

15<sup>ο</sup> ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΜΑΘΗΜΑ 1-1 μέχρι 1.6

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

1<sup>ο</sup> ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ

Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Τίτλος μαθήματος( ενότητας): Τριγωνομετρία

Ημερομηνία: 09-12-2009

Τάξη: Β΄ Λυκείου

Σχολείο: Γενικό Λύκειο .....

Ωρα: 1<sup>η</sup>Τμήμα: Β<sub>1</sub> ( 13 μαθητές)**ΓΕΝΙΚΟΙ ΣΚΟΠΟΙ**

Να μπορούν οι μαθητές στο τέλος του μαθήματος να

- διατυπώνουν όλους τους τύπους της τριγωνομετρίας
- να χρησιμοποιούν τους παραπάνω τύπους

Να είναι ικανοί να αποδεικνύουν ισότητες και να επιλύουν εξισώσεις

**ΕΙΔΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ**

Να είναι σε θέση στο τέλος του μαθήματος οι μαθητές να

- 1) υπολογίζουν χωρίς την χρήση υπολογιστών τσέπης, την τιμή μιας παράστασης
- 2) απλοποιούν παραστάσεις
- 3) αποδεικνύουν ισότητες
- 4) επιλύουν εξισώσεις

ΜΕΣΑ: Πίνακας, κιμωλίες ή μαρκαδόροι, Η/Υ , φωτοτυπίες.

ΥΛΙΚΑ: CD, σλάιντς, σχολικό βιβλίο .

ΥΛΗ: Σχολικό βιβλίο – σελίδες 33- 34.

Κριτήρια Υπουργείου.

ΜΕΘΟΔΟΣ: Διερευνητική καθοδηγούμενη ανακάλυψη.

Α. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ - ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΠΟΡΕΙΑ

Με κατάλληλες ερωτήσεις ερευνούμε αν οι μαθητές κατέχουν την ύλη του προηγούμενου φύλλου εργασίας.

Ζητείται από τους μαθητές η θεωρία με ερωτήσεις από τον διδάσκοντα, ελέγχεται αν έγινε η εργασία για το σπίτι στα τετράδια τους ( ανάπτυξη των θεμάτων του προηγούμενου φύλλου εργασίας ) και ελέγχεται αξιολογούνται ανάλογα.

## B. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΥΛΙΚΟΥ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ. ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ-ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ ( Παράδοση)

Γίνεται μια περιληπτική επανάληψη των κυριότερων σημείων του κεφαλαίου.

Οι μαθητές γίνονται ομάδες 4-5 ατόμων και ακολουθεί επανάληψη του κεφαλαίου σε διάφορα επίπεδα.

### ΕΠΙΠΕΔΟ 1<sup>ο</sup>

#### Ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. Κάθε στοιχείο της στήλης A είναι ίσο με ένα και μόνο στοιχείο της στήλης B. Συνδέστε κατάλληλα τα στοιχεία των δύο στηλών.

στήλη A	στήλη B
συν $(y - x)$	συνxσυνy - ημxημy
ημ $(x + y)$	ημyσυνx - ημxσυνy
συν $(x + y)$	-ημyσυνx + ημxσυνy
ημ $(x - y)$	ημyημx - συνxσυνy
	ημxσυνy + ημyσυνx
	συνxσυνy + ημyημx

2. Κάθε στοιχείο της στήλης A είναι ίσο με ένα και μόνο στοιχείο της στήλης B. Συνδέστε κατάλληλα τα στοιχεία των δύο στηλών. \*

στήλη A	στήλη B
$\eta\mu^2\alpha$	$\frac{1}{2}$
$\sigma\upsilon\nu^2\alpha$	$\frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$
$\epsilon\phi^2\alpha$	$\frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}$
	$\frac{\sigma\upsilon\nu 2\alpha - 1}{2}$
	$\frac{\sigma\upsilon\nu 2\alpha + 1}{2}$

**Ερώτηση συμπλήρωσης**

1. Να εκφράσετε συναρτήσει του συνημίτονου της διπλάσιας γωνίας τις παρακάτω τριγωνομετρικές εκφράσεις:

$\eta\mu^2\gamma = \dots\dots\dots$	$\sigma\upsilon\nu^2\chi = \dots\dots\dots$	$\epsilon\phi^2\omega = \dots\dots\dots$
-------------------------------------	---	--

**Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής**

- Το  $\eta\mu 2\alpha$  είναι ίσο με:  
 Α.  $\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\alpha$       Β.  $2\eta\mu^2\alpha + 1$       Γ.  $2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\alpha$   
 Δ.  $1 - 2\sigma\upsilon\nu^2\alpha$       Ε. κανένα από τα προηγούμενα
- Το  $\sigma\upsilon\nu 2\alpha$  είναι ίσο με:  
 Α.  $1 - 2\sigma\upsilon\nu^2\alpha$       Β.  $\eta\mu^2\alpha - \sigma\upsilon\nu^2\alpha$       Γ.  $1 - \eta\mu 2\alpha$   
 Δ.  $1 - 2\eta\mu^2\alpha$       Ε. κανένα από τα προηγούμενα
- Η τιμή της παράστασης  $\sigma\upsilon\nu 27^\circ \sigma\upsilon\nu 63^\circ - \eta\mu 63^\circ \eta\mu 27^\circ$  είναι:  
 Α. 1      Β.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       Γ. 0      Δ. -1      Ε.  $\frac{1}{2}$
- Η παράσταση  $\sigma\upsilon\nu^2 4\alpha - \eta\mu^2 4\alpha$  είναι ίση με:  
 Α.  $\eta\mu 2\alpha$       Β.  $(1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha) - (1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha)$       Γ.  $\sigma\upsilon\nu 8\alpha$   
 Δ.  $1 - 2\eta\mu^2 2\alpha$       Ε.  $2\sigma\upsilon\nu^2 2\alpha - 1$
- Αν  $\eta\mu\chi - \sigma\upsilon\nu\chi = \alpha$ , τότε το  $\eta\mu 2\chi$  ισούται με:  
 Α.  $\alpha^2$       Β.  $1 + \alpha^2$       Γ.  $2\alpha$   
 Δ.  $1 - \alpha^2$       Ε.  $-2\alpha$
- Η παράσταση:  $y = \eta\mu\left(\frac{\pi}{6} - \chi\right) \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{3} + \chi\right) + \eta\mu\left(\frac{\pi}{3} + \chi\right) \sigma\upsilon\nu\left(\chi - \frac{\pi}{6}\right)$   
 είναι ίση με:  
 Α.  $\sigma\upsilon\nu \frac{6}{9}$       Β.  $\sigma\upsilon\nu \frac{6 \cdot 9}{2}$       Γ.  $\eta\mu \frac{2 \cdot 6}{2}$       Δ.  $\eta\mu \frac{15}{2}$       Ε.  $\eta\mu \frac{\pi}{6}$
- Η εξίσωση  $\eta\mu\chi = -\frac{1}{2}$  έχει λύσεις τις:  
 Α.  $\chi = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6}$       Β.  $\chi = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{6}$

$$\Gamma. x = 2κπ + \frac{\pi}{6} \quad \text{ή} \quad x = 2κπ + \frac{5\pi}{6} \quad \Delta. x = 2κπ - \frac{\pi}{6} \quad \text{ή} \quad x = 2κπ + \frac{7\pi}{6}$$

Ε. καμία από τις προηγούμενες

8. Η εξίσωση  $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  έχει λύσεις τις:

$$A. x = 2κπ \pm \frac{\pi}{4}$$

$$B. x = κπ \pm \frac{\pi}{4}$$

$$Γ. x = 2κπ \pm \frac{3\pi}{4}$$

$$\Delta. x = 2κπ - \frac{\pi}{4}$$

$$E. x = (κ + 1)\pi \pm \frac{3\pi}{4}$$

### ΕΠΙΠΕΔΟ 2<sup>ο</sup>

#### Ερωτήσεις σύντομης απάντησης

1. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:  $\sin 33^\circ \sin 12^\circ - \sin 57^\circ \eta\mu 12^\circ$

2. Να δειχθεί ότι:

$$α) \operatorname{εφ}(45^\circ - \omega) = \frac{\sin \omega - \eta\mu \omega}{\sin \omega + \eta\mu \omega}$$

$$β) \operatorname{εφ}(\alpha + \beta) \operatorname{εφ}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{εφ}^2 \alpha - \operatorname{εφ}^2 \beta}{1 - \operatorname{εφ}^2 \alpha \operatorname{εφ}^2 \beta}$$

