



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Υπουργείο Παιδείας,

Έρευνας και Θρησκευμάτων



ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ

ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1^ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΒΟΛΟΥ

B.1.8.
Παραπληρωματικές,
Συμπληρωματικές
και
κατακορυφήν γωνίες

Το

8^ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ



Παραπληρωματικές γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 180° .

Η κάθε μία από αυτές λέγεται **παραπληρωματική** της άλλης.

Αν $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$ οι δύο γωνίες θα ισχύει: $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ$

Συμπληρωματικές γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 90° .

Η κάθε μία από αυτές λέγεται **συμπληρωματική** της άλλης.

Αν $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$ οι δύο γωνίες θα ισχύει: $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ$

Κατακορυφήν γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την κορυφή τους κοινή και τις πλευρές τους αντικείμενες ημιευθείες.

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Για να βρείτε το μέτρο της παραπληρωματικής μιας γωνίας μπορείτε να αξιοποιήσετε τη σχέση:

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ.$$

Για να σχεδιάσετε την παραπληρωματική μιας γωνίας $\alpha O \gamma$, προεκτείνετε την πλευρά αυτής $O\alpha$ προς το μέρος του O , οπότε έχετε την ημιευθεία $O\alpha'$, αντικείμενη της $O\alpha$. Έτσι σχηματίζεται η γωνία $\gamma O \alpha'$, που είναι παραπληρωματική της $\alpha O \gamma$ και έχει μέτρο το $\hat{\beta}$, ώστε να ισχύει $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ$.

Για να σχεδιάσετε τη συμπληρωματική μιας γωνίας α , φέρνετε την ημιευθεία $Ox' \perp Ox$ προς το μέρος του ημιεπιπέδου που βρίσκεται η Oy . Έτσι σχηματίζεται η γωνία β , που είναι συμπληρωματική της α και έχει μέτρο το β , ώστε να είναι $\alpha + \beta = 90^\circ$.

Για να βρείτε το μέτρο της συμπληρωματικής μιας γωνίας αξιοποιείτε τη σχέση $\alpha + \beta = 90^\circ$.

Δύο κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες.

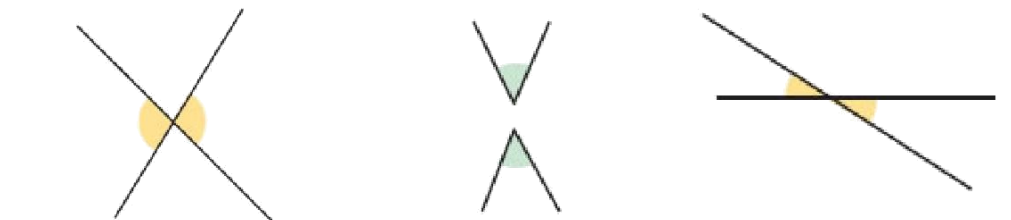
• ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ



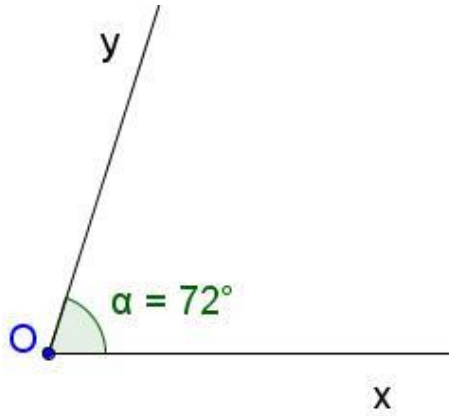
1. Να σχεδιάσετε δύο εφεξής γωνίες με ονόματα \hat{xOy} και $\hat{\gamma Oz}$, για τις οποίες οι μη κοινές πλευρές τους είναι αντικείμενες ημιευθείες. Να βρείτε το άθροισμα των δύο γωνιών.

2. Να σχεδιάσετε δύο εφεξής γωνίες με ονόματα \hat{xOy} και $\hat{\gamma Oz}$, για τις οποίες οι μη κοινές πλευρές τους είναι κάθετες ημιευθείες. Να βρείτε το άθροισμα των δύο γωνιών.

