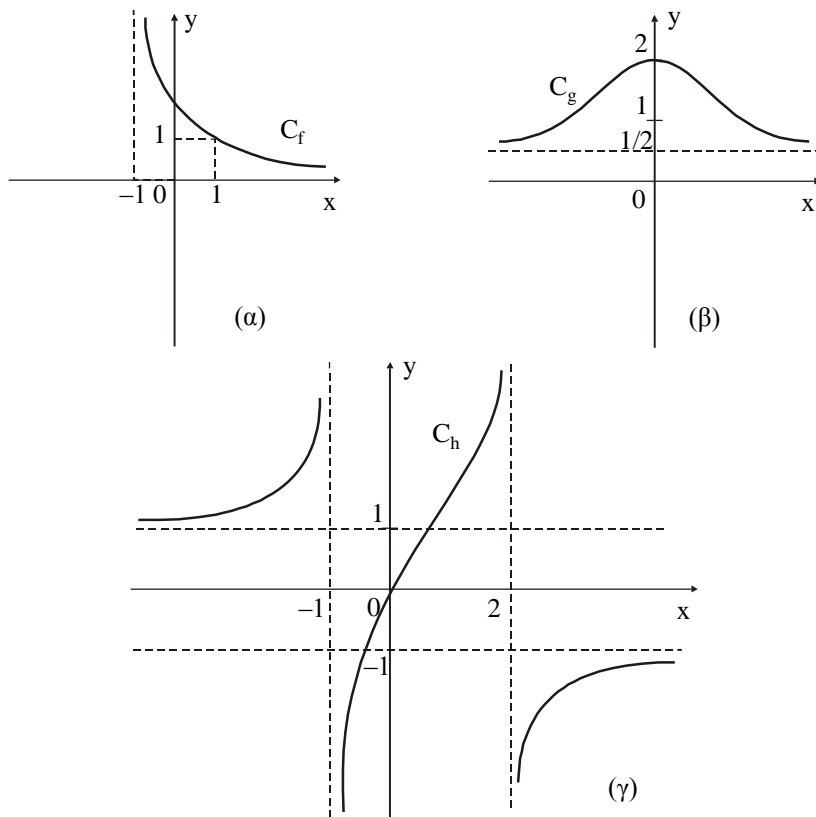
42. \*\* Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

α)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x \cdot \eta\mu \frac{1}{x})$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \eta \mu \frac{1}{x})$$

$$\gamma) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x \cdot \eta \mu^{\rho} \frac{1}{x}) \text{ με } \rho \in \mathbb{N}^* \text{ και } \rho \geq 2$$

49. \*\* Οι γραφικές παραστάσεις τριών συναρτήσεων f, g και h φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.



α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων.

β) Να βρείτε τα όρια:

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} h(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x).$$

56. \*\* Σε ένα σχολείο άρχισε να κυκλοφορεί μεταξύ των μαθητών μια φήμη για την πενήντημερη εκδρομή του σχολείου. Ο αριθμός N (t) των μαθητών που άκουσαν τη φήμη βρέθηκε ότι μεταβάλλεται σύμφωνα με τον τύπο:

$$N(t) = M(1 - e^{-0.5t})$$

όπου M ο συνολικός αριθμός των μαθητών του σχολείου και t ο χρόνος σε ημέρες (από τη στιγμή που πρωτοακούστηκε η φήμη).

Ένας μαθητής υποστήριξε τελικά ότι όλοι οι συμμαθητές του θα ακούσουν τη φήμη. Πώς το σκέφτηκε αυτό;

**Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!!**