3. Δείξτε ότι:  $\frac{\operatorname{εφ}^2 2\alpha - \operatorname{εφ}^2 \alpha}{1 - \operatorname{εφ}^2 2\alpha \operatorname{εφ}^2 \alpha} = \operatorname{εφ} 3\alpha \cdot \operatorname{εφ} \alpha$

#### Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$α) \eta\mu x = -\eta\mu 25^\circ$$

$$β) \eta\mu x = \eta\mu (2x + 20^\circ)$$

$$γ) 3\eta\mu x + 5 = 0$$

$$δ) \sin(x + 50^\circ) = \eta\mu(x + 20^\circ)$$

$$ε) \sin x \sin \frac{\pi}{6} - \eta\mu x \eta\mu \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$στ) \sin x = -\sin 30^\circ$$

$$ζ) \sigma\phi^2 x - 1 = 0$$

2. Να αποδείξετε ότι:

$$α) \sin x + \sin(120^\circ + x) + \sin(240^\circ + x) = 0$$

$$β) \sin(\alpha + \beta) \eta\mu(\alpha - \beta) = \eta\mu \alpha \sin \alpha - \eta\mu \beta \sin \beta$$

3. Αν  $\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$  να αποδειχθεί ότι:  
 α)  $\varepsilon\phi\alpha \varepsilon\phi\beta + \varepsilon\phi\beta \varepsilon\phi\gamma + \varepsilon\phi\gamma \varepsilon\phi\alpha = 1$   
 β)  $\sigma\phi\alpha + \sigma\phi\beta + \sigma\phi\gamma = \sigma\phi\alpha \sigma\phi\beta \sigma\phi\gamma$
4. Αν  $\alpha + \beta = \gamma$  να δείξετε ότι:  
 $\varepsilon\phi\gamma - \varepsilon\phi\alpha - \varepsilon\phi\beta = \varepsilon\phi\alpha \varepsilon\phi\beta \varepsilon\phi\gamma$
5. Αν  $3\sigma\upsilon\nu^2x + 5\sigma\upsilon\nu x - 2 = 0$  και  $\eta\mu x > 0$  να υπολογιστούν το  $\eta\mu 2x$  και το  $\sigma\upsilon\nu 2x$ .
6. Να δείξετε ότι:  
 α)  $\varepsilon\phi\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \varepsilon\phi\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = 2\varepsilon\phi 2\alpha$   
 β)  $\frac{\eta\mu 2\alpha}{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha} \cdot \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{1 + \sigma\upsilon\nu\alpha} = \varepsilon\phi \frac{\alpha}{2}$   
 γ)  $\frac{1 + \eta\mu 2\theta - \sigma\upsilon\nu 2\theta}{1 + \eta\mu 2\theta + \sigma\upsilon\nu 2\theta} = \varepsilon\phi\theta$
7. Αν  $x - y = 60^\circ$  και  $\varepsilon\phi y = \frac{\eta\mu x}{1 - 2\eta\mu^2 x}$  να βρεθεί η  $\varepsilon\phi x$ .
8. Να δείξετε ότι η παράσταση  $\sigma\upsilon\nu^2x - 2\sigma\upsilon\nu\alpha \sigma\upsilon\nu x \sigma\upsilon\nu(\alpha + x) + \sigma\upsilon\nu^2(\alpha + x)$  είναι ανεξάρτητη του  $x$ .
9. Να δείξετε ότι  
 $\sigma\upsilon\nu(45^\circ - x) \sigma\upsilon\nu(45^\circ - y) - \eta\mu(45^\circ - x) \eta\mu(45^\circ - y) = \eta\mu(x + y)$
10. Αν  $\eta\mu x + \eta\mu y = \kappa$  και  $\sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu y = \lambda$ , τότε:  
 α) να δείξετε ότι  $\sigma\upsilon\nu(x + y) = \frac{\kappa^2 + \lambda^2 - 2}{2}$   
 β) για  $\kappa = -\sqrt{2}$  και  $\lambda = 1$  να βρείτε το άθροισμα  $x + y$ .
11. Να δείξετε ότι  $\frac{\eta\mu 4\alpha + \eta\mu 2\alpha}{1 + \sigma\upsilon\nu 4\alpha + \sigma\upsilon\nu 2\alpha} = \varepsilon\phi 2\alpha$

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ

Σε χρόνο 2-3 λεπτών λέμε έναν αστείο συνειρμό ή σχολιάζουμε μια επίκαιρη ευχάριστη είδηση.

ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

Οι ασκήσεις που δεν θα γίνουν στη τάξη.