

## ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

## Μαθηματικά

1<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

## Ερωτήσεις ανάπτυξης

6. \*\* Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 4$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -6$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = 10$ , να βρείτε τα όρια:

α)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - g(x)}{(h(x))^2}$       β)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3f(x) - 4[g(x)]^2}{g(x) + 2f(x)}$

13. \*\* α) Να δείξετε ότι :  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$  (1)      αν και μόνο αν

$$\lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + h) = \ell \quad (2)$$

β) Αν για τη συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$  ισχύει η σχέση

$$f(x + y) = f(x) + f(y) \quad \text{για κάθε } x \in \mathbb{R}:$$

i) να βρείτε το  $f(0)$

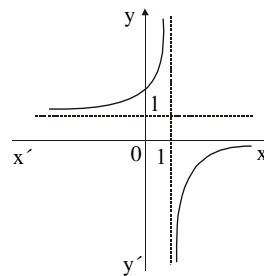
ii) αν η  $f$  είναι συνεχής στο  $0$ , να δείξετε ότι είναι συνεχής σε όλο το  $\mathbb{R}$ .

20. \*\* Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  είναι αυτή που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

α) Να βρείτε τα όρια:  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ,

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x).$$

β) Τι συμπεραίνετε για το  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{f(x)}$ ;



27. \*\* Έστω  $f$  μια συνεχής συνάρτηση στο  $[0, \alpha]$  με  $f(0) = f(\alpha)$ .

α) Να αποδείξετε ότι η  $h(x) = f(x) - f\left(\frac{\alpha}{2} + x\right)$  είναι συνεχής στο  $(0, \frac{\alpha}{2})$ .

β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $f(x) = f\left(\frac{\alpha}{2} + x\right)$  έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο διάστημα  $(0, \frac{\alpha}{2})$ .

34. \*\* Έστω η γνησίως αύξουσα συνάρτηση  $f(x) = x^5 + x + 1$ ,  $x \in [-1, 0]$ .

α) Να βρείτε το σύνολο τιμών της f.

β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $f(x) = 0$  έχει ακριβώς μια ρίζα στο διάστημα  $(-1, 0)$ .

41. \*\* Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

α)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\mu - 2)x^3 + (\mu + 1)x + 1}{\mu x^2 + 1}$ , αν  $\mu \in \mathbb{R}$

β)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - \lambda x - \mu)$ , αν  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

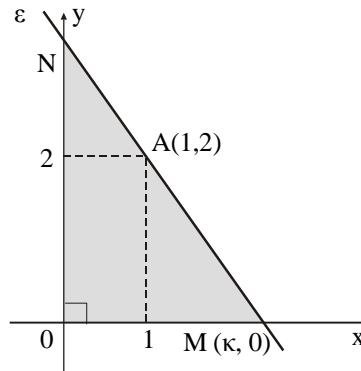
γ)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a^x}{a^x + 1}$ , αν  $a > 0$

δ)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a^x + 2^{x+1}}{a^{x+1} + 2^x}$ , αν  $a > 0$

48. \*\* Μια ευθεία ( $\varepsilon$ ) διέρχεται από το σημείο A (1, 2) και τέμνει τους θετικούς ημιάξονες Ox και Oy στα M και N αντιστοίχως.

α) Να εκφράσετε το εμβαδόν του τριγώνου OMN ως συνάρτηση της τετμημένης κ του σημείου M.

β) Να βρείτε το όριο του εμβαδού όταν  $\kappa \rightarrow +\infty$  και όταν  $\kappa \rightarrow 1$ .



55. \*\* Ο πληθυσμός μιας καλλιέργειας βακτηριδίων αναπτύσσεται σύμφωνα με τον τύπο:

$$P(t) = 6 \left( \frac{t^2 + 5}{19t + 25} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ χιλιάδες βακτηρίδια}$$

όπου t ο χρόνος σε ημέρες (από τη στιγμή της δημιουργίας της).

Πέντε ημέρες μετά εισάγεται στο περιβάλλον της καλλιέργειας ένα φάρμακο που έχει ως αποτέλεσμα η ανάπτυξη του πληθυσμού να γίνεται πλέον σύμφωνα με τον τύπο:

$$P(t) = 6 \left( \frac{t + 5}{t^2 + 12t + 45} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ χιλιάδες βακτηρίδια}$$

όπου t ο χρόνος σε ημέρες αμέσως μετά τη χορήγηση του φαρμάκου.

α) Να βρείτε μια συνάρτηση που να δίνει τον πληθυσμό της καλλιέργειας τις 10 πρώτες ημέρες από τη δημιουργία της.

β) Να βρείτε τον πληθυσμό σε κλάσματα του δευτερολέπτου πριν τη χορήγηση του φαρμάκου.

γ) Να βρείτε τον πληθυσμό της κλάσματα του δευτερολέπτου μετά τη χορήγηση του φαρμάκου.

δ) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση του (α) ερωτήματος είναι συνεχής (στο πεδίο ορισμού της).

**Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!!**