

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Υπουργείο Παιδείας,

Έρευνας και Θρησκευμάτων

ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ

ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1^ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΒΟΛΟΥ

A. 2.2.

Άρρητοι αριθμοί

Πραγματικοί αριθμοί

Το 8^ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

από τα



περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

A. 2.2. Άρρητοι αριθμοί-Πραγματικοί αριθμοί



Οι Πυθαγόρειοι απέδειξαν ότι δεν υπάρχει ρητός $\frac{\mu}{\nu}$ τέτοιος ώστε $x = \frac{\mu}{\nu}$.



Ο x δε μπορεί να είναι ούτε δεκαδικός ούτε περιοδικός δεκαδικός.
Γενικά:



Κάθε αριθμός που δεν είναι ρητός, ονομάζεται **άρρητος αριθμός**.



Τις τετραγωνικές ρίζες μπορείτε να τις προσεγγίσετε με τη βοήθεια ενός υπολογιστή τσέπης ως εξής:
Για να προσεγγίσετε τον αριθμό

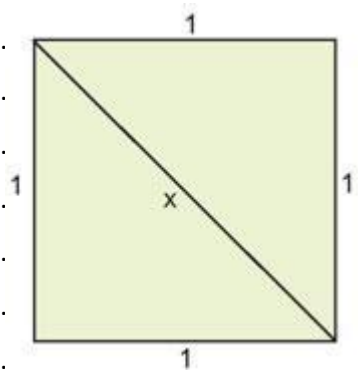
$\sqrt{1}$, πατάτε διαδοχικά  πλήκτρα και .

οπότε στην οθόνη βλέπετε τον αριθμό 1,414213 που είναι μια προσέγγιση του $\sqrt{2}$, με έξι δεκαδικά ψηφία.

Παλαιότερα, για τον υπολογισμό των ριζών χρησιμοποιούσαν ειδικούς πίνακες.

5. Δίνεται το τετράγωνο που φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε την διαγώνιο του τετραγώνου.

.....



6. Εργαστείτε στο μικροπείραμα mp10.ggb για να διερευνήσετε τον τρόπο υπολογισμού του x . Καταγράψτε τα βήματα.

.....

7. Εργαστείτε στο μικροπείραμα mp11.ggb για τον τρόπο κατασκευής της τετραγωνικής ρίζας αριθμού. Καταγράψτε τα βήματα που απαιτούνται για να κατασκευαστεί η τετραγωνική ρίζα ενός αριθμού.

.....

Πραγματικοί αριθμοί



Οι φυσικοί αριθμοί είναι οι 0, 1, 2, 3, ...



Οι ακέραιοι αριθμοί είναι οι ... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 ...



Οι ρητοί αριθμοί είναι οι αριθμοί που μπορούν να γραφούν στη μορφή $\frac{\mu}{\nu}$ όπου μ ακέραιος και ν φυσικός αριθμός. Οι ρητοί αριθμοί έχουν γνωστή δεκαδική μορφή και γεμίζουν την ευθεία, αλλά όχι πλήρως.



Οι πραγματικοί αριθμοί αποτελούνται όχι μόνο από τους ρητούς αλλά και όλους τους άρρητους.



Οι πραγματικοί αριθμοί καλύπτουν πλήρως την ευθεία, δηλαδή κάθε σημείο της ευθείας αντιστοιχεί σε έναν πραγματικό αριθμό και αντίστροφα κάθε πραγματικός αριθμός αντιστοιχεί σε μοναδικό σημείο της ευθείας.

Η ευθεία αυτή την ονομάζεται **ευθεία ή άξονας των πραγματικών αριθμών**.

8. Δίνονται οι ακόλουθες ευθείες αριθμών. Να αντιστοιχίσετε την ευθεία με το σύνολο των αριθμών που αναπαριστά.

