

A. 4.4

Ομαδοποίηση

παρατηρήσεων

Το 20^ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

από τα



περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ



Οι μετρήσεις για το ύψος σε cm, 40 παιδιών αμέσως μετά τη συμπλήρωση του 18^{ου} μήνα της ζωής τους είναι

4	5	5	5	5	5	5	5	5	4	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
5	8	5	1	2	2	9	5	7	9	1	6	4	2	3	3	8	4	5	1
7	8	7	7	7	7	8	8	8	7	6	7	7	7	7	7	7	7	7	6
6	3	9	7	8	8	4	1	2	7	8	5	2	0	0	0	5	3	0	9

Α) Να γίνει διαλογή των παρατηρήσεων και να συμπληρωθούν οι επόμενοι πίνακες.

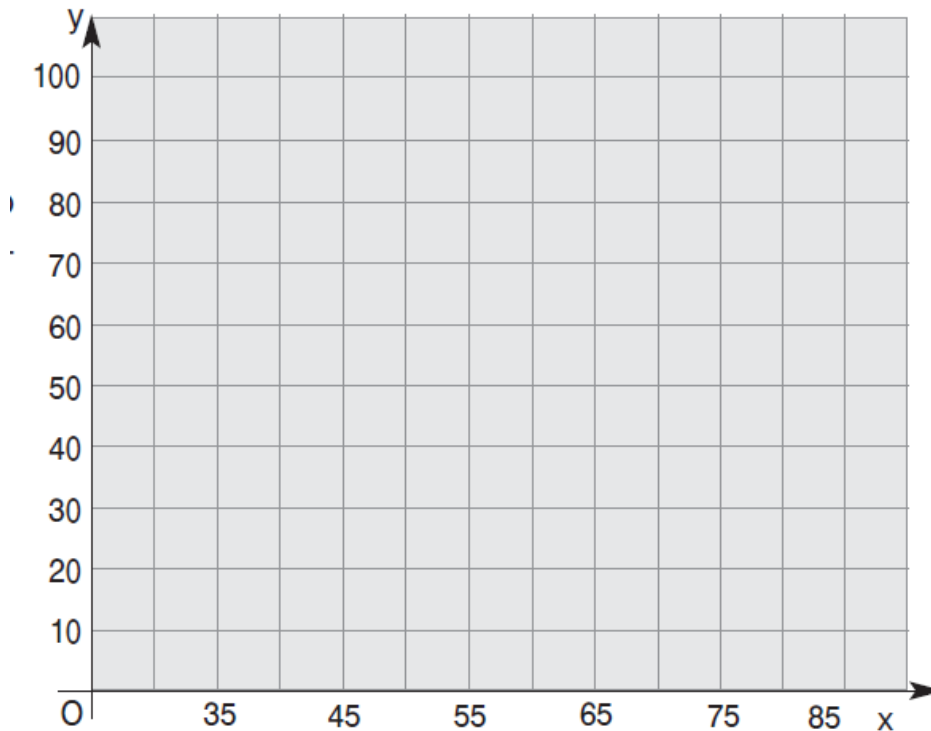
Κλάσεις (Ύψος παιδιών)	Διαλογή	Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα %
45-55			
55-65			
65-75			
75-85			
Σύνολο			

Κλάσεις (Ύψος παιδιών)	Κέντρο Κλάσης	Συχνότητα	(Κέντρο Κλάσης)	Συχνότητα
45-55				
55-65				
65-75				
75-85				

Σύνολο				
--------	--	--	--	--

Β) Από το δεύτερο πίνακα να βρεθεί το μέσο ύψος των παιδιών.

Γ) Να συμπληρώσετε το διπλανό ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.



Ομαδοποίηση των Παρατηρήσεων

1. Στο σημερινό μάθημα θα μελετήσουμε το ύψος των μαθητών του

πίνακα 1.

