

Ερωτήσεις ανάπτυξης

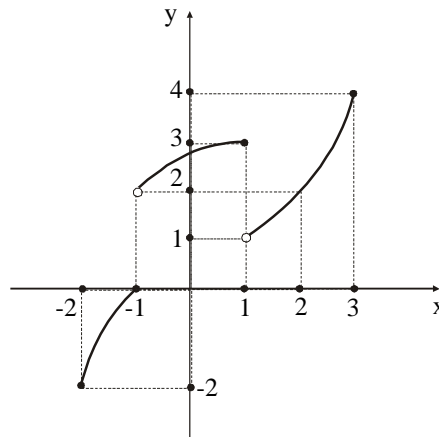
1. ** Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι αυτή που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να βρεθούν τα παρακάτω όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ β) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

γ) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ δ) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

ε) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ στ) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

ζ) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$



8. ** Να βρείτε το θετικό ακέραιο n ώστε: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x + \eta\mu 2x + \dots + \eta\mu nx}{x} = 28$.

15. ** Αν $|f(x)| \leq |x|$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, να αποδείξετε ότι η f είναι συνεχής στο 0.

22. ** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $\ln x + e^x = 0$ έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο $(0, 1)$.

29. ** Έστω συνάρτηση f συνεχής στο $[a, \beta]$ και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[a, \beta]$. Να αποδείξετε ότι υπάρχει $\xi \in (a, \beta)$ τέτοιο ώστε:

$$f(\xi) = \frac{f(a) + f(\beta) + f\left(\frac{a+\beta}{2}\right)}{3}$$

36. ** Η ανάβαση στην ψηλότερη κορυφή του Ολύμπου (Μύτικας, 2.917 μ.) γίνεται συνήθως από τη θέση “Πριόνια” και διαρκεί για ένα μέσο ορειβάτη 6 ώρες. Η κατάβαση διαρκεί επίσης 6 ώρες. Ένας ορειβάτης ξεκινάει από τα “Πριόνια” στις 6 το πρωί και χωρίς να σταματήσει βρίσκεται σε 6 ώρες στην

κορυφή, όπου και διανυκτερεύει. Την άλλη μέρα ξεκινάει στις 6 το πρωί την κατάβαση από τον “Μύτικα” και σε 6 ώρες, ακολουθώντας την ίδια διαδρομή, βρίσκεται στα “Πριόνια”. Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον σημείο της διαδρομής στο οποίο βρίσκεται την ίδια ώρα και τις δύο ημέρες.

43. ** Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ell n \left(\frac{x^2 + \kappa^2}{x} \right)$, $\kappa > 0$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) Να βρείτε τα όρια $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

γ) Να δείξετε ότι $f(x) - \ell n x > 0$ και να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ell n x)$.

50. ** Η συνάρτηση f έχει γραφική παράσταση που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού και το πρόσημο της f .

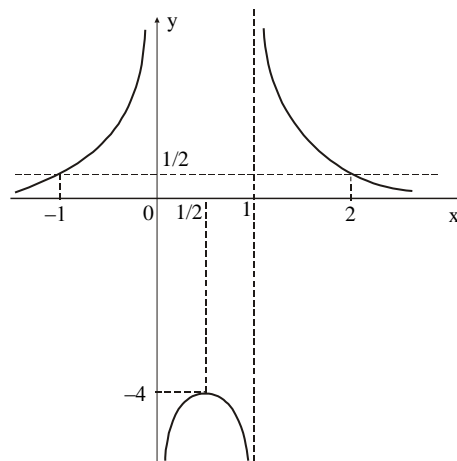
β) Να βρεθούν τα όρια:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x),$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x),$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x),$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$$



γ) Με τη βοήθεια των παραπάνω να προσδιορίσετε τις οριακές τιμές της $\frac{1}{f}$ στα σημεία του ερωτήματος

(β).

δ) Να βρείτε τον τύπο της f , αν ξέρετε ότι είναι ένας από τους παρακάτω:

$$f_1(x) = \frac{2x+1}{6x+5}, \quad f_2(x) = \frac{1}{x^2+x}, \quad f_3(x) = \frac{1}{2|x^2-1|}, \quad f_4(x) = \frac{1}{x^2-x}$$

ε) Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!!