

## ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

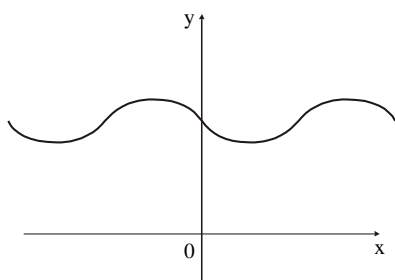
## Ερωτήσεις ανάπτυξης

3. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x + 1$ .α) Να εξετάσετε ποιες από τις συναρτήσεις του παρακάτω πίνακα είναι ίσες με τη συνάρτηση  $f$ .

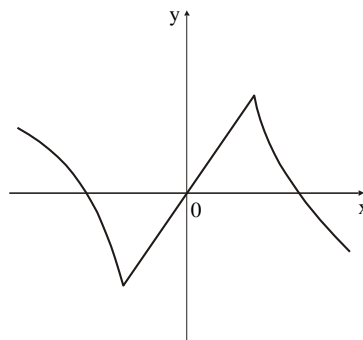
$f_1(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$	$f_2(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1}$	$f_3(x) = (\sqrt{x+1})^2$
$f_4(x) = x \left( \frac{1}{x} + 1 \right)$	$f_5(x) = \ln e^{x+1}$	$f_6(x) = e^{\ln(x+1)}$

β) Να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του  $\mathbb{R}$  στο οποίο οι παραπάνω συναρτήσεις είναι όλες ίσες.8. \*\* Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^{\frac{1}{\ln x}}$ .α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .β) Να αποδείξετε ότι  $f(x) = e$  για κάθε  $x$  του πεδίου ορισμού της.γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της  $f$ .13. \*\* Είναι γνωστό ότι μια συνάρτηση  $f$  είναι άρτια, όταν για κάθε  $x \in D_f$  ισχύει  $-x \in D_f$  και  $f(-x) = f(x)$ , για κάθε  $x \in D_f$ , ενώ είναι περιττή όταν  $f(-x) = -f(x)$  για κάθε  $x \in D_f$ .

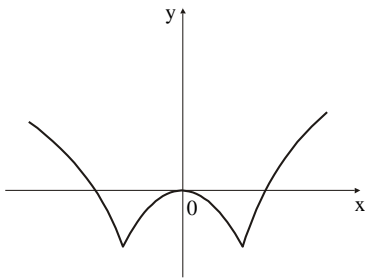
α) Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις παριστάνουν άρτια ή περιττή συνάρτηση ή δεν παριστάνουν άρτια ούτε περιττή.



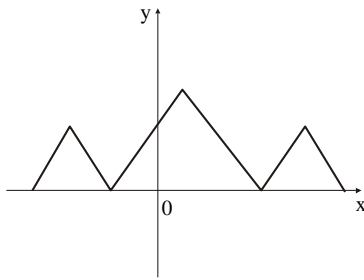
(I)



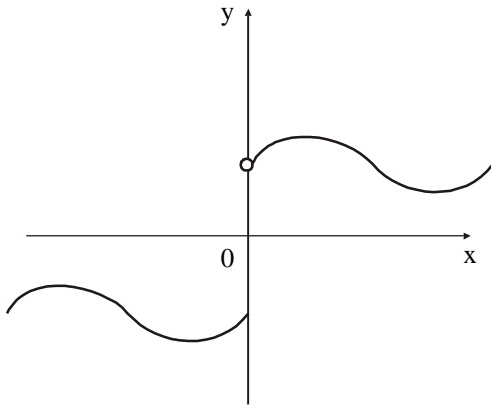
(II)



(III)



(IV)



(V)

β) Αν η συνάρτηση  $f$  έχει πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ , να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $g(x) = f(x) + f(-x)$  είναι άρτια.

γ) Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι περιττή και παρουσιάζει μέγιστο για  $x = x_0$ , να αποδείξετε ότι η  $f$  παρουσιάζει ελάχιστο για  $x = -x_0$ .

18. \*\* Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x - 1$ ,  $x \in [-2, 3]$ . Να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις:

α)  $f_1(x) = f(x) + 1$

β)  $f_2(x) = 2f(x)$

γ)  $f_3(x) = -f(x)$

δ)  $f_4(x) = |f(x)|$

23. \*\* Δίνονται οι συναρτήσεις:  $f(x) = \frac{1}{x-1}$ ,  $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$ .

α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού τους.