Χαρακτηριστικά 40 μαθητών της Γ΄ τάξης ενός Λυκείου

α.α	Φύλο	Ασχολία*	Ώρες που βλέπουν τηλεόραση την εβδομάδα	Αριθμός αδελφών	Βαθμός μαθηματικών Β΄ Λυκείου	Ύψος (cm)	Βάρος (Kg)	Ύψος πατέρα (cm)	Ύψος μητέρας (cm)
1	K	5	2	0	15	170	54	180	168
2	K	5	4	1	13	175	53	170	165
3	A	5	1	2	18	172	60	178	165
4	K	4	3	1	19	166	62	178	165
5	A	3	5	1	19	179	76	178	160
6	A	3	3	1	16	178	68	180	160
7	A	1	4	0	17	180	70	170	165
8	A	4	4	1	15	175	72	174	174
9	K	5	5	1	18	165	47	180	162
10	K	4	3	2	15	175	58	193	162
11	K	3	5	1	15	162	50	176	170
12	K	4	3	1	15	170	60	172	168
13	A	1	7	0	17	180	68	185	165
14	K	4	6	3	16	168	56	185	168
15	K	4	7	1	14	165	58	180	161
16	A	5	4	1	16	178	74	173	168
17	A	5	6	1	19	180	85	170	163
18	A	2	2	1	11	170	58	182	165
19	K	3	6	0	15	170	63	165	167
20	K	4	3	2	12	178	62	181	160
21	K	5	1	1	12	156	44	170	158
22	K	4	7	1	16	160	51	176	164
23	K	6	5	1	16	173	64	182	162
24	K	7	6	3	20	167	50	174	170
25	A	2	2	1	10	191	86	180	170
26	A	2	3	0	16	176	65	180	172
27	A	1	6	1	18	177	81	177	169
28	A	2	1	3	13	173	67	182	160
29	K	2	5	2	19	170	63	165	174
30	A	2	6	0	14	182	71	176	173
31	K	6	4	1	17	170	62	180	165
32	K	5	3	1	19	164	64	184	170
33	K	6	2	2	14	167	57	172	157
34	A	4	5	0	14	187	85	185	170
35	A	3	4	1	12	180	80	180	167

36	K	4	4	1	15	173	63	186	162
37	A	3	6	0	15	178	73	173	170
38	K	4	5	1	12	169	57	170	167
39	A	7	4	2	17	178	73	182	170
40	K	4	7	2	14	167	61	179	158

*1: Υπολογιστές, 2:Αθλητισμός, 3:Διασκέδαση - Ντίσκο, 4:Μουσική, 5:Κινηματογράφος, 6:Διάβασμα εξωσχολικών βιβλίων, 7:Άλλο
 Πηγή: Δειγματοληπτική έρευνα μεταξύ μαθητών του 1^{ου} Λυκείου Αμαρουσίου (Σεπτ. 1998)

2. Ποια είναι η μεγαλύτερη τιμή που παίρνει η μεταβλητή «ύψος των μαθητών» και ποια η μικρότερη;
3. Επειδή οι διαφορετικές τιμές που βρήκαμε είναι πάρα πολλές (από 156 ως 191 εκατοστά), ο πίνακας κατανομής που θα έπρεπε να κατασκευάσουμε θα ήταν πολύ μεγάλος. Χωρίζουμε λοιπόν τα ύψη των μαθητών (τις παρατηρήσεις) σε ομάδες που ονομάζονται **κλάσεις**. Για παράδειγμα, στην πρώτη κλάση τοποθετούμε τους μαθητές που έχουν ύψος από 156 εκ. ως 161 εκ. Τους μαθητές με ύψος 162 εκ. τους μετράμε στη δεύτερη κλάση, δηλαδή αν κάποια παρατήρηση συμπίπτει με το δεξιό άκρο μιας κλάσης την τοποθετούμε στην αμέσως επόμενη κλάση.

Να τοποθετήσετε τα δεδομένα του πίνακα 1 στον παρακάτω πίνακα .