Ευθεία αριθμών	Σύνολο
(i)	(α) των ρητών αριθμών
(ii)	(β) των φυσικών αριθμών
(iii)	(γ) των πραγματικών αριθμών
(iv)	(δ) των ακεραίων αριθμών

9. Ποια διαφορά υπάρχει μεταξύ της ευθείας των φυσικών αριθμών και της ευθείας των ακεραίων αριθμών;

.....

10. Ποια διαφορά υπάρχει μεταξύ της ευθείας των ακεραίων αριθμών και της ευθείας των ρητών αριθμών;

.....

11. Ποια διαφορά υπάρχει μεταξύ της ευθείας των ρητών αριθμών και του άξονα των πραγματικών αριθμών;

.....

12. Να βρείτε τις ρητές προσεγγίσεις του αριθμού $\sqrt{13}$ έως και τρία δεκαδικά ψηφία.

.....



Γράφете όλους τους αριθμούς σε δεκαδική μορφή χρησιμοποιώντας τις ρητές προσεγγίσεις δύο ψηφίων για τους άρρητους.

13. Να τοποθετήσετε στην ευθεία των πραγματικών αριθμών τους αριθμούς:

$$-4, -2,38, \frac{4}{9}, -\sqrt{13}, 4,13, 3,6, \frac{1}{\sqrt{5}}, 1, 2.$$

14. Να κατασκευάσετε γεωμετρικά τον άρρητο αριθμό $\sqrt{2}$. Εργαστείτε στο μικροπείραμα mp12.ggb.

Κάθε ρητός αριθμός μπορεί να έχει τη μορφή δεκαδικού ή περιοδικού δεκαδικού αριθμού.
Κάθε αριθμός που δεν είναι ρητός, ονομάζεται **άρρητος αριθμός**.

15. Ερωτήματα

- α) Ποιος είναι ο μικρότερος θετικός πραγματικός;
 β) Ποιος είναι ο «επόμενος» πραγματικός του 1;
 γ) Μπορείτε πάντα να βρείτε έναν ρητό/άρρητο ανάμεσα σε δύο άλλους;
 δ) Ποιος αριθμός είναι μεγαλύτερος; Το 1,3333333... ή το 1,34; ε) Βρείτε μερικούς αριθμούς μεταξύ του 1,33333... και του 1,34. στ) Ποιος αριθμός είναι μεγαλύτερος; Το 3,9999999... ή το 4;
 ζ) Καταγράψτε μερικούς άρρητους αριθμούς.

• ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

Άρρητοι αριθμοί – Πραγματικοί αριθμοί

- 1.39. Να βρείτε το σημείο της ευθείας των πραγματικών αριθμών που παριστάνει τον αριθμό $\sqrt{34}$.
- 1.40. Να βρείτε τις ρητές προσεγγίσεις ως και δύο δεκαδικά ψηφία των αριθμών:
 α) $\sqrt{6}$
 β) $\sqrt{13}$
- 1.41. Να τοποθετήσετε σε μια σειρά από το μικρότερο στον μεγαλύτερο τους παρακάτω αριθμούς:
 α) $\sqrt{8}, 1, \sqrt[3]{10}$
 β) $\sqrt{11}, 6, \sqrt{7}, 2\sqrt{10}$
 γ) $1 + \sqrt[3]{3}, 3\sqrt{5}, \sqrt{2}, 2 + \sqrt{3}$
 δ) $\sqrt{3} + \sqrt{2}, \sqrt[3]{5}$
 ε) $\sqrt{5}, \sqrt{2 + \sqrt{3}}$

1.42. Να βρείτε δύο αριθμούς x και y , έτσι ώστε να ισχύει: $5\sqrt{x} < y < 6$.

1.43. Να εξετάσετε σε ποια σύνολα αριθμών ανήκει καθένας από τους παρακάτω αριθμούς συμπληρώνοντας τις κατάλληλες στήλες:

Αριθμός	Φυσικός	Ακέραιος	Ρητός	Άρρητος	Πραγματικός
15					
$\frac{2}{5}$					
$\sqrt{-5}$					
100					
$4,\overline{15}$					
0,7777					
π					
-12					