



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Υπουργείο Παιδείας,

Έρευνας και Θρησκευμάτων



ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ

ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1<sup>ο</sup> ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ

Ανισώσεις γινόμενο

και

Ανισώσεις πηλίκο.

Το

# 12ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

**ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ**

1. Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις είναι αδύνατη στο  $\mathbf{IR}$ .

|                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $x^2 - 4 = 0$            | $4x^2 = 0$               | $x^2 + 4 = 0$            | $\frac{x^2}{4} = 0$      |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

2. Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις έχει δύο ίσες ρίζες;

|                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $x^2 - x + 1 = 0$        | $x^2 + 2x - 1 = 0$       | $x^2 + 2x + 4 = 0$       | $x^2 - 6x + 9 = 0$       |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

3. Οι παρακάτω εξισώσεις έχουν θετική διακρίνουσα. Ποια απ' αυτές έχει ετερόσημες ρίζες;

|                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $x^2 + 3x - 10 = 0$      | $x^2 - 7x + 10 = 0$      | $x^2 - 7x + 12 = 0$      |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

4. Οι ρίζες του τριωνύμου  $y = 3x^2 + 11x - 4$  είναι οι αριθμοί  $\frac{1}{3}$  και  $-4$ .

Ποια είναι η σωστή μορφή του;

|  |   |
|--|---|
| $y = \left(x + \frac{1}{3}\right)(x - 4)$ <input type="checkbox"/> | $y = 3\left(x + \frac{1}{3}\right)(x - 4)$ <input type="checkbox"/> |
| $y = \left(x + \frac{1}{3}\right)(x + 4)$ <input type="checkbox"/> | $y = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 4)$ <input type="checkbox"/> |

5. Αν S και P είναι το άθροισμα και το γινόμενο των δύο ριζών της εξίσωσης  $ax^2 + bx + \gamma = 0$ ,  $a \neq 0$ , σε ποια από τις παρακάτω περιπτώσεις οι δύο ρίζες είναι αρνητικές;

|                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $S > 0$                  | $S > 0$                  | $S < 0$                  | $S < 0$                  |
| $P > 0$                  | $P < 0$                  | $P > 0$                  | $P < 0$                  |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

6. Ποια απ' τις παραβολές των παρακάτω τριωνύμων έχει την κορυφή της στον άξονα  $y'y$ ;

|                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $y = x^2 - 1$            | $y = x^2 + x$            | $y = x^2 - x$            | $y = x^2 + 2x + 1$       |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

7. Ποια απ' τις παραβολές των παρακάτω τριωνύμων έχει την κορυφή της στον άξονα  $x'x$ ;

|                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $y = x^2 - 2x - 1$       | $y = x^2 + 4x + 4$       | $y = x^2 - 4$            | $y = x^2 + x$            |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

8. Ποια απ' τις παραβολές έχει την κορυφή της στην αρχή των αξόνων;

|                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| $y = x^2 - x$            | $y = -2x^2$              | $y = x^2 + \frac{1}{2}x$ | $y = x - 2x^2$           |

9. Αν  $x \notin [3,5]$  τότε το τριώνυμο  $y = -(x-3)(x-5)$

Είναι θετικό;  Μηδενίζεται για κάποιες τιμές του  $x$ ;

Είναι αρνητικό;  Είναι άλλοτε θετικό κι άλλοτε αρνητικό;

10. Αν ισχύει  $(1-2x)(1-6x) \leq 0$  τότε:

|   |  |
|---|--|
| $x \in \left(-\infty, \frac{1}{6}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ <input type="checkbox"/> | $x \in \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right)$ <input type="checkbox"/> |
|---|--|

|   |  |
|---|--|
| $x \in \left[-\infty, \frac{1}{6}\right] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ <input type="checkbox"/> | $x \in \left[\frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right]$ <input type="checkbox"/> |
|---|--|

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

1. Να βρεθούν οι πραγματικές τιμές του  $x$  που επαληθεύουν την ανίσωση  $\frac{2-3x}{x-2} < 3$ .

2. Να λυθεί η ανίσωση  $(x-2)(x^2+2x-3) \geq 0$ .

3. Να λυθεί η ανίσωση  $\frac{(x^2+3)(x-1)^2}{(x^2-4)} < 0$

4. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i)  $2(1-x)(x+3) < 0$       ii)  $-(x-2)(4-x) \geq 0$       iii)  $x(1-4x) < 0$

5. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i)  $\frac{x-5}{2x+1} < 0$       ii)  $\frac{3x+5}{x-1} \geq 1$       iii)  $1 - \frac{x}{2x-1} < 0$

6. Για ποιες τιμές του  $x$  συναληθεύουν οι ανισώσεις

$$\text{i) } \begin{cases} \frac{x}{x-3} < 0 \\ 8-2x \geq 0 \end{cases} \quad \text{ii) } \begin{cases} \frac{3-x}{x} > 0 \\ \frac{1-3x}{4} \leq 0 \end{cases} \quad \text{iii) } \begin{cases} \frac{2x-1}{4-x} \geq 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

7. Να λυθούν οι ανισώσεις:

$$\text{i) } (x^2 + 4)(2x^2 - x - 1) \geq 0 \quad \text{ii) } x(x^2 - 4)(9 - x^2) < 0$$

8. Να λυθούν οι ανισώσεις:

$$\text{i) } \frac{x-1}{3x^2 - 4x + 1} \leq 0 \quad \text{ii) } \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x - 8} > 0$$

9. Να λυθούν οι ανισώσεις:

$$\text{i) } (x^2 - 2x + 1)(x^2 + x - 12) \geq 0 \quad \text{ii) } \frac{(x-1)(x^2 - 4)}{x^2 - x - 12} \leq 0$$

## ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

10. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις:

$$\alpha. \quad (3x - 7)(-x^2 + 3x + 4)(x^2 - 6x + 9) < 0$$

$$\beta. \quad (1 - x)(x^2 - 10x + 21)(-x^2 + x - 5) < 0$$

11. Ομοίως:

$$\alpha. \quad \frac{(x-1)(x^2 - 9x + 20)}{x^2 - x + 1} > 0$$

$$\beta. \quad \frac{(x-2)^2(x+1)}{x-3} \geq 0$$

12. Να λυθεί η ανίσωση:  $\frac{x-3}{x+2} - \frac{x+2}{x-3} > \frac{10}{x^2 - x - 6}$ .

**ΚΟΙΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ**

---

13. Να λυθούν οι ανισώσεις:

α.  $5 > \frac{2x-1}{x+3} > 3$

β.  $2 < \frac{x^2+2x-11}{2(x-3)} < 6$

14. Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} \frac{x-1}{2x+1} > 0 \\ (x^2-4)(x^2+2x+4) > 0 \end{cases}$$

**ΔΙΑΦΟΡΕΣ**

---

15. Να λυθούν οι ανισώσεις :

α.  $\frac{(x^2-8x+7)(x^2-3x+9)}{x^2-4} < 0$

β.  $\frac{x-3}{x+3} > \frac{x-4}{x+4}$