Πίνακας 3 Κατανομής Συχνότητων της Μεταβλητής «ύψος των μαθητών»

Κλάσεις	Διαλογή	Συχνότητες (Μαθητές)	Σχετικές Συχνότητες (δεκαδικός αριθμός)	Σχετικές Συχνότητες (Ποσοστό)
156-162				
162-168				
168-174				

174-.....				
.....-.....				
186-192				
	Σύνολο			

4. Ποιο νομίζετε ότι είναι το πλάτος των κλάσεων;
5. Ποιο είναι το κάτω άκρο της πρώτης κλάσης;
6. Ποιο το άνω άκρο της 3^{ης} κλάσης;
7. Πόσοι μαθητές έχουν ύψος τουλάχιστον 180 cm;
8. Τι ποσοστό των μαθητών έχει ύψος τουλάχιστον 180 cm;
9. Ο πίνακας 1 ονομάζεται *στατιστικός πίνακας* ενώ ο πίνακας 3 ονομάζεται πίνακας
.....
..... της μεταβλητής «ύψος μαθητών».
10. Ποιον πίνακα συμβουλευτήκατε για να απαντήσετε τις ερωτήσεις 5 και 6, τον πίνακα 1 ή τον πίνακα 3;
11. Μπορούσατε να απαντήσετε χρησιμοποιώντας τον άλλο πίνακα;
.....
12. Γιατί προτιμήσατε τον πίνακα 3;
.....
13. Αν οι μαθητές αντί για 40 ήταν 4000, ο πίνακας 1 από πόσες περίπου όμοιες σελίδες θα αποτελούνταν;
14. Αν μας δώσουν συμπληρωμένο τον πίνακα 3 και δε μας δώσουν τον πίνακα 1, μπορούμε να απαντήσουμε στην ερώτηση: «πόσοι μαθητές έχουν ύψος 182 cm;»;

15. Ποια είναι τα πλεονεκτήματα του πίνακα 1 σε σχέση με τον πίνακα 3;

.....

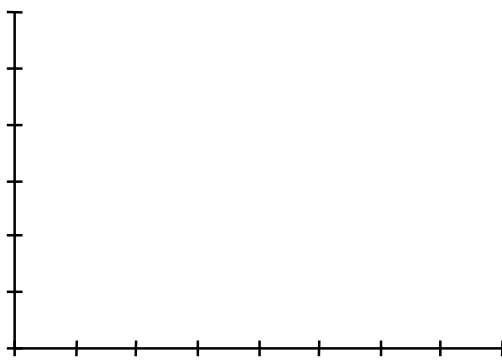
16. Ποια είναι τα πλεονεκτήματα του πίνακα 3 σε σχέση με τον πίνακα 1;

.....

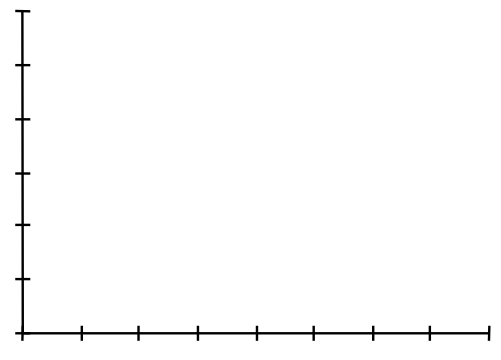
17. Πόσοι μαθητές έχουν ύψος το πολύ 167 cm;

18. Τι ποσοστό των μαθητών έχει ύψος το πολύ 167 cm;

19. Χρησιμοποιώντας τώρα τα στοιχεία του πίνακα 3 μπορούμε να έχουμε και μια εποπτική εικόνα της έρευνας, κάνοντας διαγράμματα όπως τα παρακάτω. Τα διαγράμματα αυτά, επειδή είναι για ομαδοποιημένα δεδομένα ονομάζονται **ιστογράμματα** και περιέχουν συνεχόμενα ορθογώνια με βάση το πλάτος της κάθε κλάσης (δηλαδή ορθογώνιο «κολλημένα» μεταξύ τους, σχολικό. βιβλίο, σελ. 101) και ύψος ίσο με τη συχνότητα ή τη σχετική συχνότητα της αντίστοιχης κλάσης.



Ύψος (σε cm)



Ύψος (σε cm)

Ιστόγραμμα συχνοτήτων για τα δεδομένα του πίνακα 3.

