



## ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

## Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. \*\* Έστω η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ .

α) Να βρείτε τις τιμές  $f(1)$ ,  $f(0)$ ,  $f(-3)$ ,  $f(2)$

β) Να βρείτε τα σημεία τομής της  $C_f$  με τους άξονες

γ) Να βρείτε τις τιμές  $f(t)$ ,  $f(xt)$ ,  $f(x+h)$ ,  $x, t, h \in \mathbb{R}$ .

6. \*\* Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \leq 2 \\ \sqrt{x}, & x > 2 \end{cases} \quad \text{και} \quad g(x) = \begin{cases} \ln x, & 0 < x < 3 \\ -2x+3, & x \geq 3 \end{cases}$$

Να βρείτε τις συναρτήσεις:

α)  $f + g$       β)  $f \cdot g$       γ)  $\frac{f}{g}$

11. \*\* Αν για μια συνάρτηση  $f$  ισχύει  $2f(x) - 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$ ,  $x \neq 0$ , να βρείτε το  $f(2)$ .

16. \*\* Έστω  $f, g$  δύο συναρτήσεις με κοινό πεδίο ορισμού το διάστημα  $\Delta$ , οι οποίες παίρνουν θετικές τιμές για κάθε  $x \in \Delta$  και οι οποίες είναι γνησίως αύξουσες στο  $\Delta$ . Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $\frac{1}{f} + \frac{1}{g}$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\Delta$ .

21. \*\* Έστω η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x-1}$ . Να προσδιορίσετε τις συναρτήσεις  $2f$ ,  $f^2$  και  $\frac{f}{f}$ . Στη συνέχεια να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων αυτών στο ίδιο σύστημα αξόνων.

26. \*\* Έστω η συνάρτηση  $f(x) = ax$ , η οποία ονομάζεται και γραμμική συνάρτηση. Να δείξετε ότι η σύνθεση δύο γραμμικών συναρτήσεων είναι γραμμική συνάρτηση. Να εξετάσετε αν το άθροισμα δύο γραμμικών συναρτήσεων είναι γραμμική συνάρτηση. Το ίδιο και για το γινόμενο.

31. \*\* Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \frac{1}{x}$  και  $h(x) = \frac{1}{x+2}$  με κοινό πεδίο ορισμού το διάστημα  $\Delta = (0, +\infty)$ .

A. α) Να βρείτε μια συνάρτηση  $g$  ώστε  $f \circ g = h$ .

β) Να βρείτε μια συνάρτηση  $\varphi$  ώστε  $\varphi \circ f = h$ .

B. α) Να βρείτε τις  $f^{-1}$ ,  $g^{-1}$ ,  $h^{-1}$  (αντίστροφες των  $f$ ,  $g$ ,  $h$ ).

β) Να βρείτε τις  $f^{-1} \circ g^{-1}$  και  $g^{-1} \circ f^{-1}$ .

γ) Να εξετάσετε αν  $g^{-1} \circ f^{-1} = h^{-1}$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας).

36. \*\* Το τμήμα παραγωγής μιας αυτοκινητοβιομηχανίας λειτουργεί μέχρι 10 ώρες ημερησίως και ο αριθμός των αυτοκινήτων που παράγει κάθε μέρα μετά από  $t$  ώρες λειτουργίας είναι  $N(t) = 100t - 5t^2$  ( $t$  ακέραιος). Το ημερήσιο κόστος  $K(x)$  σε χιλιάδες “εύρο” για την παραγωγή  $x$  αυτοκινήτων είναι  $K(x) = 15 + 8x$ .

α) Να βρείτε το ημερήσιο κόστος  $K$  ως συνάρτηση του χρόνου λειτουργίας του τμήματος παραγωγής.

β) Μέχρι πόσες ώρες μπορεί να λειτουργεί το τμήμα παραγωγής ώστε το ημερήσιο κόστος παραγωγής να μην υπερβαίνει τα 3,885 εκατομμύρια “εύρο”;

41. \*\* Σε  $x$  έτη από τώρα, ο πληθυσμός μιας κοινότητας θα είναι

$f(x) = 20 - \frac{6}{x+1}$  χιλιάδες. Να βρείτε:

α) πόσος θα είναι ο πληθυσμός σε 7 χρόνια από τώρα

β) πόσο θα αυξηθεί ο πληθυσμός κατά τη διάρκεια του 7ου χρόνου

γ) τι θα συμβεί, αν το  $x$  αυξάνεται “απεριόριστα”;

**Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!!**