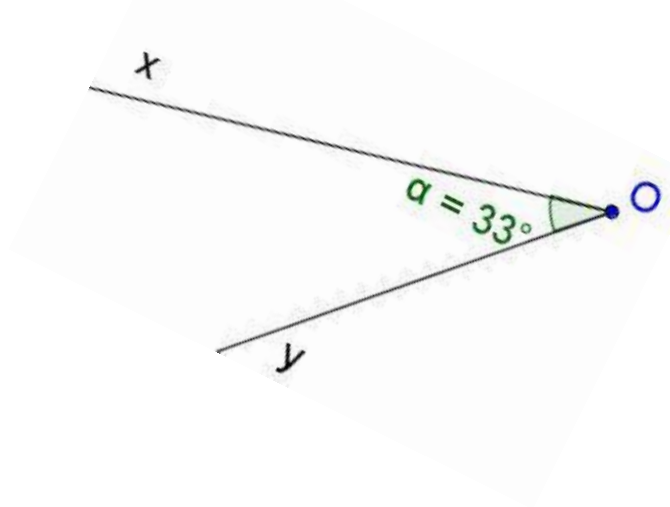
3. Σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις οι γωνίες είναι κατακορυφήν και γιατί;



4. Δίνεται η γωνία \hat{xOy} με μέτρο $\hat{\alpha} = 72^\circ$. Να βρείτε και να σχεδιάσετε την παραπληρωματική της.



4. Δίνεται η γωνία \hat{xOy} με μέτρο $\hat{\alpha} = 33^\circ$. Να βρείτε και να σχεδιάσετε την συμπληρωματική της.



5. Εργαστείτε στο μικροπείραμα mpb114.ggb.
 (A) Ελέγξτε αν ισχύει ότι δύο κατακορυφών γωνίες είναι ίσες.
 (B) Διερευνήστε τα ερωτήματα του μικροπειράματος και καταγράψτε τις παρατηρήσεις που προέκυψαν.

.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

6. Να δικαιολογήσετε γιατί δύο κάθετες ευθείες σχηματίζουν τέσσερις ορθές γωνίες.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

• ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ



Τοποθέτησε ένα “x” στη θέση που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Αν δύο γωνίες έχουν την κορυφή τους κοινή και τις πλευρές τους αντικείμενες ημιευθείες, τότε λέγονται:

- Εφεξής γωνίες
- Διαδοχικές γωνίες
- Παραπληρωματικές γωνίες
- Συμπληρωματικές γωνίες
- Κατακορυφήν γωνίες.

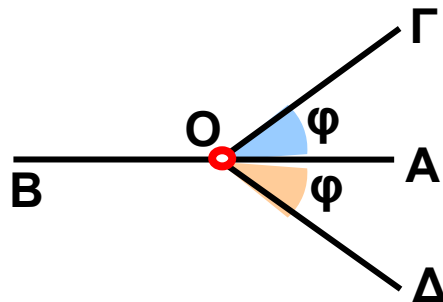
2. Να σχεδιάσεις μία γωνία 125° και μετά να βρεις και να σχηματίσεις την παραπληρωματική της.

3. Να βρεις τι είδους γωνία είναι η παραπληρωματική
 (α) μιας αμβλείας,
 (β) μιας ορθής και
 (γ) μιας οξείας γωνίας.

4. Να σχεδιάσεις μια γωνία 35° και μετά να βρεις και να σχηματίσεις τη συμπληρωματική της.

5. Στο παρακάτω σχήμα είναι $\widehat{GOA} = \widehat{DOA} = \varphi$.

Να συγκρίνεις τις γωνίες \widehat{GOB} , \widehat{DOB} και να δικαιολογήσεις το αποτέλεσμα της σύγκρισης.



6. Οι γωνίες $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$, είναι παραπληρωματικές. Η $\hat{\alpha}$ είναι γνωστή και το μέτρο της δίνεται στον παρακάτω πίνακα.

(α) Να σχεδιάσεις την $\hat{\alpha}$ και

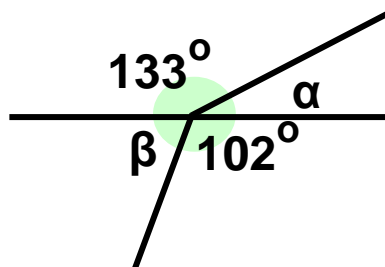
(β) να μετρήσεις τη $\hat{\beta}$, με το μοιρογνωμόνιο,

(γ) να υπολογίσεις τη $\hat{\beta}$.

Μετά να αντιγράψεις στο τετράδιο σου τον πίνακα και να τον συμπληρώσεις.

