

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

ΑΛΓΕΒΡΑ

1^ο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

Το 6^ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

από τα



περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

Πραγματικοί αριθμοί

2.1. Τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού

10. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ; Πως ορίζεται η τετραγωνική ρίζα του μηδέν και γιατί;

Απάντηση

Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α , λέγεται ο θετικός αριθμός, ο οποίος, ό αν υψωθεί στο τετράγωνο, δίνει τον αριθμό α . Η τετραγωνική ρίζα του α συμβολίζεται με $\sqrt{\alpha}$.
Επειδή, $0^2 = 0$, ορίζουμε ως $\sqrt{0} = 0$.

11. Αν $\sqrt{\alpha} = x$, τότε τι συμπεραίνουμε για τον αριθμό x ; Με τι ισούται το $(\sqrt{\alpha})^2$, όπου $\alpha \geq 0$;

Απάντηση

Είναι $x \geq 0$ και $x^2 = \alpha$, $(\sqrt{\alpha})^2 = \alpha$

Βασικές ασκήσεις

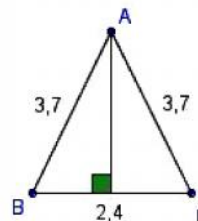
14. Να αποδείξετε ότι:

α) $\sqrt{\frac{\sqrt{4}}{2} + \sqrt{9}} = 2$

β) $\sqrt{2 + \sqrt{4} + 4\sqrt{4}} = 2$

γ) $\sqrt{7 + \sqrt{4} + 1\sqrt{9} + \sqrt{4}} = 3$

15. Να υπολογίσετε το ύψος του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ του διπλανού σχήματος.



2.2. Άρρητοι αριθμοί-Πραγματικοί αριθμοί

12. Ποιοι αριθμοί λέγονται ρητοί και ποιοι άρρητοι;

Απάντηση

Ρητοί λέγονται οι αριθμοί που μπορούν να γραφούν ως πηλίκο δύο ακέραιων αριθμών. Δηλαδή ο x είναι ρητός, αν $x = \frac{\mu}{\nu}$ όπου μ, ν ακέραιοι αριθμοί και ο ν είναι διαφορετικός του μηδενός. Κάθε αριθμός που δεν είναι ρητός, είναι άρρητος.

13. Το σύνολο των πραγματικών αριθμών από ποιούς αριθμούς αποτελείται;

Απάντηση

Το σύνολο των πραγματικών αριθμών αποτελείται από τους ρητούς και τους άρρητους.

Βασικές ασκήσεις

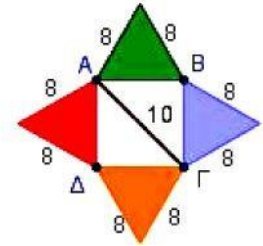
16. Τοποθετήστε σε μία σειρά από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο τους παρακάτω αριθμούς: $\sqrt{5}, \sqrt{2}, 3, 7, 1$.

17. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^2 = 0$ β) $x^2 = 5$ γ) $x^2 = -3$ δ) $x^2 = 17$

2.3. Προβλήματα

18. Το ανάπτυγμα σε χαρτόνι μιας πυραμίδας αποτελείται από το τετράγωνο ΑΒΓΔ, που η διαγώνιός του είναι 10 cm και τέσσερα ισοσκελή τρίγωνα που οι ίσες πλευρές του είναι 8 cm. Να βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας της πυραμίδας.



19. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρά 12 cm. Αν Ε είναι το μέσο της διαμέσου του ΑΔ, να υπολογίσετε το μήκος ΒΕ.

3.2 ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗ ΡΙΖΑ ΘΕΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ.

3.3 ΑΡΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ.

3.4 ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ.

ΑΣΚΗΣΗ 1

Να βρεθούν οι ρίζες:

$\sqrt{400} = \dots$	$\sqrt{900} = \dots$	$\sqrt{625} = \dots$	$\sqrt{\frac{9}{4}} = \dots$	$\sqrt{841} = \dots$
$\sqrt{0,81} = \dots$	$\sqrt{0,09} = \dots$	$\sqrt{324} = \dots$	$\sqrt{\frac{81}{100}} = \dots$	$\sqrt{3481} = \dots$
$\sqrt{144} = \dots$	$\sqrt{0,01} = \dots$	$\sqrt{729} = \dots$	$\sqrt{\frac{49}{25}} = \dots$	$\sqrt{11025} = \dots$
$\sqrt{1,44} = \dots$	$\sqrt{10000} = \dots$	$\sqrt{576} = \dots$	$\sqrt{\frac{36}{25}} = \dots$	$\sqrt{40000} = \dots$
$\sqrt{0,36} = \dots$	$\sqrt{2500} = \dots$	$\sqrt{441} = \dots$	$\sqrt{\frac{144}{225}} = \dots$	$\sqrt{62500} = \dots$
$\sqrt{3600} = \dots$	$\sqrt{196} = \dots$	$\sqrt{289} = \dots$	$\sqrt{\frac{9}{100}} = \dots$	$\sqrt{1849} = \dots$

ΑΣΚΗΣΗ 2

- Η τετραγωνική ρίζα ενός αριθμού έχει νόημα μόνο για αριθμούς θετικούς και για το 0.

ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ ;;

- Η τετραγωνική ρίζα ενός αριθμού μπορεί να είναι και ένας αρνητικός αριθμός

ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ ;;

- Η τετραγωνική ρίζα του 5 δεν υπάρχει

ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ ;;

- Η τετραγωνική ρίζα του 4 μπορεί να είναι ο αριθμός -2 γιατί $(-2)^2=4$
ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ ;;
- Το τετράγωνο της τετραγωνικής ρίζας του 5 είναι ο αριθμός 5
ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ ;;
- Η τετραγωνική ρίζα του $(-5)^2$ είναι το -5
ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ ;;
- Η τετραγωνική ρίζα του $(a)^4$ είναι το a^2
ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ ;;

ΑΣΚΗΣΗ 3

Συμπληρώστε τις προτάσεις:

- Αν $\sqrt{a} = x$ τότε πρέπει οπωσδήποτε a, x να είναι αριθμοί
- Αν $a \geq 0$ τότε $\sqrt{a^2} = \dots\dots\dots$
- Αν $a < 0$ τότε $\sqrt{a^2} = \dots\dots\dots$
- Αν a κάποιος αριθμός τότε $\sqrt{a^2} = \dots\dots\dots$
- Αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots\dots$
- Αν $a \geq 0$ τότε $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = \dots\dots\dots$
- Αν $x \geq 0$ και $\sqrt{5} = x$ τότε $x^2 = \dots\dots\dots$
- Αν $x^2=5$ και $x \geq 0$ τότε $x = \dots\dots\dots$
- Αν $x^2=5$ και $x < 0$ τότε $x = \dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΗ 4

α) Είναι σωστό ή λάθος να γράψουμε

• $\sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{4}$
ΣΩΣΤΟ ΛΑΘΟΣ ;;

• $\sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}}$
ΣΩΣΤΟ ΛΑΘΟΣ ;;

β) Αν a, β θετικοί αριθμοί είναι σωστό ή λάθος να γράψουμε

• $\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}$
ΣΩΣΤΟ ΛΑΘΟΣ ;;

$$\bullet \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$$

ΣΩΣΤΟ

ΛΑΘΟΣ ;;

γ) Είναι σωστό ή λάθος να γράψουμε

$$\bullet \sqrt{16+9} = \sqrt{16} + \sqrt{9}$$

ΣΩΣΤΟ

ΛΑΘΟΣ ;;

$$\bullet \sqrt{25-9} = \sqrt{25} - \sqrt{9}$$

ΣΩΣΤΟ

ΛΑΘΟΣ ;;

δ) Είναι σωστό ή λάθος να γράψουμε

$$\bullet \sqrt{\alpha + \beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$$

ΣΩΣΤΟ

ΛΑΘΟΣ ;;

$$\bullet \sqrt{\alpha - \beta} = \sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}$$

ΣΩΣΤΟ

ΛΑΘΟΣ ;;

ΑΣΚΗΣΗ 5

Χρησιμοποιώντας τη επιμεριστική ιδιότητα και την ιδιότητα $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = \sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$$

$$B = \sqrt{3} \cdot (\sqrt{27} + \sqrt{3})$$

$$\Gamma = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{32})$$

$$\Delta = (\sqrt{3} - 1) \cdot (\sqrt{3} + 1)$$

$$E = (\sqrt{2} - 1) \cdot (\sqrt{2} + 1)$$

ΑΣΚΗΣΗ 6

Χρησιμοποιώντας τη επιμεριστική ιδιότητα και την ιδιότητα $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = \sqrt{3 \cdot 25} - 5\sqrt{3} =$$

$$B = \sqrt{8} + 2\sqrt{2} - \sqrt{32} =$$

$$\Gamma = \sqrt{27} + \sqrt{12} - 5\sqrt{3} =$$

$$\Delta = \sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{125} =$$

$$E = \sqrt{72} - \sqrt{200} + \sqrt{32} =$$

ΑΣΚΗΣΗ 7

Να γράψετε τα παρακάτω κλάσματα ισοδύναμα με κλάσματα που δεν περιέχουν ρίζες στους παρονομαστές (ρητοποίηση). Μην ξεχνάτε ότι μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε αριθμητή και παρονομαστή ενός κλάσματος με τον ίδιο αριθμό.

