

I. ΣΧΕΔΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

- Ο διδάσκων καθηγητής αναφέρει σύντομα τη βασική θεωρία που είναι
 - Ευθείες κάθετες σε μια τρίτη ευθεία
 - Απόσταση παραλλήλων ευθειών.
 - Μεσοπαράλληλος.
- Υπαγορεύει την M_1 στους μαθητές
- Υπαγορεύει το προτεινόμενο **Δ1** θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
- Υπαγορεύει την M_2 στους μαθητές κάνει το 2^ο παράδειγμα στον πίνακα
- Υπαγορεύει το προτεινόμενο **Δ3** θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
- Υπαγορεύει την M_3 στους μαθητές κάνει το 3^ο παράδειγμα στον πίνακα
- Ο διδασκόμενος μαθητής επιβλέπεται από τον καθηγητή και αναπτύσσει στο τετράδιο του τις ερωτήσεις κατανόησης 3 , 4 και σχολιάζει τα αποτελέσματα των μαθητών.
- Γίνεται σύντομη ανακεφαλαίωση του αντικειμένου από τον διδάσκοντα καθηγητή
- Δίνονται στον μαθητή για το σπίτι
 - οι υπόλοιπες ερωτήσεις κατανόησης,
 - τα θέματα: **Δ2, Δ4 Δ5 και Δ6**

II. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

A. Βασική Θεωρία (επιγραμματικά)-Παρατηρήσεις-Σχόλια

- E_1 : Τι λέγεται μέθοδος της απαγωγής σε άτοπο;
 A_1 : Λέγεται η μέθοδος κατά την οποία υποθέτουμε ότι ισχύει ο ισχυρισμός X. Με την βοήθεια γνωστών προτάσεων, ορισμών και άλλων προτάσεων που ισχύουν καταλήγουμε σε άτοπο, δηλαδή σε συμπέρασμα που αντιβαίνει στα γνωστά. Τότε συμπεραίνουμε ότι ο ισχυρισμός X δεν ισχύει.
 E_2 : Τι συμπεραίνετε για δύο ευθείες του επιπέδου που είναι κάθετες σε μια τρίτη;
 A_2 : Δύο ευθείες του επιπέδου που είναι κάθετες σε μια τρίτη είναι μεταξύ τους παράλληλες.
 E_3 : Τι λέγεται απόσταση των παραλλήλων ευθειών e_1, e_2 ;
 A_3 : Λέγεται κάθε ευθύγραμμο τμήμα που έχει τα άκρα του πάνω στις ευθείες και είναι κάθετο σε αυτές.
 E_4 : Τι λέγεται μεσοπαράλληλος των παραλλήλων ευθειών e_1, e_2 ;
 A_4 : Λέγεται η ευθεία που είναι παράλληλη προς τις ευθείες και κάθε σημείο της ισαπέχει από αυτές.
 E_5 : Τι λέγεται αίτημα;
 A_5 : Λέγεται η πρόταση την οποία δεχόμαστε για αληθή.
 E_6 : Ποια είναι η διατύπωση του 5^{ου} ατήματος του Ευκλείδη;
 A_6 : Από ένα σημείο εκτός ευθείας άγεται προς αυτήν μία μόνο παράλληλη.
 E_7 : Ποιες άλλες Γεωμετρίες μη Ευκλείδειες υπάρχουν;
 A_7 : α) Υπερβολική Γεωμετρία
 Β) Ελλειπτική Γεωμετρία.

Παρατήρηση: Η δικαιολόγηση ότι οι παράλληλες ευθείες δεν τέμνονται ποθενά, γίνεται με την μέθοδο της Απαγωγής σε άτοπο.

Σχόλιο: 1^ο: Παράλληλα τμήματα που έχουν τα άκρα τους σε ευθείες παράλληλες είναι ίσα.

2^ο: Όταν από δύο σημεία A ,B μιας ευθείας ϵ φέρουμε τις κάθετες στην ϵ και οι κάθετες τέμνουν μια $\epsilon' // \epsilon$ στα σημεία A 'B' τότε $AB = A' B'$.

B. Ερωτήσεις κατανόησης τύπου: Σωστού-Λάθους, πολλαπλής επιλογής, αντιστοίχισης, διάταξης και συμπλήρωσης.

1. Απαντήστε με Σ – Λ στις παρακάτω ερωτήσεις:

- α) Η απόσταση σημείου A από ευθεία ϵ είναι το μικρότερο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει το A με κάθε σημείο της ϵ . Σ – Λ
 β) Οι μεσοκάθετες τριγώνου τέμνονται στη κορυφή A του τριγώνου. Σ – Λ
 γ) Κάθε ευθεία έχει μόνο δύο παράλληλες. Σ – Λ
 δ) Κάθε τρίγωνο έχει 3 μεσοκάθετες. Σ - Λ

2. Βάλτε σε κύκλο τη σωστή απάντηση

- α) Τα σημεία που απέχουν από μια ευθεία ϵ απόσταση ίση με δεδομένο ευθύγραμμο τμήμα βρίσκονται σε
 Α. ευθείες παράλληλες Β. ευθείες τεμνόμενες
 Γ. ευθείες κάθετες Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

3. Να αντιστοιχίσετε τις δύο στήλες:

Στήλη A	Στήλη B
A. Σημεία που ισαπέχουν από δύο ευθείες παράλληλες	1. Μεσοπαράλληλος
B. Ευθείες του επιπέδου χωρίς κοινά σημεία	2. Παράλληλες
Γ. Η απόσταση δύο παραλλήλων	3. Ίδια

Γ. Αναπτυγμένα παραδείγματα για εμπέδωση με αντίστοιχους αλγόριθμους(μεθοδολογίες)

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

M₁: Για να βρούμε την απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών

Αρκεί να βρούμε την απόσταση ενός σημείου της μιας ευθείας από την άλλη.