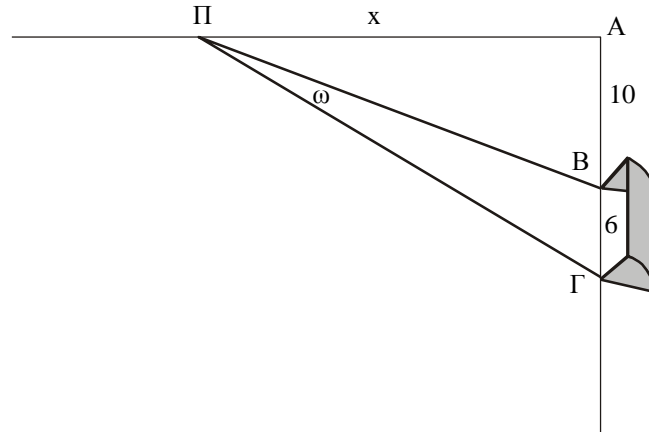
β) Να βρείτε τις συναρτήσεις  $f + g$ ,  $f \cdot g$ .

γ) Χρησιμοποιώντας τις  $f$ ,  $g$  να δικαιολογήσετε ότι  $(g \circ f)(x) \neq g(x) \cdot f(x)$ .

δ) Να εξετάσετε αν για τις παραπάνω συναρτήσεις  $f$ ,  $g$  οι συναρτήσεις  $f \circ g$  και  $g \circ f$  είναι ίσες.

28. \*\* Έστω μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ , για την οποία ισχύει  $(f \circ f)(x) - f(x) = x$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . Να αποδείξετε ότι υπάρχει η αντίστροφη της  $f$ .

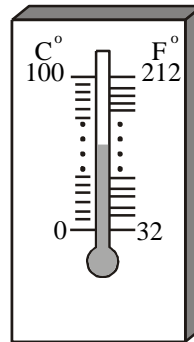
33. \*\* Ένας παίκτης Π του ποδοσφαίρου επιτίθεται προς το αντίπαλο τέρμα ΒΓ κινούμενος πάνω στην ευθεία ΠΑ. Αν  $AB = 10$  και  $BΓ = 6$ :



- α) να υπολογίσετε τις εφαπτομένες των γωνιών ΑΠΒ και ΑΠΓ ως συνάρτηση της απόστασης  $ΠΑ = x$   
 β) να υπολογίσετε την εφω ως συνάρτηση του  $x$   
 γ) από ποια απόσταση  $x$  θα πρέπει να “σουτάρει” ο παίκτης ώστε να έχει το ευρύτερο δυνατό οπτικό πεδίο προς το τέρμα;

Δίνεται ότι  $\text{εφ}(\alpha - \beta) = \frac{\text{εφα} - \text{εφβ}}{1 + \text{εφα} \cdot \text{εφβ}}$ .

38. \*\* Στο θερμόμετρο του σχήματος μπορούμε να έχουμε τη θερμοκρασία ενός χώρου σε βαθμούς Κελσίου (C), αλλά και σε βαθμούς Φαρενάιτ (F). Θεωρούμε δεδομένο ότι η σχέση που συνδέει τις τιμές της θερμοκρασίας σε C με τις τιμές σε F είναι γραμμική (η γραφική της παράσταση είναι ευθεία).



α) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης η οποία μετατρέπει τους βαθμούς C σε βαθμούς F.

β) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης η οποία μετατρέπει τους βαθμούς F σε βαθμούς C.

γ) Να εξετάσετε αν υπάρχει θερμοκρασία που να εκφράζεται με τον ίδιο αριθμό και στις δύο κλίμακες.

43. \*\* Σε τρεις ασθενείς έχει δοθεί αντιπυρετικό φάρμακο και οι θερμοκρασίες τους σε βαθμούς C, ως συναρτήσεις του χρόνου σε ώρες, δίνονται από τους παρακάτω τύπους, οι οποίοι ισχύουν μέχρι την αποκατάσταση της φυσιολογικής θερμοκρασίας:

$$f_1(x) = 40 - \frac{3}{2}x \qquad f_2(x) = 39 - x \qquad f_3(x) = 38 - \frac{1}{2}x$$

Σε τέταρτο ασθενή έχει δοθεί διαφορετικό αντιπυρετικό, και η συνάρτηση της θερμοκρασίας του ως προς το χρόνο είναι η:  $f_4(x) = f_1^{-1}(x) + 12$ .

α) Να βρείτε τη χρονική στιγμή  $x$ , κατά την οποία οι θερμοκρασίες των τριών πρώτων ασθενών συμπίπτουν.

β) Ποιο αντιπυρετικό είναι πιο αποτελεσματικό έως τη δεδομένη αυτή στιγμή;

**Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!**