$$\bullet \frac{1}{\sqrt{2}} =$$

$$\bullet \frac{1}{\sqrt{3}} =$$

$$\bullet \frac{4}{7\sqrt{2}} =$$

$$\bullet \frac{3}{\sqrt{5}} =$$

$$\bullet \frac{\sqrt{27} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$$

$$\bullet \frac{a}{\sqrt{a}} =, a > 0$$

$$\bullet \frac{14}{\sqrt{7}} =$$

$$\bullet \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} =$$

$$\bullet \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} =$$

ΑΣΚΗΣΗ 8

α) Κάνοντας επιμεριστική ιδιότητα να δείξετε ότι η τιμή της παράστασης:

$$(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3}) \quad \text{είναι ίση με 2.}$$

β) Να κάνετε ρητοποίηση τα κλάσματα:

$$\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \quad , \quad \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

γ) Να δείξετε ότι η τιμή της παράστασης

$$\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} - \sqrt{5} \quad \text{είναι 0.}$$

ΑΣΚΗΣΗ 9

Να εξετάσετε αν το τρίγωνο με πλευρές $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ είναι ορθογώνιο

ΑΣΚΗΣΗ 10

Να υπολογίσετε με προσέγγιση εκατοστού την υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου με κάθετες πλευρές $\sqrt{2}cm, 2cm$ αν γνωρίζετε ότι $\sqrt{6} = 2,45$ με προσέγγιση εκατοστού.

ΑΣΚΗΣΗ 11

α) Να υπολογίσετε μεταξύ ποιών διαδοχικών ακεραίων αριθμών βρίσκονται οι παρακάτω ρίζες:

- < $\sqrt{200}$ <
- < $\sqrt{300}$ <
- < $\sqrt{500}$ <
- < $\sqrt{600}$ <

β) Να υπολογίσετε μεταξύ ποιών «διαδοχικών δεκαδικών, με προσέγγιση δεκάτου» αριθμών βρίσκονται οι παρακάτω ρίζες:

- < $\sqrt{2}$ <
- < $\sqrt{3}$ <
- < $\sqrt{5}$ <
- < $\sqrt{6}$ <

γ) Να τοποθετήσετε τους παρακάτω αριθμούς σε έναν άξονα.

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, 1, 1,4, 1,5, 1,7, 1,8, 2, 2,2, 2,4, 2,5, 3.$

ΑΣΚΗΣΗ 12

Στρογγυλοποιώντας τους αριθμούς $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$, στο δέκατο προκύπτουν αντίστοιχα οι αριθμοί : 1,4 , 1,7 , 2,2

Να υπολογίσετε τις ρίζες των παρακάτω αριθμών.

- $\sqrt{12}$
- $\sqrt{6}$
- $\sqrt{32}$
- $\sqrt{20}$
- $\sqrt{75}$
- $\sqrt{60}$

ΑΣΚΗΣΗ 13

α) Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς a . Να δείξετε ότι το ύψος του τριγώνου είναι

$$v = a \frac{\sqrt{3}}{2}$$

β) Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς $a = 6$ m.

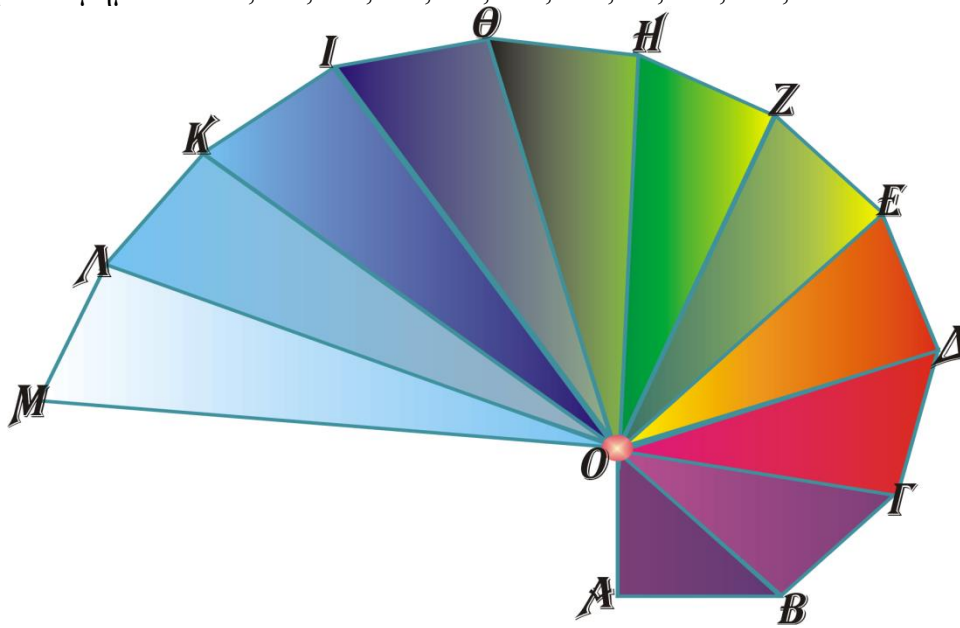
Να υπολογίσετε το ύψος του με προσέγγιση εκατοστού αν γνωρίζετε ότι $1,732^2 \cong 3$

