



ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

Ερωτήσεις ανάπτυξης

4. ** Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x \sin x} \right)$.

11. ** Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχουν τα παρακάτω όρια:

α) της $f(x) = \frac{x-2}{(x-1)(x+2)}$ στο $x_0 = -2$

β) της $f(x) = \frac{x^3 + x^2}{|x+1|}$ στο $x_0 = -1$

18. ** Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^x + 2}, & x \neq 0 \\ \frac{1}{2^x + 1}, & \\ \alpha, & x = 0 \end{cases}$.

α) Να υπολογίσετε τα όρια: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.

β) Να κάνετε πρόχειρη γραφική παράσταση της f .

γ) Υπάρχει τιμή του α για την οποία η f να είναι συνεχής;

25. ** Θεωρούμε την εξίσωση:

$$\frac{\kappa^2}{x} + \frac{\lambda^2}{x+1} + \frac{\mu^2}{x-1} = 0, \quad \kappa, \lambda, \mu \neq 0$$

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει ακριβώς δύο ρίζες στο διάστημα $(-1, 1)$.

β) Αν οι δύο ρίζες είναι οι ρ_1, ρ_2 , να δείξετε ότι: $\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = \frac{\mu^2 - \lambda^2}{\kappa^2}$.

32. ** Έστω η συνεχής συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[a, \beta]$. Αν το σύνολο τιμών της f είναι το $[a, \beta]$, τότε

α) να δείξετε ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον σημείο $x_0 \in [a, \beta]$ τέτοιο ώστε $f(x_0) = x_0$

β) να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το συμπέρασμα αυτό.

39. ** Από σημείο M φέρνουμε τις εφαπτόμενες σε έναν κύκλο (O, R) και έστω A, B τα σημεία επαφής. Η εφαπτομένη στο μέσον E του τόξου AB τέμνει τις MA και MB στα Γ και Δ . Να δείξετε ότι ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων $\frac{(MAB)}{(M\Gamma\Delta)}$ τείνει στο 4, καθώς το M κινείται προς το E .

46. ** Αν $f(x) = \ell n \frac{x-3}{2x}$, να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της f

β) τα όρια $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

53. ** Σε μια συνεχή βροχόπτωση διαπιστώθηκε ότι η ταχύτητα v μιας σταγόνας της βροχής, ως συνάρτηση του χρόνου t , δίνεται από τη σχέση:

$$v(t) = \kappa (1 - e^{-t})$$

όπου κ μια θετική σταθερά.

α) Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση v όταν $t \geq 0$.

β) Να βρείτε το $\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t)$.

γ) Να εξηγήσετε τι παριστάνει η σταθερά κ .

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!!