



A.1.4

Ευκλείδεια διαίρεση

Διαιρετότητα

Το

4^ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

- **ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ**
- **ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ**
- **ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ**

• ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ



Όταν δοθούν **δύο φυσικοί αριθμοί** Δ και δ , τότε υπάρχουν **δύο άλλοι φυσικοί αριθμοί** π και υ , έτσι ώστε να ισχύει: $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$

Ο αριθμός λέγεται **διαιρετέος**, ο δ λέγεται **διαιρέτης**, ο αριθμός π ονομάζεται **πηλίκιο** και το υ **υπόλοιπο** της διαίρεσης.

Το υπόλοιπο είναι αριθμός μεγαλύτερος ή ίσος του μηδενός και πάντα μικρότερος του διαιρέτη:

$$0 \leq \upsilon < \delta$$

Η διαίρεση της παραπάνω μορφής λέγεται **Ευκλείδεια Διαίρεση**.

Τα σύμβολο \leq και \geq δηλώνουν μία από τις δύο πιθανές περιπτώσεις. Π.χ. αν ισχύει $\alpha \geq \beta$ σημαίνει ότι ο αριθμός α ή είναι ίσος ή είναι μεγαλύτερος του β .

Αν το υπόλοιπο υ μιας διαίρεσης είναι 0, τότε η διαίρεση καλείται **Τέλεια Διαίρεση**:

$$\Delta = \delta \cdot \pi$$

Ο διαιρέτης δ μιας διαίρεσης δεν μπορεί να είναι 0.

Όταν $\Delta = \delta$, τότε $\pi = 1$.

Όταν $\delta = 1$, τότε $\pi = \Delta$.

Τα σύμβολο \neq δηλώνει ότι δεν είναι ίσο.

Π.χ. αν ισχύει $\neq 0$ σημαίνει ότι ο αριθμός δεν μπορεί να είναι μηδέν.

Πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού α είναι οι αριθμοί που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό του με όλους τους φυσικούς αριθμούς. $0, \alpha, 2\alpha, 3\alpha, 4\alpha, \dots$

- ▶ Κάθε φυσικός αριθμός διαιρεί τα πολλαπλάσιά του.
- ▶ Κάθε φυσικός που διαιρείται από έναν άλλο είναι πολλαπλάσιό του.
- ▶ Αν ένας φυσικός διαιρεί έναν άλλον θα διαιρεί και τα πολλαπλάσιά του.
- Το μικρότερο μη μηδενικό από τα κοινά πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων αριθμών που δεν είναι μηδέν το ονομάζουμε Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) των αριθμών αυτών.
- Διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού a λέγονται όλοι οι αριθμοί που τον διαιρούν.

- ▶ Κάθε αριθμός a έχει διαιρέτες τους αριθμούς 1 και a .

- Ένας αριθμός που έχει διαιρέτες μόνο τον εαυτό του και το 1 λέγεται πρώτος αριθμός, διαφορετικά λέγεται σύνθετος.
- Δύο φυσικοί αριθμοί a και b μπορεί να έχουν κοινούς διαιρέτες. Ο μεγαλύτερος από αυτούς ονομάζεται Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ) των a και b και συμβολίζεται ΜΚΔ (a , b).
- Δύο αριθμοί a και b λέγονται **πρώτοι μεταξύ τους** αν είναι ΜΚΔ (a , b) = 1.

● ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ



1. Δραστηριότητα

Ο καθηγητής φυσικής αγωγής χρειάζεται να προσδιορίσει με ποιο τρόπο μπορεί να παρατάξει τους 168 μαθητές του σχολείου για την παρέλαση.

(α) Να εργαστείτε στο μικροπείραμα mpa13.ggb.

(β) Μπορεί να φτιάξει πλήρεις τριάδες, τετράδες, πεντάδες,, εξάδες ή επτάδες;

.....

(γ) Πόσες από αυτές θα σχηματιστούν σε κάθε περίπτωση;

.....

2. Στην Α΄ τάξη γυμνασίου φοιτούν 175 μαθητές. Όλοι οι μαθητές θα συμμετάσχουν σε μία εκπαιδευτική επίσκεψη στο Αρχαιολογικό Μουσείο.

Αν κάθε λεωφορείο χωρά 50 μαθητές, πόσα λεωφορεία θα χρειαστούν για την μεταφορά των μαθητών;

.....

3. Να πραγματοποιήσετε τις ακόλουθες διαιρέσεις:

(α) 43 : 7	(β) 42 : 7	(γ) 42 : 42	(δ) 42 : 1	(ε) 0 : 42
$\begin{array}{r} 43 \\ 7 \overline{) 43} \\ \underline{28} \\ 15 \end{array}$	$\begin{array}{r} 42 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{28} \\ 14 \end{array}$	$\begin{array}{r} 42 \\ 42 \overline{) 42} \\ \underline{42} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 42 \\ 1 \overline{) 42} \\ \underline{42} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0 \\ 42 \overline{) 0} \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$

Τι παρατηρείτε στο ερώτημα γ;

.....

Τι παρατηρείτε στο ερώτημα δ;

.....

Τι παρατηρείτε στο ερώτημα ε;

4. Να πραγματοποιήσετε τις ακόλουθες διαιρέσεις:

$$(α) x : x \quad (β) x : 1 \quad (γ) 0 : x, \text{ με } x \neq 0$$

5. Ποιες από τις παρακάτω ισότητες εκφράζουν «Ευκλείδεια διαίρεση»;

(α) $120 = 28 \cdot 4 + 8$	(β) $1.345 = 59 \cdot 21 + 106$	(γ) $374 = 8 \cdot 46 + 6$
----------------------------	---------------------------------	----------------------------

● ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ



1. Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω ισότητες προκύπτουν από ευκλείδειες διαιρέσεις:
 - α. $328 = 13 \cdot 25 + 3$ β. $532 = 20 \cdot 25 + 32$
 - γ. $70 = 7 \cdot 9 + 7$ δ. $64 = 8 \cdot 7 + 8$
2. Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 6. Ποια είναι τα πιθανά υπόλοιπα της διαίρεσης;
3. Δίνονται οι αριθμοί : 375, 2955, 3148, 2925. Εξετάστε ποιοι διαιρούνται με το 2, ποιοι με το 3, ποιοι με το 4, ποιοι με το 5 και ποιοι με το 9.
4. Να συμπληρώσετε κατάλληλα τα ψηφία στους παρακάτω αριθμούς:
 - α. ...8...2 ώστε να διαιρείται με το 3 και το 9.
 - β. 2...3... ώστε να διαιρείται με το 3 και το 5.
 - γ. 2...3... ώστε να διαιρείται με το 5 και το 9.
 - δ. 2...3... ώστε να διαιρείται με το 2 και το 9.
5. Το τοπικό γραφείο της UNISEF θα μοιράσει 150 τετράδια, 90 στυλό και 60 γόμες σε πακέτα δώρων, ώστε τα πακέτα να είναι τα ίδια και να περιέχουν και τα τρία είδη.
 - Μπορεί να γίνουν 10 πακέτα δώρων; Αν ναι, πόσα από κάθε είδος θα έχει κάθε πακέτο;
 - Πόσα πακέτα δώρων μπορεί να γίνουν με όλα τα διαθέσιμα είδη;
 - Πόσα πακέτα δώρων μπορεί να γίνουν με τα λιγότερα δυνατά από κάθε είδος;