M₂: Για να σχεδιάσουμε την ευθεία ϵ μεσοπαράλληλη στις ευθείες ϵ_1, ϵ_2 αρκεί

A) να φέρουμε με γνώμονα την απόσταση AB των δύο ευθειών

B) Να βρούμε το μέσο M του AB.

Γ) Στο σημείο M να φέρουμε την ευθεία ϵ κάθετη στην AB με τον γνώμονα.

M₃: Για να σχεδιάσουμε την ευθεία α παράλληλη στην ευθεία ϵ ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία.

Από οποιοδήποτε σημείο A της ευθείας ϵ φέρνουμε την κάθετη a στην ϵ . Παίρνουμε ένα σημείο B στην a και φέρνουμε ευθεία ϵ_1 κάθετη στην a . Οι ευθείες ϵ_1, ϵ είναι παράλληλες γιατί είναι κάθετες στην a .

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 1ο

Να σχεδιάσετε ευθεία ϵ_2 παράλληλη στην ϵ , σε απόσταση 3 cm.

Επίλυση

Από οποιοδήποτε σημείο A της ευθείας ϵ φέρνουμε την κάθετη a στην ϵ . Με το υποδεκάμετρο βρίσκουμε δύο σημεία B, Γ πάνω στην a ώστε $AB = A\Gamma = 3\text{cm}$. Από τα σημεία B, Γ φέρνουμε ευθείες ϵ_1, ϵ_2 κάθετες στην a . Οι ευθείες ϵ_1, ϵ_2 είναι παράλληλες στην ϵ και απέχουν από αυτή 3cm.

Παράδειγμα 2ο

Να σχεδιάσετε μία ευθεία ϵ παράλληλη στις ϵ_1, ϵ_2 και σε ίση απόσταση από αυτές.

Επίλυση

Με τον γνώμονα φέρνω την απόσταση AB των ευθειών ϵ_1, ϵ_2 . Βρίσκω το μέσο M του AB μετρώντας με το υποδεκάμετρο

$AM = MB = \frac{AB}{2}$ Στο σημείο M με τον γνώμονα φέρνω την ευθεία ϵ κάθετη στην AB.

Δ. Προτεινόμενα θέματα για ανάπτυξη για τους διδασκόμενους

Δ1. Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο ABΓ με βάση $B\Gamma = 5\text{cm}$ το οποίο να έχει ύψος $AA = 3\text{cm}$. (Πόσα τρίγωνα υπάρχουν;)

Δ2. Να βρείτε τα σημεία των πλευρών AB και AΓ του τριγώνου ABΓ τα οποία απέχουν απ' τη βάση BΓ απόσταση ίση με 2cm.

Δ3. Δίνονται δύο τεμνόμενες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 .

α) Να βρείτε τα σημεία της μιας που απέχουν απ' την άλλη απόσταση 2cm.

β) Ενώστε τα σημεία που βρήκατε στο α' ερώτημα. Τι τετράπλευρο σχηματίστηκε;

Δ4. Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα $B\Gamma = 10\text{cm}$ και μία ευθεία ϵ όχι παράλληλη του BΓ. Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο ABΓ που να έχει την κορυφή του A στην ϵ και να έχει ύψος $AA = 4\text{cm}$.

Δ5. Να σχεδιάσετε δύο ημιευθείες $O\chi'$ και $O\chi$, που δεν είναι αντικείμενες ημιευθείες και δεν συμπίπτουν. Να βρείτε ένα σημείο A της $O\chi$ που απέχει από την $O\chi'$ απόσταση ίση με 5cm.

Δ6. Να γράψετε δύο ημιευθείες $O\chi$, $O\psi$, οι οποίες να μην περιέχονται στην ίδια ευθεία. Να πάρετε στην $O\chi$, τα σημεία A, B, Γ, ώστε να είναι $OA = AB = B\Gamma = 3\text{cm}$. Να ορίσετε στην $O\psi$ ένα σημείο Γ', ώστε να είναι $OG' = 6\text{cm}$ και να γράψετε την ευθεία ΓΓ'. Στη συνέχεια να φέρετε από τα A και B παράλληλες προς την ΓΓ' και να ονομάσετε A', B' τα σημεία στα οποία αυτές τέμνουν αντίστοιχα την $O\psi$. Να βρείτε τα μήκη των OA' , $A'B'$, $B'\Gamma'$ και να τα συγκρίνετε μεταξύ τους.

Δ7. Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο ABΓ και να βρείτε το μέσο Δ της πλευράς AB.

α) Να φέρετε από το Δ παράλληλη προς τη BΓ και να ονομάσετε E το σημείο στο οποίο η παράλληλη αυτή τέμνει την AΓ. Να συγκρίνετε τα τμήματα AE και EΓ.

β) Να φέρετε από το Δ την παράλληλη προς την AΓ και να ονομάσετε Z το σημείο στο οποίο η παράλληλη αυτή τέμνει τη BΓ. Να συγκρίνετε τα τμήματα BZ και ZΓ.

γ) Να συγκρίνετε το ΔE με τα BZ, ZΓ και τη BΓ.