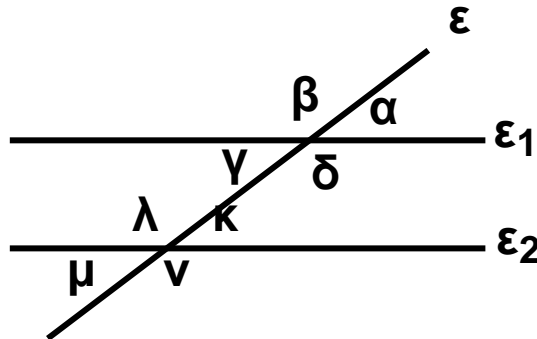
$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$ από μέτρηση	$\hat{\beta}$ από υπολογισμό
15°		
18°		
43°		
77°		
90°		
116°		
$169^\circ 10'$		

7. Υπολόγισε τις γωνίες α και β , του σχήματος.



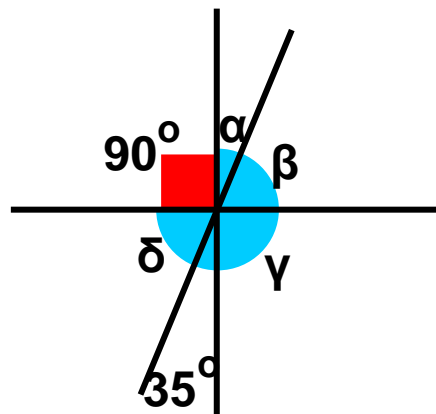
8. Σχεδίασε μια γωνία 55° και μετά σχεδίασε την κατακορυφήν της.

9. Να βρεις όλα τα ζεύγη των κατακορυφών γωνιών του σχήματος.



10. Εάν γνωρίζεις ότι η μία γωνία από τις τέσσερις, που σχηματίζουν δύο τεμνόμενες ευθείες είναι 137° υπολόγισε τις υπόλοιπες γωνίες.

11. Να υπολογίσεις τις γωνίες του σχήματος (χωρίς μοιρογνωμόνιο).

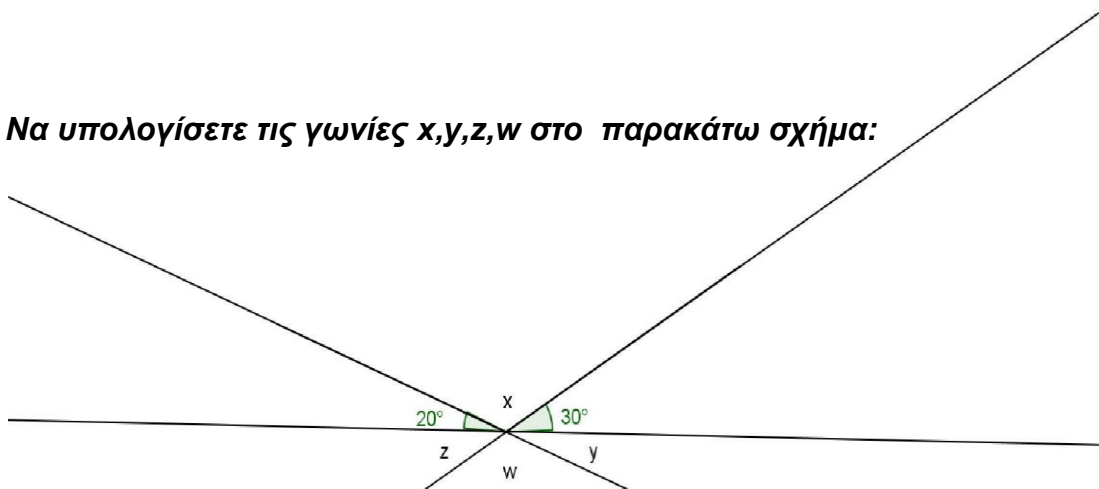


12. Μια γωνία είναι τριπλάσια από τη συμπληρωματική της. Πόσες μοίρες είναι;

13. Μια γωνία είναι 30° μεγαλύτερη από την συμπληρωματική της. Πόσες μοίρες είναι η παραπληρωματική της;

14. Μια γωνία είναι το $\frac{1}{4}$ ευθείας γωνίας. Πόσες μοίρες είναι η παραπληρωματική της;

15. Να υπολογίσετε τις γωνίες x, y, z, w στο παρακάτω σχήμα:



16. Να υπολογίσετε τη γωνία α στις παρακάτω περιπτώσεις:

