**ΚΕΦΑΛΑΙΟ**

**ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ**

**ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ**

**Δυνάμεις**

**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ**

**2**

## *Ι. ΣΧΕΔΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ*

1. Ο διδάσκων καθηγητής ζητάει από τους διδασκόμενους
   Τι είναι δύναμη αριθμού με εκθέτη ακέραιο
   Ποιες ιδιότητες δυνάμεων γνωρίζουν
   Τι σημαίνει τυποποιημένη μορφή αριθμού,
   και συμπληρώνει σύντομα τη βασική θεωρία για τις δυνάμεις και την τυποποιημένη μορφή αριθμού
2. Γίνονται επιλεκτικά στη τάξη από τους μαθητές, με επιβεβαίωση ή διάψευση από τον καθηγητή , οι ερωτήσεις κατανόησης $B_1$, $B_3$
3. Ο διδάσκων καθηγητής αναπτύσσει τα παραδείγματα του Γ΄ μέρους
4. Ο διδασκόμενος μαθητής επιβλέπεται από τον καθηγητή και αναπτύσσει στο τετράδιο του τις $\Delta_1$, $\Delta_2$.
5. Γίνεται σύντομη ανακεφαλαίωση του αντικειμένου από τον διδάσκοντα καθηγητή
6. Δίνονται στον μαθητή για το σπίτι
   α) οι υπόλοιπες ερωτήσεις κατανόησης,
   β) τα θέματα:….

## *ΙΙ. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ*

**Α. Βασική Θεωρία (επιγραμματικά)-Παρατηρήσεις-Σχόλια**

α) Δύναμη αριθμού με εκθέτη ακέραιο
β) Άμεσες συνέπειες ορισμού.
γ) Ιδιότητες δυνάμεων.
δ) Βασική παρατήρηση
Είναι φανερό πως « Αν $\alpha = \beta$ τότε $\alpha^\kappa = \beta^\kappa$» αλλά δεν ισχύει το αντίστροφο, αφού π.χ. ισχύει $(-2)^4 = 2^4$ ενώ $-2 \neq 2$ .

**Β. Ερωτήσεις κατανόησης τύπου: Σωστού-Λάθους, πολλαπλής επιλογής, αντιστοίχησης, διάταξης και συμπλήρωσης.**

1. Είναι σωστό ή λάθος ότι: $\alpha=\beta \Leftrightarrow \alpha^\nu=\beta^\nu$ .
Αιτιολογήστε την απάντησή σας με ένα παράδειγμα.
……………………………………………………………………

2. Είναι δυνατόν να ισχύει $\alpha^{5\nu} = \alpha^5 + \alpha^\nu$ , $\alpha>0$ και ν ε IN;

**3. Να αντιστοιχίσετε τις δύο στήλες:**

| Στήλη Α | Στήλη Β |
|---|---|
| Α. $\alpha^\nu.\alpha^\mu$ | 1. $(\alpha:\beta)^\nu$ |
| Β. $(\alpha^\nu)^\mu$ | 2. $(\alpha\beta)^\nu$ |
| Γ. $\alpha^\nu.\beta^\nu$ | 3. $\alpha^{\nu+\mu}$ |
| Δ. $\alpha^\nu:\beta^\nu$ | 4. $\alpha^\nu+\alpha^\kappa$ |
| Ε. $\alpha^\kappa+\alpha^\nu$ | 5. $\alpha^{\nu.\mu}$ |

4. Συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις με τα σύμβολα της διάταξης.

α) Αν α,β ε IN* με $\alpha > \beta$ τότε $\alpha^2$ ……. $\beta^2$.

β) Αν α,β ε Z* με $\alpha < \beta$ τότε $\alpha^\nu$ ……. $\beta^\nu$.

γ) Αν α,β ε $IR_+$ τότε $(\alpha+\beta)^2$ …….. $\alpha^2 + \beta^2$ .

5. Αν $\psi = -\chi$ τότε η παράσταση $\chi^3-\psi^3$ ισούται με

Α. 2χ Β.2ψ Γ. χ-ψ Δ. 0

6. Ποια από τις παρακάτω συνεπαγωγές ισχύει για α,β ε IR και ν ε IN*;

(Α) $\alpha = \beta \Rightarrow \alpha^\nu = \beta^\nu$ .
(Β) $\alpha^\nu = \beta^\nu \Rightarrow \alpha = \beta$
(Γ) $\alpha^\nu = \beta^\nu \Rightarrow \alpha = \beta$ ή $\alpha = -\beta$.

7. Η ισότητα $\alpha^0 = 1$ με α ε IR ισχύει
(Α) μόνο αν $\alpha = 1$.
(Β) αν $\alpha \neq 0$.
(Γ) για οποιαδήποτε τιμή του α.

8. Αν το γινόμενο των $2\alpha\beta^2$ και $-3\alpha^3\beta$ διαιρεθεί με το $-12\alpha\beta$, τότε το αποτέλεσμα είναι

(Α) $-\dfrac{\alpha^3\beta^3}{2}$ (Β) $\dfrac{1}{2}\alpha^3\beta^3$

(Γ) $\dfrac{-2}{\alpha^3\beta^3}$ (Δ) $\dfrac{-2\alpha^3}{\beta^2}$

9. Απαντήστε με Σ – Λ στα παρακάτω.