γ) Με τη βοήθεια του κανόνα και του διαβήτη σας να κατασκευάσετε ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς 2 cm και να φέρεται το ύψος του. Κατόπιν να τοποθετήσετε πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών τους αριθμούς $\sqrt{3}$ και $-\sqrt{3}$.

ΑΣΚΗΣΗ 14

α) Στο παρακάτω σχήμα τα διαδοχικά τρίγωνα που υπάρχουν είναι ορθογώνια.

Αν $OA=AB=BG=\Gamma\Delta=\Delta E=EZ=ZH=H\Theta=\Theta I=IK=K\Lambda=\Lambda M=1$ μονάδα, να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων $OB, OG, OD, OE, OZ, OH, O\Theta, OI, OK, OL, OM$.



α) Με τη βοήθεια του α) ερωτήματος και με τη χρήση του διαβήτη σας να τοποθετήσετε στον παρακάτω άξονα τους αριθμούς: $1, -1, 2, -2, 3, -3, \sqrt{2}, -\sqrt{2}, \sqrt{3}, -\sqrt{3}, \sqrt{5}, -\sqrt{5}, \sqrt{7}, -\sqrt{7}, \sqrt{8}, -\sqrt{8}, \sqrt{10}, -\sqrt{10}, \sqrt{11}, -\sqrt{11}, \sqrt{12}, -\sqrt{12}$



ΑΣΚΗΣΗ 15

Δίνεται ορθογώνιο με διαγώνιο $\sqrt{10}$ cm και μήκος διπλάσιο του πλάτους του. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδό του ορθογωνίου.

ΑΣΚΗΣΗ 16

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

$$A = (\sqrt{3} - 1)^2$$

$$B = (\sqrt{3} + 1)^2$$

$$\Gamma = (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)$$

β) Να υπολογίσετε την διαγώνιο, το εμβαδόν και την περίμετρο ορθογωνίου με διαστάσεις

$$\sqrt{3} - 1, \sqrt{3} + 1$$

ΑΣΚΗΣΗ 17

Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

$$A = \sqrt{75 + \sqrt{31 + \sqrt{21 + \sqrt{15 + \sqrt{1}}}}}$$

$$B = \sqrt{\frac{36}{5} \sqrt{\frac{25}{3} \sqrt{\frac{9}{2} \sqrt{4}}}}$$

ΑΣΚΗΣΗ 18

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\alpha) (3 - \sqrt{3})x + 2 - \sqrt{3} = -1$$

$$\beta) -\sqrt{3}x + \sqrt{12} = -\sqrt{3}$$

$$\gamma) \sqrt{5}x - \sqrt{45} = -x + 3$$

ΑΣΚΗΣΗ 19

Αν α , β , γ είναι η υποτείνουσα και οι δύο κάθετες πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ τότε:

α) Να γράψετε τις τρεις ισότητες που προκύπτουν από το πυθαγόρειο θεώρημα για τις πλευρές του τριγώνου.

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$\sqrt{\beta^2 + \gamma\sqrt{\alpha^2 - \beta\sqrt{\beta\sqrt{\alpha^2 - \gamma^2}}} - \alpha}$$

ΑΣΚΗΣΗ 20

α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\sqrt{\sqrt{\sqrt{256}} \cdot \sqrt{4}}$

β) Να υπολογίσετε την τετραγωνική ρίζα του αριθμού 2004^{4008}

γ) Αν α , β , γ θετικοί αριθμοί ώστε $\alpha^2 = \beta$, $\beta^2 = \gamma$ δείξτε ότι $\sqrt{\beta\gamma} = \alpha^3$

δ) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}) \cdot \sqrt{15}$