..... **σχετικών συχνοτήτων για τα δεδομένα του πίνακα 3.**

20. Στην πρώτη στήλη του παραπάνω πίνακα έχουμε γράψει κατά σειρά μεγέθους το πλήθος των ορών που μπορεί κάποιος μαθητής να έχει παρακολουθήσει τηλεόραση. Οι αριθμοί αυτοί είναι και λέγονται
21. Στη δεύτερη στήλη κάνουμε των παρατηρήσεων. Για ευκολία στην καταμέτρηση σχηματίζουμε πεντάδες
22. Στη τρίτη στήλη μεταφέρουμε τα αποτελέσματα της διαλογής. Έτσι, η απάντηση βλέπω περίπου 3 ώρες την εβδομάδα τηλεόραση εμφανίζεται φορές. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι η τιμή «3 ώρες έχει
23. Γενικά στον παραπάνω πίνακα φαίνεται πως *κατανέμονται* οι 40 μαθητές του δείγματος ως προς τη μεταβλητή: «πόσες ώρες βλέπουν τηλεόραση την εβδομάδα». Για το λόγο αυτό, ο συγκεκριμένος πίνακας ονομάζεται πίνακας
24. Από τη στιγμή που έχουμε κάνει ομαδοποίηση των παρατηρήσεων, οι συχνότητες και οι σχετικές συχνότητες που έχουμε βρει στον παραπάνω πίνακα κατανομής συχνοτήτων, δεν αναφέρονται σε μεμονωμένους αριθμούς αλλά στις κλάσεις. Έτσι λέμε ότι η κλάση 162-168 έχει συχνότητα και σχετική συχνότητα, δίχως να γνωρίζουμε τη συχνότητα καθεμιάς από τις τιμές 162, 163, 164, ... , 167. Έτσι θεωρούμε ότι οι μαθητές που έχουν ύψος 162 ως 168 αντιπροσωπεύονται από το κέντρο της κλάσης $\frac{162+168}{2} = \dots\dots\dots$
25. Μπορούμε λοιπόν να θεωρήσουμε ότι μαθητές έχουν ύψος 189 cm ενώ το % των μαθητών έχει ύψος 159 cm.
26. Ποιο είναι το κέντρο της 4ης κλάσης;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

1. Οι ημέρες διακοπών μιας ομάδας ατόμων φαίνεται στον πίνακα

- α) Να κατασκευάσετε πίνακα $v_i, N_i, f_i\%, F_i\%$.
- β) Πόσα άτομα έκαναν διακοπές πάνω από 12 ημέρες;
- γ) Τι ποσοστό έκανε διακοπές τουλάχιστον 16 ημέρες;

Ημέρες	Άτομα
[7, ...)	24
[...,15)	40
[...,...)	48
[...,...)	32
[...,...)	16
Σύνολο	

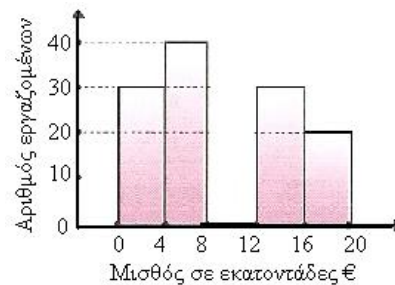
2. α) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

- β) Να κατασκευάσετε το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.
- γ) Να βρείτε την τιμή x κάτω από την οποία βρίσκεται το 40% των παρατηρήσεων.
- δ) Το ποσοστό p των τιμών που είναι μικρότερες της τιμής 45.

Κλάσεις	Κεντρική τιμή	v_i	f_i	N_i	$F_i\%$
[30,...)		6			
[...,42)		12			
[...,...)		9			
[...,...)		3			
Σύνολα					

3. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι μισθοί 200 εργαζομένων σε μια επιχείρηση, αλλά σβήστηκε το ορθογώνιο της κλάσης [8,12).

- α) Να κατασκευάσετε το ορθογώνιο.
- β) Πόσοι εργαζόμενοι έχουν μισθό πάνω από 1000€;



4. Οι 50 τιμές μιας μεταβλητής X ομαδοποιήθηκαν σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους. Το αντίστοιχο

πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων $F_i\%$ έχει κορυφές τα σημεία $A(2,0)$, $B(6,20)$,

$\Gamma(10,36)$, $\Delta(14,60)$, $E(18,72)$ $Z(22,100)$.

- α) Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων
- β) Να φτιάξετε το αντίστοιχο κυκλικό διάγραμμα.