α) $7^0 = 10^0$ **Σ – Λ**

**β)** $(4-2)^3 = (2-4)^3$ **Σ – Λ**

**γ)** $(-1)^{2002} = 1^{2003}$ **Σ – Λ**

δ) $4^0 + 0^4 = 5^0 + 0^5$ **Σ – Λ**


E_mails:**raidosi@yahoo.gr**
http://blogs.sch.gr/iraidos/ **iraidos@gmail.com**

## Γ. Αναπτυγμένα παραδείγματα για εμπέδωση με αντίστοιχους αλγόριθμους(μεθοδολογίες)

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

**Παράδειγμα 1ο**

**Με τη βοήθεια των ιδιοτήτων των δυνάμεων να υπολογίσετε τα γινόμενα:**

i) $(-0,25)^{17}\cdot 8^{11}$ ii) $(-4)^{60}\cdot(-1,25)^{40}$

Επίλυση

**ι)** Είναι $(-0,25)^{17}\cdot 8^{11} = \left(-\frac{1}{4}\right)^{17}.8^{11} =$

$= (-2^{-2})^{17}.(2^3)^{11} = -2^{-34}.2^{33} = -2^{-1} = -\frac{1}{2}$

**ιι) Είναι** $(-4)^{60}\cdot(-1,25)^{40} = 4^{60}.1,25^{40} = 4^{60}.\left(\frac{5}{4}\right)^{40} =$

$= 4^{20}.4^{40}.\left(\frac{5}{4}\right)^{40} = (2^2)^{20}\left(4\,\frac{5}{4}\right)^{40} = = 2^{40}.5^{40} = (2.5)^{40} = 10^{40}$

**Παράδειγμα 2ο**

α) Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης που ακολουθεί, $Π = x^5(xy^2)^3:(x^{-2}:y)^{-2}$ για x=0,4 και y=-2,5

β) Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης που ακολουθεί, $Π = [(xy^{-1})^2:(x^3y^7)^{-1}]^2$ για x=0,4 και y=-2,5

Επίλυση

α) $Π = [(χ^2y^{-2}):(x^{-3}y^{-7})]^2 = (χ^2y^{-2})^2:(x^{-3}y^{-7})^2 = x^4y^{-4}:(x^{-6}y^{-14}) = x^4y^{-4}.x^6y^{14} = x^{10}y^{10} = (xy)^{10}$ οπότε για x=0,4 και y=-2,5 έχουμε $Π = [0,4(-2,5)]^{10} = (-1)^{10} = 1$

β) $Π = [(xy^{-1})^2:(x^3y^7)^{-1}]^2 = [(x^2y^{-2}):(x^{-3}y^{-7})]^2 = (x^2y^{-2})^2:(x^{-3}y^{-7})^2 = (x^4y^{-4}):(x^{-6}y^{-14}) = = (x^4y^{-4}).(x^6y^{14}) = x^{10}y^{10} = (xy)^{10}$ οπότε για x=0,4 και y=-2,5 έχουμε $Π = [0,4(-2,5)]^{10} = (-1)^{10} = 1$

### ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

**$M_1$: Για να υπολογίσουμε γινόμενα δυνάμεων:**

**α) Μετατρέπουμε τους δεκαδικούς σε κλάσματα.**
**β) Μετατρέπουμε τους όρους κάθε κλάσματος σε δυνάμεις του 2, 3, 5.**
**γ) Εφαρμόζουμε τις ιδιότητες των δυνάμεων.**

**$M_2$: Για να υπολογίσουμε τις αριθμητικές τιμές των αλγεβρικών παραστάσεων με γινόμενα δυνάμεων:**

**1ος τρόπος:**
**α) Εφαρμόζουμε τις ιδιότητες των δυνάμεων**
**β) Αντικαθιστούμε τις τιμές των μεταβλητών**
**γ) Εκτελούμε τις αριθμητικές πράξεις**

**2ος τρόπος:**
**α) Αντικαθιστούμε τις τιμές των μεταβλητών**
**β) Εφαρμόζουμε τις ιδιότητες των δυνάμεων**
**γ) Εκτελούμε τις αριθμητικές πράξεις**

## Δ. Προτεινόμενα θέματα για ανάπτυξη από τους διδασκόμενους

**2Δ1. Με τη βοήθεια των ιδιοτήτων των δυνάμεων να υπολογίσετε το γινόμενο:**

$$Γ = 12^{100}\cdot 1,5^{50}\cdot 6^{-149}$$

**2Δ2. Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης:**
**$Π = x(x^2-y^2)-2(x-3y)-xy$ για x=-1 και y=-2**
**α) Πριν εκτελέσετε τις πράξεις**
**β) Αφού εκτελέσετε τις πράξεις**

**2Δ3. Να επιλύσετε την εξίσωση**

$$3^{χ+1}.3^χ = 27$$

**2Δ4. Να επιλύσετε την εξίσωση**

$$5^χ = 3^χ$$

**2Δ5. Αν χ = -2 να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων**

$$A = 4(-2)^χ+3(-2)^{χ-1}+2(χ-1)χ^4$$

$$B = χ^3-4χ^{χ-1}+2(χ-2)^{-χ}+5^{χ+2}$$

**2Δ6. Αν $χ\in\Re^*$ να γίνουν οι πράξεις**

$$A = \frac{x^{-4}+x^{-2}}{x^{-6}+x^{-4}} \quad \text{για } χ = -1$$

$$B = \frac{x^{-4}:x^{-2}}{x^{-6}-x^{-4}} \quad \text{για } χ = 2$$

**2Δ7. Αν $χ\in\Re^*$ να γράψετε σε μορφή μιας δύναμης τις παρακάτω παραστάσεις**

$$A = (χ^3)^{-3}χ^3$$

$$B = \frac{(x^{-1})^3(x^2)^3}{(x^{-5})^2}$$

$$Γ = \left(\frac{x^{-3}(x^{-2})^4}{(x^5)^{-2}}\right)^{-3}.\ (x^{-3})^4$$