5. Σε μία ομαδοποιημένη κατανομή μεγέθους $n=120$ στην κλάση $[4,12)$ υπάρχουν 48 παρατηρήσεις. Να βρείτε:

- α) Το πλήθος των παρατηρήσεων της παραπάνω κλάσης που είναι μικρότερες του 7.
- β) Το ποσοστό των παρατηρήσεων που έχουν τιμή από 4 έως 6.

6. Να συμπληρώσετε τους παρακάτω πίνακες

Κλάσεις	Κεντρικές τιμές
...-...	6
...-...	...
...-...	...
...-...	18

Κλάσεις	Κεντρικές τιμές
5-...	...
...-...	...
...-23	...
...-...	...

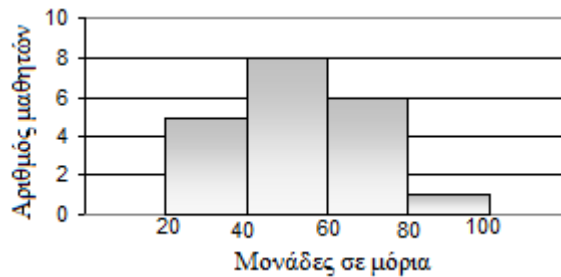
Κλάσεις	Κεντρικές τιμές
...-...	...
...-...	11
...-...	...
17-...	...

7. Στις εξετάσεις ενός μαθήματος έλαβαν μέρος 40 φοιτητές. Οι 12 βαθμολογήθηκαν με βαθμό κάτω από 4 και οι 4 με βαθμό κάτω του 2. Το 40% πήρε βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 4 αλλά μικρότερο του 6. Η γωνία του κυκλικού τομέα του αντίστοιχου κυκλικού διαγράμματος για αυτούς που πήραν βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 8 είναι 36^0 . Αν η κλίμακα βαθμολογίας είναι 0–10 με βάση το 5:

- α) Να κατασκευάσετε τους πίνακες n_i, f_i, N_i, F_i
- β) Πόσοι φοιτητές πέρασαν το μάθημα;

8. Στον διπλανό πίνακα φαίνονται οι βαθμολογίες των μαθητών ενός τμήματος.

- α) Να βρείτε πόσοι είναι οι μαθητές.
- β) Να βρείτε πόσοι έχουν βαθμό από 40 μόρια και πάνω.



γ) Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων.

9. Στα σχολεία ενός Δήμου υπηρετούν 100 εκπαιδευτικοί. Ο συνολικός χρόνος υπηρεσίας τους δίνεται από τον παρακάτω πίνακα (σχήμα 1):

- A. Πόσοι εκπαιδευτικοί έχουν τουλάχιστον 15 χρόνια υπηρεσίας;
- B. Με την προϋπόθεση ότι κάθε εκπαιδευτικός θα συνταξιοδοτηθεί όταν συμπληρώσει 35 χρόνια:
 - i) πόσοι εκπαιδευτικοί θα συνταξιοδοτηθούν στα επόμενα 12,5 χρόνια; Να δικαιολογηθεί η απάντηση.
 - ii) Πόσοι εκπαιδευτικοί πρέπει να προσληφθούν στα επόμενα 5 χρόνια ώστε ο αριθμός τους να παραμείνει ο ίδιος;

Χρ. υπηρεσίας [-)	Σχ. συχνότητα f_i %
0 – 5	10
5 – 10	15
10–15	12
15–20	15
20–25	18
25–30	18
30–35	12

σχ. 1

Ηλικία (χρόνια)	v_i
[16,20)	2
[20,24)	7
[24,28)	14
[28,32)	8
[32,36)	6
[36,40)	3

σχ. 2

- 10.** Στον παραπάνω πίνακα (σχήμα 2) φαίνονται οι ηλικίες οδηγών κούρσας.
 Να κατασκευάσετε ένα πίνακα συχνοτήτων, σχετικών συχνοτήτων, αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.
- α)** Πόσοι είναι οι οδηγοί;
β) Πόσοι είναι λιγότερο των 28 ετών;
γ) Πόσοι είναι μεγαλύτεροι των 27 ετών;